eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco

Euskal Herriko Unibertsitatea

TAREA 3

EJERCICIOS[1]

Puedes a tu elección trabajar en R, S-PLUS o MATLAB.

1. Genera una matriz simétrica (para asegurar que los valores propios son reales) cualquiera 5×5. Una forma simple de hacerlo es rellenar una matriz A con números cualesquiera y a continuación formar $B = A'A$ que es, además de simétrica, definida no negativa por construcción. Programa el método de la potencia para obtener sus vectores y valores propios.

2. Utilizando la misma matriz que en el ejercicio anterior, redúcela a forma triangular superior utilizando, a tu elección, uno de los siguiente métodos: i) Transformadas de Householder, ii) Rotaciones de Givens. Guarda las rotaciones empleadas y proporciona la factorización QR.

3. Tienes observaciones $\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_n$ procedentes de una distribución normal multivariante con vector de medias $\boldsymbol{\mu}$ y matriz de covarianzas $\boldsymbol{\Sigma}$. Quieres calcular la densidad

$$f(\boldsymbol{x}; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} \, |\boldsymbol{\Sigma}|^{\frac{1}{2}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu}) \right\}$$

   de cada una de las n observaciones. El mayor esfuerzo computacional consiste en evaluar la forma cuadrática en el exponente. Cuenta el número de operaciones necesario para evaluar dicha forma cuadrática para cada observación y propón una estrategia para reducir el esfuerzo de cálculo a poco más de la mitad.

[1] Copia de estos enunciados y, en general, de todo el material escrito repartido en clase, está disponible en `http://etdx01.bs.ehu.es`.

AYUDAS, SUGERENCIAS Y COMPLEMENTOS

1. Para rellenar una matriz con números cualesquiera puedes emplear (en R) la regla del reciclado y un generador aleatorio: por ejemplo, `a <- matrix(rnorm(100),10,10)` genera una matriz 10×10 cuyas entradas se llenan con números aleatorios procedentes de una $N(0,1)$. En MATLAB puedes generar una matriz aleatoria similar mediante: `a = randn(10)`.

2. A efectos de comparar y comprobar tus resultados, tienes en R funciones como `eigen` (vectores y valores propios) y `qr` y asociadas (factorización QR). En MATLAB tienes para los mismos cometidos las funciones `eig` y `qr`.

3. Tanto R como MATLAB ofrecen preprogramados todos los algoritmos vistos en clase (y muchos otros). MATLAB ofrece un conjunto de funciones más rico, que ofrece casi cada manipulación matricial imaginable.

Referencias

[1] J.E. Gentle. *Numerical Linear Algebra for Applications in Statistics*. Springer Verlag, 1998. Signatura: 519.6 GEN.