eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco — Euskal Herriko Unibertsitatea

TAREA 2

EJERCICIOS

1. Investiga cuáles de las siguientes distribuciones pertenecen a la familia exponencial uni- o k-paramétrica, y por tanto son susceptibles de dar lugar a estadísticos suficientes para sus parámetros. En su caso, indica cuáles son dichos estadísticos suficientes.

   – Geométrica
   – Hipergeométrica
   – Binomial negativa
   – χ^2_θ (es decir, siendo el parámetro los grados de libertad).
   – t de Student.
   – Exponencial.
   – $\mathcal{F}_{n_1,n_2}$, siendo n_1, n_2 los parámetros.
   – Logística

   Encontrarás las funcioens de densidad o probabilidad de todas ellas en casi cualquier texto de estadística, o en [10].

2. Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria simple procedente de una distribución con densidad

$$f_X(x;\theta) = \begin{cases} e^{-(x-\theta)} & \text{si } x > \theta, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

   Encuentra un estadístico suficiente para el parámetro θ.

3. Considera una distribución cuya función de densidad es

$$f_X(x;\theta) = \theta^{-1} x \exp\left\{-x^2/2\theta\right\},$$

   con $\theta > 0$ y para $x \in [0,\infty)$. Procedente de dicha distribución cuentas con una muestra aleatoria simple $X_1, \ldots, X_n$ formada por n observaciones.

a) Utilizando el teorema de factorización, o de otro modo, encuentra un estadístico suficiente para θ.

b) El estadístico suficiente encontrado en (3*a*) ¿Es mínimo?

4. Sea $X_1, \dots, X_n$ una muestra aleatoria simple procedente de una distribución con densidad

$$f_X(x;\theta) = \theta^{-1} e^{-x/\theta} \qquad (x > 0, \theta > 0)$$

Considera los siguientes estimadores de θ:

a) $T_1 = \sum_i X_i/n$;

b) $T_2 = \sum_i X_i/(n+1)$;

c) $T_3 = n \min(X_1, \dots, X_n)$.

¿Cuáles de ellos son funciones de un estadístico suficiente? ¿Cuáles de ellos son además insesgados? ¿Máximo verosímiles?

Lectura recomendada. Todos los manuales que se citan a continuación son de interés: [1], [3], [11], [5], [7], [8] y, sobre Teoría de la Decisión, [2]. Hay problemas resueltos en todos ellos y en [6], [9] y [4]. Algunos de los problemas anteriores provienen de [7], que incluye bastantes ejemplos. Puede también consultarse la obra enciclopédica [10], particularmente su capítulo 17 (volumen 2A).

Referencias

[1] P. J. Bickel and K. A. Doksum. *Mathematical Statistics*. Holden-Day, Inc., San Francisco, 1977.

[2] H. Chernoff and L. E. Moses. *Elementary Decision Theory*. Wiley, New York, 1967 edition, 1959.

[3] D. R. Cox and D. V. Hinkley. *Theoretical Statistics*. Chapman and Hall, London, 1979 edition, 1974.

[4] D. R. Cox and D. V. Hinkley. *Problems and Solutions in Theoretical Statistics*. Chapman and Hall, London, 1980 edition, 1980.

[5] E.J. Dudewicz and S.N. Mishra. *Modern Mathematical Statistics*. Wiley, 1988.

[6] A. Garín and F. Tusell. *Problemas de Probabilidad e Inferencia Estadística*. Ed. Tébar-Flores, Madrid, 1991.

[7] P.H. Garthwaite, I.T. Jolliffe, and B. Jones. *Statistical Inference*. Prentice Hall, London, 1995.

[8] E. L. Lehmann. *Theory of Point Estimation*. Wiley, New York, 1983.

[9] J. P. Romano and A. F. Siegel. *Counterexamples in Probability and Statistics*. Wadsworth and Brooks/Cole, Monterrey, California, 1986.

[10] A. Stuart, K. Ord, and S. Arnold. *Kendall's Advanced Theory of Statistics*, volume 2A. Arnold, 6 edition, 1999.

[11] G.A. Young and R.L. Smith. *Essentials of Statistical Inference*. Cambridge Univ. Press, 2005.