

Estadística: Modelos Lineales

Final Junio 2.004, Tipo: **A**

Apellidos y Nombre: _____

DNI: _____

Grupo: _____

Profesor : _____

Sección 1. Instrucciones

1. Salvo que se indique lo contrario, las preguntas bien contestadas valen un punto. Puede haber más de una respuesta correcta, y para obtener puntuación has de señalarlas todas. Preguntas que no estén bien contestadas puntúan -0.5 veces su valor.
2. Intento medir conocimientos y no agudeza visual. Inevitablemente, en un examen de este tipo hay que prestar mucha atención. Cada curso hay personas que echan a perder una nota potencialmente buena por responder temeraria o atolondradamente.

¡Por favor, fíjate bien en todos los detalles!

Te ayudará proceder por exclusión de absurdos. Si una pregunta te parece ambigua, anota brevemente la razón al margen y no la contestes.

3. La Sección 4 contiene unas pocas preguntas breves, que requieren cálculos no superiores a dos líneas: respóndelas directamente en el espacio libre.
4. La Sección 5 contiene preguntas algo más extensas: respóndelas en no más de una página cada una, en el papel blanco grapado al final de este examen.

Sección 2. Cuestiones de elección múltiple

1. El caracter de influyente de una observación (x_i, y_i) esta relacionado con:
 - (a) La posición de x_i en el espacio generado por las columnas de X .
 - (b) La magnitud del elemento p_{ii} correspondiente en la diagonal de $X^T X$.
 - (c) El tamaño de R^2 corregido.
 - (d) El estadístico C_p de Mallows.
2. Los residuos borrados:
 - (a) Siguen una distribución $N(0, 1)$.
 - (b) Siguen una distribución t de Student con $N - p - 1$ grados de libertad.
 - (c) Todo falso.
 - (d) Sus cuadrados siguen una distribución beta, $\beta(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}(N - p - 1))$.

3. En el modelo de regresión lineal sin restricciones de ningún tipo la insesgadez de los estimadores MCO $\hat{\beta}$ requiere como condición *sine qua non* que:

- (a) La matriz de diseño X tenga rango completo.
- (b) La distribución de las perturbaciones sea normal.
- (c) La varianza de las perturbaciones sea constante.
- (d) Entre los regresores se incluya una columna de "unos".

4. Al emplear el estimador *ridge* las varianzas de los estimadores $\hat{\beta}^{(k)}$:

- (a) Disminuyen con k .
- (b) Aumentan con k .
- (c) No dependen de k ; dicho parámetro lo que hace es controlar el sesgo.
- (d) Estiman insesgadamente el valor del estadístico C_p .

5. El criterio conocido como C_p puede verse como un estimador aproximado de:

- (a) El ECM de predicción.
- (b) La varianza de los $\hat{\beta}$.
- (c) El sesgo de los $\hat{\beta}$.
- (d) El sesgo al cuadrado de los $\hat{\beta}$.

6. La maximización (o minimización) de estadísticos tales como C_p , AIC, R^2 , \bar{R}^2 da lugar a seleccionar modelos con un grado de parametrización diferente. ¿Cuál es el orden de menos a más restrictivo a la hora de incorporar un nuevo regresor?

- (a) R^2, \bar{R}^2, C_p .
- (b) \bar{R}^2, R^2, C_p .
- (c) C_p, R^2, \bar{R}^2 .
- (d) R^2, C_p, \bar{R}^2 .

7. ¿Cuál o cuales de los siguientes estadísticos son no decrecientes al incorporar nuevos regresores a un modelo?
- R^2 .
 - \overline{R}^2 .
 - C_p .
 - AIC.
8. El estimador *ridge* degenera en el estimador MCO cuando:
- Los regresores son ortogonales.
 - Los regresores están centrados.
 - El parámetro k del que depende tiende a ∞ .
 - El parámetro k del que depende es cero.
13. Si diéramos por bueno el modelo Mod. 1, a igualdad de renta y ubicación ¿qué efecto cabría atribuir a la condición de país productor de petróleo en la mortalidad infantil? Aventura una explicación de lo que digas (¿tendría sentido que, por el mero hecho de ser un país productor de petróleo, la mortalidad infantil fuera menor o mayor?).

Sección 3. Cuestiones de elección múltiple sobre caso práctico.

Las preguntas siguientes hacen referencia al apéndice conteniendo un listado y algunos gráficos correspondientes al análisis de datos de mortalidad infantil (*infant*), renta *per capita* (*income*), ubicación (*region*) y la condición o no de productor de petróleo (*oil*) para una muestra de países.

9. Considera el modelo Mod. 0 que pone en relación la mortalidad infantil con varias potencias de la renta. ¿Hay evidencia de una relación más que lineal entre mortalidad infantil y renta?
- No
 - Sí
10. Mirando a los gráficos de diagnósticos correspondientes al Mod. 0, ¿hay evidencia de no normalidad de las perturbaciones?
- Sí
 - No
11. Sobre la base del criterio \overline{R}^2 ¿qué modelo seleccionarías, el Mod. 0 o el Mod. 1?
- El Mod. 1
 - El Mod. 0
14. Si diéramos por bueno el modelo Mod. 1, a igualdad de renta y de condición de país productor de petróleo, ¿cuanta mayor o menor mortalidad atribuye el modelo a un país situado en Europa respecto de uno situado en Asia?
15. Bajo los supuestos habituales más normalidad, construye un intervalo de confianza 95 % para el parámetro asociado a la renta (*income*) en el modelo Mod. 0.

Sección 4. Cuestiones cortas sobre caso práctico.

12. Sobre la base del criterio C_p de Mallows, ¿qué modelo seleccionarías, el Mod. 1 o el Mod. 2? Justifícalo con tus cálculos en dos líneas.
16. El Mod. 2 amplía el Mod. 1 considerando la posibilidad de que un incremento de renta (*income*)

tenga distinto efecto en distintas regiones del mundo. Con la información contenida en los estadillos de resultados de ambos modelos, contrasta la hipótesis H_0 : "Mod. 1 es correcto" frente a la alternativa "Mod. 1 es correcto".

18. En el Mod. 3 la máxima distancia de Cook, correspondiente a la observación 27 (Arabia Saudí) es de 0.6647. ¿Con qué la compararías para ver si es significativa (escoge el α que desees)? Caso de que lo fuera ¿qué indicaría? Detalla los cálculos que hagas.

17. De entre los modelos Mod. 0 a Mod. 3 selecciona el que creas más adecuado, justificando brevemente tu elección.

Sección 5. Cuestiones para desarrollar.

19. Haciendo uso de que $\hat{\epsilon} = (I - X^T X)\epsilon$ obtén la varianza del residuo i -ésimo, $\hat{\epsilon}_i$. ¿Cómo transformarías los residuos MCO para convertirlos en homoscedásticos?

20. Explica brevemente, en no más de una página, las consecuencias de errar en la especificación de un modelo de regresión, sea incluyendo regresores irrelevantes, sea omitiendo otros que deberíamos incluir.

Respuestas al examen de tipo **A**

Sección 1. Instrucciones

1. Salvo que se indique lo contrario, las preguntas bien contestadas valen un punto. Puede haber más de una respuesta correcta, y para obtener puntuación has de señalarlas todas. Preguntas que no estén bien contestadas puntúan -0.5 veces su valor.
2. Intento medir conocimientos y no agudeza visual. Inevitablemente, en un examen de este tipo hay que prestar mucha atención. Cada curso hay personas que echan a perder una nota potencialmente buena por responder temeraria o atolondradamente.

¡Por favor, fíjate bien en todos los detalles!

Te ayudará proceder por exclusión de absurdos. Si una pregunta te parece ambigua, anota brevemente la razón al margen y no la contestes.

3. La Sección 4 contiene unas pocas preguntas breves, que requieren cálculos no superiores a dos líneas: respóndelas directamente en el espacio libre.
4. La Sección 5 contiene preguntas algo más extensas: respóndelas en no más de una página cada una, en el papel blanco grapado al final de este examen.

Sección 2. Cuestiones de elección múltiple

1. El caracter de influyente de una observación (x_i, y_i) esta relacionado con:
 - (a) **La posición de x_i en el espacio generado por las columnas de X .**
 - (b) **La magnitud del elemento p_{ii} correspondiente en la diagonal de $X^T X$.**
 - (c) El tamaño de R^2 corregido.
 - (d) El estadístico C_p de Mallows.
2. Los residuos borrados:
 - (a) Siguen una distribución $N(0, 1)$.
 - (b) **Siguen una distribución t de Student con $N - p - 1$ grados de libertad.**
 - (c) Todo falso.
 - (d) Sus cuadrados siguen una distribución beta, $\beta(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}(N - p - 1))$.

3. En el modelo de regresión lineal sin restricciones de ningún tipo la insesgadez de los estimadores MCO $\hat{\beta}$ requiere como condición *sine qua non* que:

- (a) **La matriz de diseño X tenga rango completo.**
- (b) La distribución de las perturbaciones sea normal.
- (c) La varianza de las perturbaciones sea constante.
- (d) Entre los regresores se incluya una columna de “unos”.

4. Al emplear el estimador *ridge* las varianzas de los estimadores $\hat{\beta}^{(k)}$:

- (a) **Disminuyen con k .**
- (b) Aumentan con k .
- (c) No dependen de k ; dicho parámetro lo que hace es controlar el sesgo.
- (d) Estiman insesgadamente el valor del estadístico C_p .

5. El criterio conocido como C_p puede verse como un estimador aproximado de:

- (a) **El ECM de predicción.**
- (b) La varianza de los $\hat{\beta}$.
- (c) El sesgo de los $\hat{\beta}$.
- (d) El sesgo al cuadrado de los $\hat{\beta}$.

6. La maximización (o minimización) de estadísticos tales como C_p , AIC, R^2 , \bar{R}^2 da lugar a seleccionar modelos con un grado de parametrización diferente. ¿Cuál es el orden de menos a más restrictivo a la hora de incorporar un nuevo regresor?

- (a) R^2, \bar{R}^2, C_p .
- (b) \bar{R}^2, R^2, C_p .
- (c) C_p, R^2, \bar{R}^2 .
- (d) R^2, C_p, \bar{R}^2 .

7. ¿Cuál o cuales de los siguientes estadísticos son no decrecientes al incorporar nuevos regresores a un modelo?
- (a) R^2 .
 - (b) \overline{R}^2 .
 - (c) C_p .
 - (d) AIC.

8. El estimador *ridge* degenera en el estimador MCO cuando:
- (a) Los regresores son ortogonales.
 - (b) Los regresores están centrados.
 - (c) El parámetro k del que depende tiende a ∞ .
 - (d) **El parámetro k del que depende es cero.**

Sección 3. Cuestiones de elección múltiple sobre caso práctico.

Las preguntas siguientes hacen referencia al apéndice conteniendo un listado y algunos gráficos correspondientes al análisis de datos de mortalidad infantil (*infant*), renta *per capita* (*income*), ubicación (*region*) y la condición o no de productor de petróleo (*oil*) para una muestra de países.

9. Considera el modelo Mod . 0 que pone en relación la mortalidad infantil con varias potencias de la renta. ¿Hay evidencia de una relación más que lineal entre mortalidad infantil y renta?
- (a) **No**
 - (b) Sí
10. Mirando a los gráficos de diagnósticos correspondientes al Mod . 0, ¿hay evidencia de no normalidad de las perturbaciones?
- (a) **Sí**
 - (b) No
11. Sobre la base del criterio \overline{R}^2 ¿qué modelo seleccionarías, el Mod . 0 o el Mod . 1?
- (a) **El Mod . 1**
 - (b) El Mod . 0

Sección 4. Cuestiones cortas sobre caso práctico.

12. Sobre la base del criterio C_p de Mallows, ¿qué modelo seleccionarías, el Mod . 1 o el Mod . 2? Justifícalo con tus cálculos en dos líneas.

Respuesta: Para el Mod . 1,

$$C_p = \frac{92 \times 78,24^2}{78,24^2} + 2 \times 9 = 110.$$

Para el Mod . 1,

$$C_p = \frac{95 \times 77,36^2}{78,24^2} + 2 \times 6 = 104,87,$$

por lo que, en ausencia de otras consideraciones (ambos modelos semejan incumplir “aproximadamente igual” los supuestos habituales), preferiríamos el Mod . 1.

13. Si diéramos por bueno el modelo Mod . 1, a igualdad de renta y ubicación ¿qué efecto cabría atribuir a la condición de país productor de petróleo en la mortalidad infantil? Aventura una explicación de lo que digas (¿tendría sentido que, por el mero hecho de ser un país productor de petróleo, la mortalidad infantil fuera menor o mayor?).

Respuesta: El efecto atribuible según el modelo sería aumentarla en nada menos que 78,34. Aparte de que el modelo considerado dista de ser bueno, sucede que los países productores de petróleo tienen elevadas rentas *per capita* que no se traducen en unas mejores condiciones de vida de amplias capas de la población. Ello hace que la variable ficticia “oil” corrija el efecto de la renta sobre la mortalidad.

14. Si diéramos pro bueno el modelo Mod . 1, a igualdad de renta y de condición de país productor de petróleo, ¿cuanta mayor o menor mortalidad atribuye

el modelo a un país situado en Europa respecto de uno situado en Asia?

($\alpha = 0,05$, o incluso mucho mayor) no rechazaríamos la hipótesis H_0 .

17. De entre los modelos Mod . 0 a Mod . 3 selecciona el que creas más adecuado, justificando brevemente tu elección.

Respuesta: $-101,50 + 45,89 = -55,61$

15. Bajo los supuestos habituales más normalidad, construye un intervalo de confianza 95 % para el parámetro asociado a la renta (*income*) en el modelo Mod . 0.

Respuesta: $(-0,00529 \pm 0,007404 \times 1,9852)$ en que 1,9852 es el valor que deja a su derecha una cola del 2.5 % en una t de Student con 95 grados de libertad.

16. El Mod . 2 amplía el Mod . 1 considerando la posibilidad de que un incremento de renta (*income*) tenga distinto efecto en distintas regiones del mundo. Con la información contenida en los estadillos de resultados de ambos modelos, contrasta la hipótesis H_0 : “Mod . 1 es correcto” frente a la alternativa “Mod . 1 es correcto”.

Respuesta: Un criterio como C'_p , etc. no estaría aquí particularmente indicado para al comparar modelos en que la Y está medida en escalas diversas. Pero podrías complementarlo con un juicio cualitativo a la vista de los gráficos y diagnósticos que se proporcionan. Estos últimos favorecen claramente al Mod . 3, cuyos residuos tienen mucha más apariencia de normales, sus parámetros son todos significativos, no parece adolecer de problemas de heterocedasticidad ni de observaciones exageradamente influyentes que condicionen el resultado.

18. En el Mod . 3 la máxima distancia de Cook, correspondiente a la observación 27 (Arabia Saudí) es de 0.6647. ¿Con qué la compararías para ver si es significativa (escoge el α que desees)? Caso de que lo fuera ¿qué indicaría? Detalla los cálculos que hagas.

Respuesta: Para contrastar la hipótesis de interés,

$$Q_h = \frac{77,36^2 \times 95 - 78,24^2 \times 92}{78,24^2} = 0,875$$

por lo que a los niveles de significación habituales

Respuesta: Compararías con el valor dejando a su derecha una cola de tamaño α en una $\mathcal{F}_{p,N-p}$ con $p = 5$ y $N - p = 95$.

Sección 5. Cuestiones para desarrollar.

19. Haciendo uso de que $\hat{\epsilon} = (\mathbf{I} - \mathbf{X}^T \mathbf{X})\epsilon$ obtén la varianza del residuo i -ésimo, $\hat{\epsilon}_i$. ¿Cómo transformarías los residuos MCO para convertirlos en homoscedásticos?
20. Explica brevemente, en no más de una página, las consecuencias de errar en la especificación de un modelo de regresión, sea incluyendo regresores irrelevantes, sea omitiendo otros que deberíamos incluir.

1 Resultados modelos

R version 2.5.1 (2007-06-27)

Copyright (C) 2007 The R Foundation for Statistical Computing
ISBN 3-900051-07-0

R es un software libre y viene sin GARANTIA ALGUNA.
Usted puede redistribuirlo bajo ciertas circunstancias.
Escriba 'license()' o 'licence()' para detalles de distribución.

R es un proyecto colaborativo con muchos contribuyentes.
Escriba 'contributors()' para obtener más información y
'citation()' para saber cómo citar R o paquetes de R en publicaciones.

Escriba 'demo()' para demostraciones, 'help()' para el sistema on-line
o 'help.start()' para abrir el sistema de ayuda HTML con su navegador.
Escriba 'q()' para salir de R.

[Previously saved workspace restored]

```
> library(car)
```

Attaching package: 'car'

The following object(s) are masked _by_ .GlobalEnv :

Leinhardt

```
> data(Leinhardt)
> #
> #   Indices de filas con alguna observación NA
> #
> ind <- apply(Leinhardt,1,function(x) {!any(is.na(x))})
> summary(ind)
  Mode  FALSE  TRUE
logical    4   101
> mort <- Leinhardt[ind,]
> obs <- 1:nrow(mort)
> mort <- cbind(obs,mort)
```

> mort

	obs	income	infant	region	oil
Australia	1	3426	26.7	Asia	no
Austria	2	3350	23.7	Europe	no
Belgium	3	3346	17.0	Europe	no
Canada	4	4751	16.8	Americas	no
Denmark	5	5029	13.5	Europe	no
Finland	6	3312	10.1	Europe	no
France	7	3403	12.9	Europe	no
West.Germany	8	5040	20.4	Europe	no
Ireland	9	2009	17.8	Europe	no
Italy	10	2298	25.7	Europe	no
Japan	11	3292	11.7	Europe	no
Netherlands	12	4103	11.6	Europe	no
New.Zealand	13	3723	16.2	Asia	no
Norway	14	4102	11.3	Europe	no
Portugal	15	956	44.8	Europe	no
South.Africa	16	1000	71.5	Africa	no
Sweden	17	5596	9.6	Europe	no
Switzerland	18	2963	12.8	Europe	no
Britain	19	2503	17.5	Europe	no
United.States	20	5523	17.6	Americas	no
Algeria	21	400	86.3	Africa	yes
Ecuador	22	250	78.5	Americas	yes
Indonesia	23	110	125.0	Asia	yes
Iraq	24	560	28.1	Asia	yes
Libya	25	3010	300.0	Africa	yes
Nigeria	26	220	58.0	Africa	yes
Saudi.Arabia	27	1530	650.0	Asia	yes
Venezuela	28	1240	51.7	Americas	yes
Argentina	29	1191	59.6	Americas	no
Brazil	30	425	170.0	Americas	no
Chile	31	590	78.0	Americas	no
Colombia	32	426	62.8	Americas	no
Costa.Rica	33	725	54.4	Americas	no
Dominican.Republic	34	406	48.8	Americas	no
Greece	35	1760	27.8	Europe	no
Guatemala	36	302	79.1	Americas	no
Israel	37	2526	22.1	Asia	no
Jamaica	38	727	26.2	Americas	no
Lebanon	39	631	13.6	Asia	no

Malaysia	40	295	32.0	Asia	no
Mexico	41	684	60.9	Americas	no
Nicaragua	42	507	46.0	Americas	no
Panama	43	754	34.1	Americas	no
Peru	44	335	65.1	Americas	no
Singapore	45	1268	20.4	Asia	no
Spain	46	1256	15.1	Europe	no
Taiwan	47	261	19.1	Asia	no
Trinidad.and.Tobago	48	732	26.2	Americas	no
Tunisia	49	434	76.3	Africa	no
Uruguay	50	799	40.4	Americas	no
Yugoslavia	51	406	43.3	Europe	no
Zambia	52	310	259.0	Africa	no
Bolivia	53	200	60.4	Americas	no
Cameroon	54	100	137.0	Africa	no
Congo	55	281	180.0	Africa	no
Egypt	56	210	114.0	Africa	no
El.Salvador	57	319	58.2	Americas	no
Ghana	58	217	63.7	Africa	no
Honduras	59	284	39.3	Americas	no
Ivory.Coast	60	387	138.0	Africa	no
Jordan	61	334	21.3	Asia	no
South.Korea	62	344	58.0	Asia	no
Liberia	63	197	159.2	Africa	no
Moroco	64	279	149.0	Africa	no
Papua.New.Guinea	65	477	10.2	Asia	no
Paraguay	66	347	38.6	Americas	no
Philippines	67	230	67.9	Asia	no
Syria	68	334	21.7	Asia	no
Thailand	69	210	27.0	Asia	no
Turkey	70	435	153.0	Asia	no
South.Vietnam	71	130	100.0	Asia	no
Afganistan	72	75	400.0	Asia	no
Bangladesh	73	100	124.3	Asia	no
Burma	74	73	200.0	Asia	no
Burundi	75	68	150.0	Africa	no
Cambodia	76	123	100.0	Asia	no
Central.African.Republic	77	122	190.0	Africa	no
Chad	78	70	160.0	Africa	no
Dahomey	79	81	109.6	Africa	no
Ethiopia	80	79	84.2	Africa	no

Guinea	81	79	216.0	Africa	no
India	82	93	60.6	Asia	no
Kenya	83	169	55.0	Africa	no
Madagascar	84	120	102.0	Africa	no
Malawi	85	130	148.3	Africa	no
Mali	86	50	120.0	Africa	no
Mauritania	87	174	187.0	Africa	no
Niger	88	70	200.0	Africa	no
Pakistan	89	102	124.3	Asia	no
Rwanda	90	61	132.9	Africa	no
Sierra.Leone	91	148	170.0	Africa	no
Somalia	92	85	158.0	Africa	no
Sri.Lanka	93	162	45.1	Asia	no
Sudan	94	125	129.4	Africa	no
Tanzania	95	120	162.5	Africa	no
Togo	96	160	127.0	Africa	no
Uganda	97	134	160.0	Africa	no
Upper.Volta	98	82	180.0	Africa	no
Southern.Yemen	99	96	80.0	Asia	no
Yemen	100	77	50.0	Asia	no
Zaire	101	118	104.0	Africa	no

> #

> # "mort" es el subconjunto con observaciones completas

> #

> attach(mort)

The following object(s) are masked `_by_ .GlobalEnv` :

obs

> postscript(file="Mod0.eps",horizontal=FALSE,paper="a4")

> par(mfrow=c(2,2))

> #

> # ¿Depende la mortalidad infantil del nivel de renta?

> # (¿y parece asumible que la dependencia sea aproximadamente

> # lineal, o hay que considerar otro tipo de dependencia?)

> #

> Mod.0 <- lm(infant ~ poly(income,3))

> summary(Mod.0)

Call:

```
lm(formula = infant ~ poly(income, 3))
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-87.24	-42.56	-19.69	18.36	597.58

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	89.048	8.575	10.385	< 2e-16	***
poly(income, 3)1	-300.144	86.178	-3.483	0.000746	***
poly(income, 3)2	68.758	86.178	0.798	0.426901	
poly(income, 3)3	-96.428	86.178	-1.119	0.265928	

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 86.18 on 97 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.1263, Adjusted R-squared: 0.09925
F-statistic: 4.673 on 3 and 97 DF, p-value: 0.004302

```
> plot(Mod.0)
> postscript(file="Mod1.eps",horizontal=FALSE,paper="a4")
> par(mfrow=c(2,2))
> Mod.1 <- lm(infant ~ income + region + oil)
> summary(Mod.1)
```

Call:

```
lm(formula = infant ~ income + region + oil)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-155.996	-32.200	-4.436	13.651	488.819

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	1.368e+02	1.363e+01	10.042	< 2e-16	***
income	-5.290e-03	7.404e-03	-0.714	0.476685	
regionAmericas	-8.365e+01	2.180e+01	-3.837	0.000224	***
regionAsia	-4.589e+01	2.014e+01	-2.278	0.024977	*
regionEurope	-1.015e+02	3.073e+01	-3.303	0.001351	**
oilyes	7.834e+01	2.891e+01	2.710	0.007992	**

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 77.36 on 95 degrees of freedom

Multiple R-Squared: 0.3105, Adjusted R-squared: 0.2742

F-statistic: 8.556 on 5 and 95 DF, p-value: 1.015e-06

```
> plot(Mod.1)
> #
> # ¿Podría ser que la renta no tuviera el mismo efecto en
> # todos los sitios?
> #
> postscript(file="Mod2.eps",horizontal=FALSE,paper="a4")
> par(mfrow=c(2,2))
> Mod.2 <- update(Mod.1, . ~ . + region*income)
> summary(Mod.2)
```

Call:

```
lm(formula = infant ~ income + region + oil + income:region)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-145.696	-32.130	-2.578	14.856	499.414

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	130.89877	15.24429	8.587	2.14e-13	***
income	0.01958	0.02832	0.691	0.49107	
regionAmericas	-73.29506	25.82907	-2.838	0.00559	**
regionAsia	-37.48026	23.89001	-1.569	0.12011	
regionEurope	-96.24427	46.68042	-2.062	0.04205	*
oilyes	68.49022	31.15126	2.199	0.03041	*
income:regionAmericas	-0.02848	0.03102	-0.918	0.36097	
income:regionAsia	-0.02698	0.03210	-0.840	0.40289	
income:regionEurope	-0.02464	0.03124	-0.789	0.43218	

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 78.24 on 92 degrees of freedom

Multiple R-Squared: 0.317, Adjusted R-squared: 0.2576

F-statistic: 5.337 on 8 and 92 DF, p-value: 1.635e-05

```

> plot(Mod.2)
> postscript(file="Mod3.eps",horizontal=FALSE,paper="a4")
> par(mfrow=c(2,2))
> Mod.3 <- lm(log(infant) ~ log(income) + region + oil)
> summary(Mod.3)

```

Call:

```
lm(formula = log(infant) ~ log(income) + region + oil)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-1.4208	-0.3062	-0.0331	0.3091	2.4897

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	6.55210	0.34969	18.737	< 2e-16	***
log(income)	-0.33985	0.06658	-5.104	1.70e-06	***
regionAmericas	-0.54984	0.18449	-2.980	0.003657	**
regionAsia	-0.71292	0.15757	-4.524	1.75e-05	***
regionEurope	-1.03383	0.25672	-4.027	0.000114	***
oilyes	0.64021	0.22505	2.845	0.005444	**

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.5908 on 95 degrees of freedom

Multiple R-Squared: 0.6464, Adjusted R-squared: 0.6278

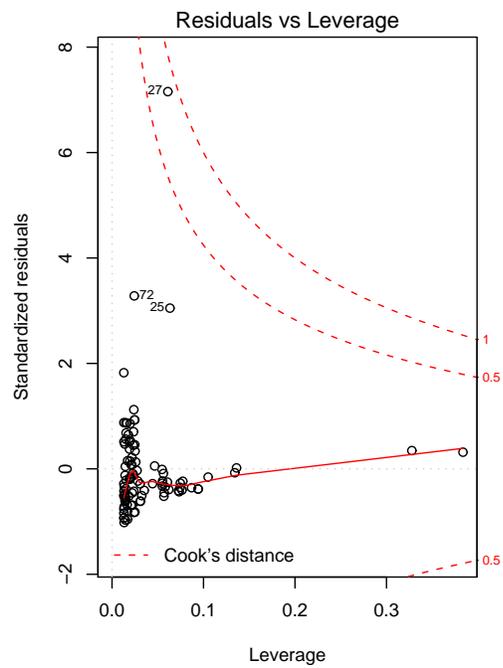
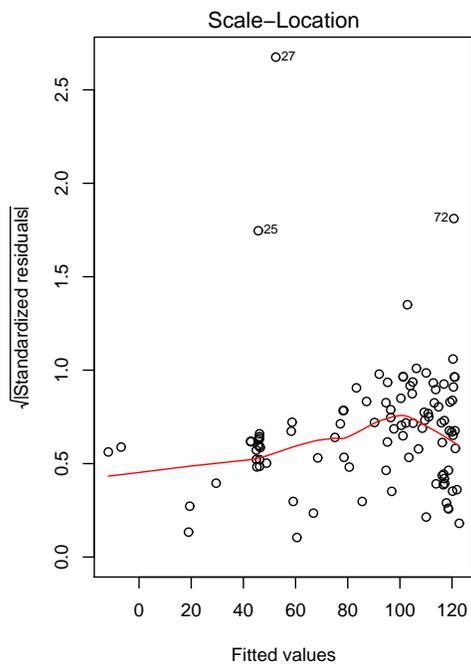
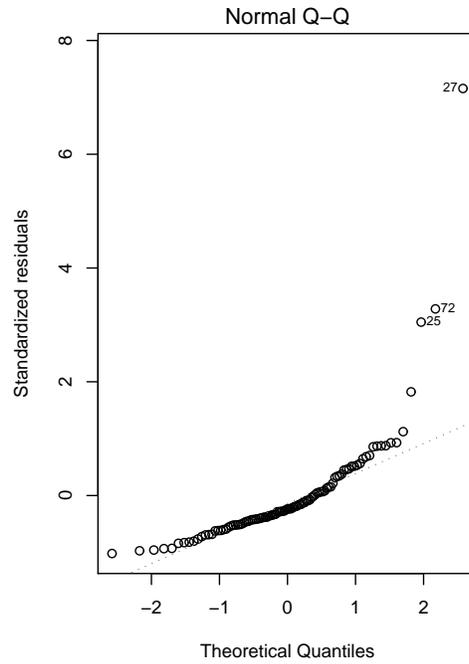
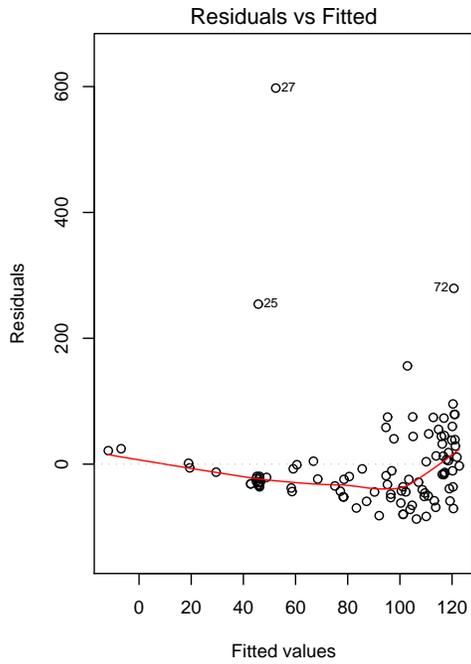
F-statistic: 34.73 on 5 and 95 DF, p-value: < 2.2e-16

```

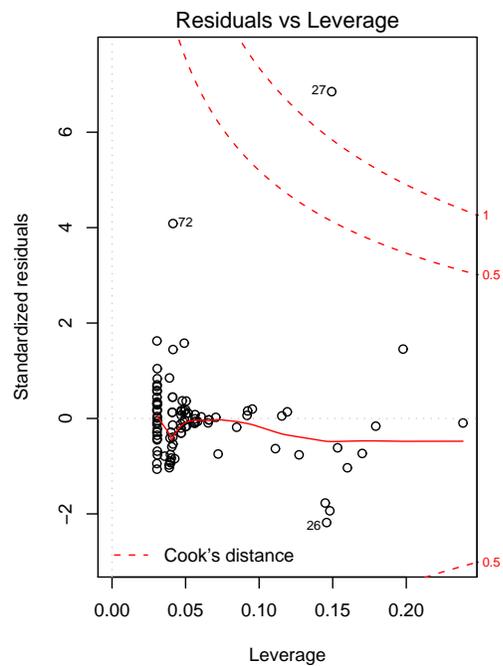
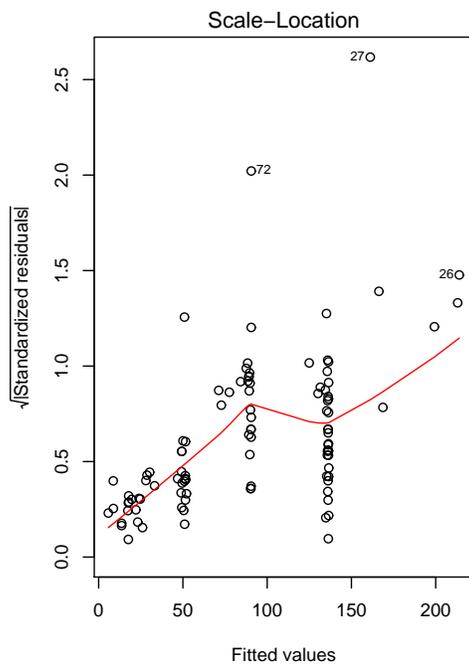
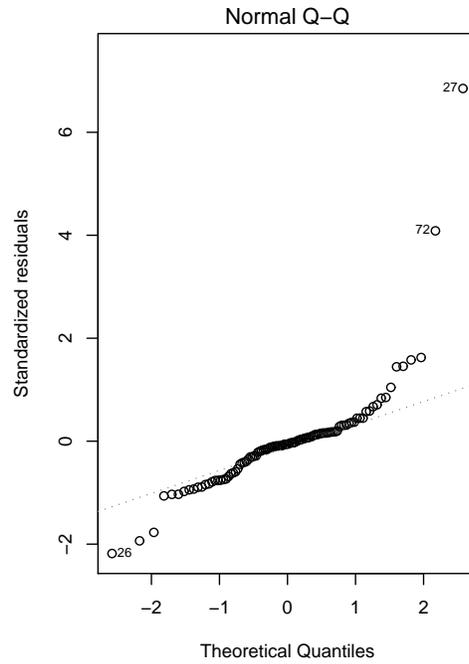
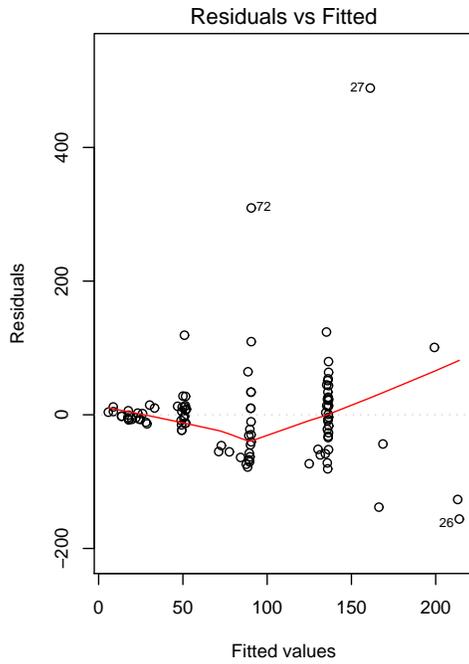
> plot(Mod.3)
>
> proc.time()
  user  system elapsed
 1.320   0.032   1.791

```

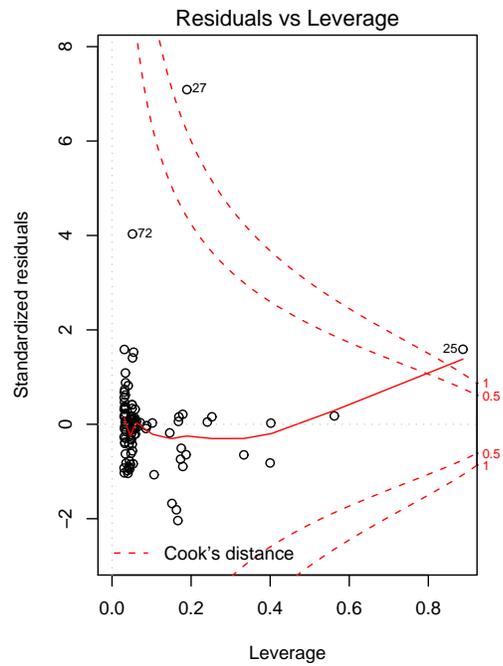
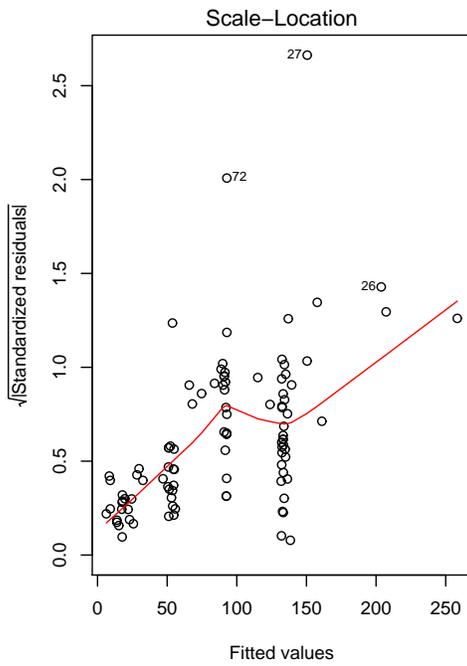
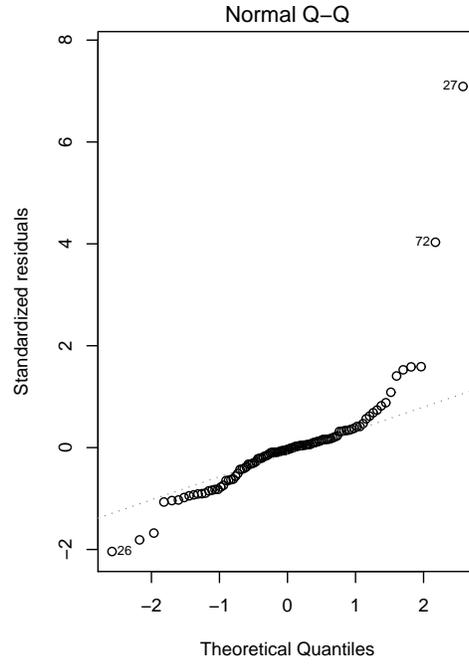
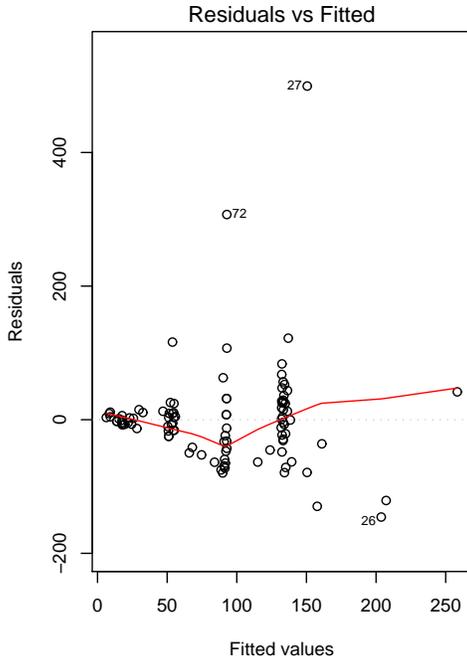
2 Diagnósticos modelo 0



3 Diagnósticos modelo 1



4 Diagnósticos modelo 2



5 Diagnósticos modelo 3

