

1. Obtén razonadamente la expresión $\sigma^2(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$ para la matriz de covarianzas de los $\hat{\beta}$.
2. Muestra que el estadístico

$$Q_h = \frac{(\text{SSE}_h - \text{SSE})/q}{\text{SSE}/N - p}$$

se reduce, en el caso particular en que la hipótesis a contrastar es $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_{p-1} = 0$, a:

$$\frac{N - p}{p - 1} \times \frac{R^2}{1 - R^2}$$

3. “Cuando una observación es muy influyente sobre uno o varios de los parámetros β , ello se manifiesta indefectiblemente en un residuo MCO grande.” Comenta la afirmación anterior.
4. Los errores de especificación —ajustar modelos que no son el “correcto”— tienen efectos diversos: es diferente ajustar un modelo con parámetros “de más” que ajustar un modelo omitiendo algún regresor. Explica brevemente cuales son las consecuencias de ambos errores.

Estadística: Modelos Lineales

Final Enero 2.005, Tipo: A

Apellidos y Nombre: _____

DNI: _____

Grupo: _____

Profesor : _____

Sección 1. Cuestiones de elección múltiple

1. ¿Qué efecto secundario nocivo tiene el incrementar k en regresión *ridge*?
 - (a) Todo falso.
 - (b) Aumentar las varianzas de los estimadores.
 - (c) Aumentar el sesgo de los estimadores.
 - (d) Hacer el cálculo más costoso.
2. ¿Cuándo es inadecuada la inclusión de una columna de “unos” entre los regresores?
 - (a) Cuando el número de grados de libertad es relativamente elevado.
 - (b) Cuando las escalas de los regresores sean muy similares.
 - (c) Cuando *sabemos* que el hiperplano de regresión pasa por el origen.
 - (d) Cuando las escalas de los regresores sean muy diferentes.
3. ¿Cuándo decimos que un modelo de Análisis de Varianza (ANOVA) con un tratamiento es equilibrado?
 - (a) Cuando no favorece a ninguna de las hipótesis estudiadas.
 - (b) Cuando cada nivel del único tratamiento considerado se ensaya el mismo número de veces..
 - (c) Cuando el número de replicaciones es superior a 1.
 - (d) Cuando la perturbación es momoscedástica.
4. ¿Cuál de los siguientes criterios es sustancialmente similar a la C_p de Mallows?
 - (a) Criterio GCV.
 - (b) Criterio AIC.
 - (c) Criterio OLS.
 - (d) Criterio R^2 corregida.
5. Cuando *añadimos* una columna de “unos” como regresor a un modelo que no la tenía, en general:
 - (a) Se modificarán las estimaciones de todos los parámetros asociados a los restantes regresores.
 - (b) Los estimadores de los restantes parámetros permanecerán inalterados.
 - (c) $\hat{\sigma}^2$ no varía.
 - (d) SSE y SSR no varían, pero SST puede hacerlo.
6. Al estimar un modelo calculas N residuos externamente *studentizados*, que, como sabes, se distribuyen como t_{N-p-1} . Sea $t_{N-p-1}^{\alpha/2}$ el cuantil de dicha distribución dejando a su derecha una probabilidad de $\alpha/2$. La probabilidad de que uno de los residuos exceda en valor absoluto de dicho valor es:
 - (a) $\alpha/2$.
 - (b) α .
 - (c) Menor que $\alpha/2$.
 - (d) Mayor que α .
 - (e) Todo falso.

7. El teorema conocido como de Gauss-Markov asegura:
- Que de entre todos los estimadores lineales e insesgados de los β , ninguno proporciona varianzas menores que el $\hat{\beta}$ mínimo-cuadrático.
 - Que de entre todos los estimadores lineales e insesgados de los β , ninguno proporciona varianzas menores que el $\hat{\beta}$ mínimo-cuadrático, con la única excepción del estimador *ridge*.
 - Que no hay ningún estimador, ni siquiera no lineal, de domine en términos de ECM al MCO.
 - Que de entre todos los estimadores lineales de los β , ninguno proporciona varianzas menores que el $\hat{\beta}$ mínimo-cuadrático.
8. La distancia de Cook se calcula:
- Para cada observación.
 - Para el modelo estimado en su conjunto.
 - Para cada regresor
 - Nada de lo anterior.
9. El criterio C_p de Mallows calcula para cada modelo candidato el estadístico:
- $SSE + 2p$.
 - $\frac{SSE}{\sigma^2} + 2p$.
 - $\frac{SSE}{\sigma^2} + 2p$.
 - Todo falso.
10. Un modelo está jerárquicamente bien estructurado. . .
- Cuando el número de grados de libertad es máximo.
 - Cuando incluye columna de “unos”.
 - Cuando verifica restricciones de marginalidad: la ausencia de un efecto implica la de todas las interacciones en las que dicho efecto tomaría parte.
 - Cuando el diseño es ortogonal y equilibrado.

Respuestas al examen de tipo A

Sección 1. Cuestiones de elección múltiple

1. ¿Qué efecto secundario nocivo tiene el incrementar k en regresión *ridge*?
 - (a) Todo falso.
 - (b) Aumentar las varianzas de los estimadores.
 - (c) **Aumentar el sesgo de los estimadores.**
 - (d) Hacer el cálculo más costoso.
2. ¿Cuándo es inadecuada la inclusión de una columna de “unos” entre los regresores?
 - (a) Cuando el número de grados de libertad es relativamente elevado.
 - (b) Cuando las escalas de los regresores sean muy similares.
 - (c) **Cuando sabemos que el hiperplano de regresión pasa por el origen.**
 - (d) Cuando las escalas de los regresores sean muy diferentes.
3. ¿Cuándo decimos que un modelo de Análisis de Varianza (ANOVA) con un tratamiento es equilibrado?
 - (a) Cuando no favorece a ninguna de las hipótesis estudiadas.
 - (b) **Cuando cada nivel del único tratamiento considerado se ensaya el mismo número de veces..**
 - (c) Cuando el número de replicaciones es superior a 1.
 - (d) Cuando la perturbación es momoscedástica.
4. ¿Cuál de los siguientes criterios es sustancialmente similar a la C_p de Mallows?
 - (a) Criterio GCV.
 - (b) **Criterio AIC.**
 - (c) Criterio OLS.
 - (d) Criterio R^2 corregida.
5. Cuando *añadimos* una columna de “unos” como regresor a un modelo que no la tenía, en general:
 - (a) **Se modificarán las estimaciones de todos los parámetros asociados a los restantes regresores.**
 - (b) Los estimadores de los restantes parámetros permanecerán inalterados.
 - (c) $\hat{\sigma}^2$ no varía.
 - (d) SSE y SSR no varían, pero SST puede hacerlo.
6. Al estimar un modelo calculas N residuos externamente *studentizados*, que, como sabes, se distribuyen como t_{N-p-1} . Sea $t_{N-p-1}^{\alpha/2}$ el cuantil de dicha distribución dejando a su derecha una probabilidad de $\alpha/2$. La probabilidad de que uno de los residuos exceda en valor absoluto de dicho valor es:
 - (a) $\alpha/2$.
 - (b) α .
 - (c) Menor que $\alpha/2$.
 - (d) **Mayor que α .**
 - (e) Todo falso.

7. El teorema conocido como de Gauss-Markov asegura:
- Que de entre todos los estimadores lineales e insesgados de los β , ninguno proporciona varianzas menores que el $\hat{\beta}$ mínimo-cuadrático.**
 - Que de entre todos los estimadores lineales e insesgados de los β , ninguno proporciona varianzas menores que el $\hat{\beta}$ mínimo-cuadrático, con la única excepción del estimador *ridge*.
 - Que no hay ningún estimador, ni siquiera no lineal, de domine en términos de ECM al MCO.
 - Que de entre todos los estimadores lineales de los β , ninguno proporciona varianzas menores que el $\hat{\beta}$ mínimo-cuadrático.
8. La distancia de Cook se calcula:
- Para cada observación.**
 - Para el modelo estimado en su conjunto.
 - Para cada regresor
 - Nada de lo anterior.
9. El criterio C_p de Mallows calcula para cada modelo candidato el estadístico:
- $SSE + 2p$.
 - $\frac{SSE}{\sigma^2} + 2p$.
 - $\frac{SSE}{\sigma^2} + 2p$.
 - Todo falso.
10. Un modelo está jerárquicamente bien estructurado. . .
- Cuando el número de grados de libertad es máximo.
 - Cuando incluye columna de “unos”.
 - Cuando verifica restricciones de marginalidad: la ausencia de un efecto implica la de todas las interacciones en las que dicho efecto tomaría parte.**
 - Cuando el diseño es ortogonal y equilibrado.