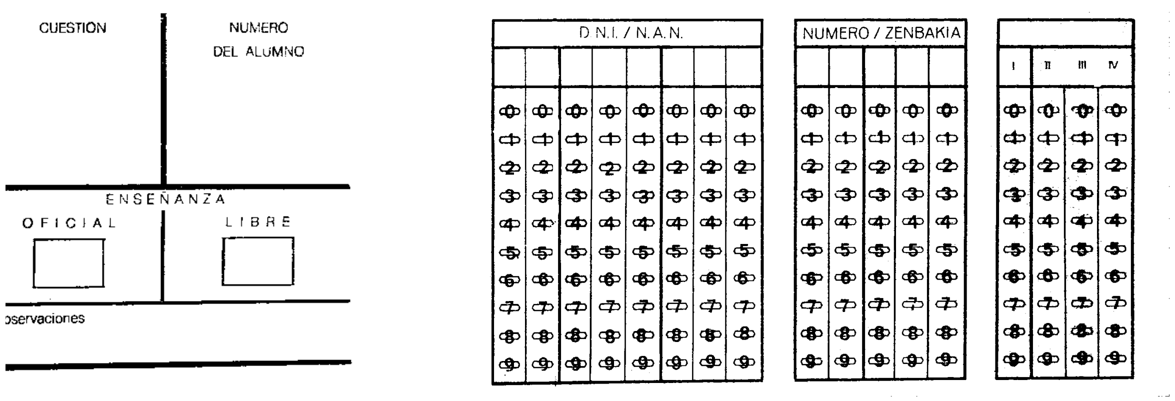
ENPRESA-ESTATISTIKA - Bigarren maila (E.A.Z.L.) 2007-2008 Ikasturtea
Otsailako azterketa. 08-02-04

OHARRAK

1. Examina, ematen zaizuen kodifikazio orrian erantzuten diren galderaz osaturik dago eta orri desberdinetan erantzuten diren problemetaz.
2. Erantzun bat aukeratzeko, **nahikoa da aukeratutako letra gainean dagoen errektanguluan, behar den bezala marra bat egitea**, kodifikazio orrian. Lehenengo pentsatu, nahiz eta atzindu ahal izan (arkatzaz idazten baduzu) ez da aholkagarria. AHOLKUA: Egokiak iruditzen zaizkizuen erantzunak examina paperean seinalatu eta ematen diren azken hamar minututan kodifikazio orrira pasatu.
3. Aukera anizkoitza duten galderetan beti dago egokia den **bakar bat**. Zuzen erantzuten den galdera bakoitzak puntu bat balio du, gaizki erantzuten direnek 0.2ko penalizazioa dute . Erantzuten ez diren galderek ez dute penalizaziorik.
4. A, B eta C problema bakoitza, paper ezberdinetan erantzun behar dira. Examinaren bilketa mailaz maila izango da, arbelan jarriko diren momentuetan; lehenengo kodifikazio orria, eta gero A, B eta C problemak ordena honetan.
5. Azterketaren formularioak sei orri ditu, behe partean zenbakiz hornituta (0.1etik 0.6ra). Ziurtatu guztiak hartzen dituzula eta kexa zaitez zure formularioa ezosoa balitz. Azterketa mota ezberdinak daude. Hau 0 motakoa da; jarri 0 bat zure kodifikazio orriaren I zutabean, adibidean bezala.
6. Guztira 30 eta 30 puntu lor daitezke galdera eta problemetan, hurrenez hurren. Beharrezkoak dira 15 eta 15 puntu atal bakoitzean azterketa gainditzeko. 14 erantzun edo gehiago dituzten galdera-sortek konpensa daitezke puntuazio oso ona ateratzen bada problemetan.
7. Bete itzazu zure datuak kodifikazio orrian eta ematen diren paperetan. Deialditan (II. zutabea) egin dituzun deialdien kopurua jarriko duzu, hau ere kontutan hartuz.

Adibidea:

$\underbrace{12545}$ JAUREGI, Aitor Azterketa mota $\underbrace{0}$ Deialdiak



GALDERAK (Iraupena: ordu 1 eta 30 minutu)

1. **OPARI-GALDERA.** Zein da Espainiako hiriburua?

   (A) Paris (B) Sebastopol (C) Madrid (D) Londres (E) Pekin

Hurrengo adierazburua 2tik 4ra doazen galderei dagokie:

Mezuak banatzen dituen enpresa batean banatzen diren mezuen %80a betiko bezeroenak dira.

2. Enpresa horrek 15 mezu banatzen baditu, horien artean zehazki zazpi betiko bezeroenak izateko probabilitatea hau da:

   (A) 0.9958 (B) 0.0034 (C) 0.8358 (D) 0.0001 (E) 0.0139

3. Enpresak 15 mezu banatzen baditu, gutxienez horietako hamar betiko bezeroenak izateko probabilitatea honako hau da:

   (A) 0.8358 (B) 0.9819 (C) 0.9389 (D) 0.1031 (E) 0.1876

4. Enpresak 100 mezu banatzen baditu, gehienez horietako 76 betiko bezeroenak izateko probabilitatea, gutxi gorabehera, honako hau da:

   (A) 0.8809 (B) 0.1894 (C) 0.1020 (D) 0.8413 (E) 0.8106

Hurrengo adierazburua 5 eta 6 galderei dagokie:

Izan bedi X a.a. bat Poisson banaketarekin non $P(X = 3) = P(X = 4)$ den.

5. Banaketa horren moda edo modak dira:

   (A) 4 (B) 3 eta 4 (C) 3 (D) 2 eta 3 (E) 4 eta 5

6. $P(X > 6)$ da, gutxi gorabehera:

   (A) 0.11 (B) 0.79 (C) 0.05 (D) 0.21 (E) 0.89

7. $X_1, \ldots, X_{50}$ l.a.b. bat dugu, bariantza 4 duen Poisson banaketatik lortutakoa. $Y = \sum_{i=1}^{50} X_i$ a.a. definitzen da, orduan $P(Y > 180)$ izango da, gutxi gorabehera:

   (A) 0.9474 (B) 0.0838 (C) 0.5080 (D) 0.0526 (E) 0.9162

Hurrengo adierazburua 8tik 10era doazen galderei dagokie:

Izan bitez $X_1, X_2, \cdots, X_{50}$ a.a. independenteak eta denak $\gamma(0.50, 1)$ banaketarekin.

8. X_3 aldagai aleatorioak 2 baino handiagoa izateko probabilitatea hau da:

   (A) 0.3679 (B) 0.1353 (C) 0.6065 (D) 0.8647 (E) 0.6321

9. $Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ a.a. definitzen da. Y a.a.-aren probabilitate banaketa hau da:

   (A) $\gamma(50, 50)$ (B) χ^2_{50} (C) $\gamma(0.50, 100)$ (D) $\gamma(0.50, 50)$ (E) χ^2_{25}

10. Limitearen teorema zentrala erabiliz, Y a.a. 130 baino handiagoa izateko probabilitatea, gutxi gorabehera, hau da:

(A) 0.5025 (B) 0.9830 (C) 0.4207 (D) 0.5793 (E) 0.0170

11. Izan Bedi $\{X_n\}_{n\in\mathcal{N}}$ a.a.-en segida bat $N(0,\sigma^2=1+1/n^2)$ banaketarekin. $N(m,\sigma^2)$ banaketa normal baten funtzio karakteristikoa $\psi_n(u)=e^{ium-\frac{\sigma^2u^2}{2}}$ bada, segida horrek konbergitzen du:

(A) banaketan $N(0,1)$ a.a.-ra

(B) banaketan $X=1$-era

(C) banaketan $N(0,2)$ a.a.-ra

(D) banaketan $X=0$-ra

(E) Dena gezurrezkoa

12. Izan Bedi $\{X_n\}_{n\in\mathcal{N}}$ a.a.-en segida bat hurrengo zenbatasun funtzioarekin:

$$P_n(x)=\begin{cases}\frac{3}{4}-\frac{1}{n}, & x=-\frac{1}{n^2}\text{bada}\\ \frac{1}{n}, & x=0 \text{ bada}\\ \frac{1}{4}, & x=\frac{1}{n^2} \text{ bada}\end{cases}$$

Segidak konbergitzen du:

(A) bakarrik banaketan $X=0$-ra

(B) banaketan eta probabilitatean $X=\frac{3}{4}$-ra

(C) banaketan eta probabilitatean $X=0$-ra

(D) bakarrik banaketan $X=\frac{3}{4}$-ra

(E) Dena gezurrezkoa

13. Izan bedi X a.a. bat $\gamma(1,5)$ banaketarekin. $Y=2X$ aldagaiaren banaketa hau da:

(A) $\gamma(2,10)$ (B) $\gamma(\frac{1}{2},10)$ (C) $\gamma(2,5)$ (D) χ^2_5 (E) χ^2_{10}

14. Izan bedi X a.a. bat banaketa esponentzialarekin, batezbestekoa 2 izanik. Orduan $P(X\leq 4)$ izango da:

(A) 0.1353 (B) 0.0003 (C) 0.0183 (D) 0.9997 (E) 0.8647

15. Izan bedi X a.a. bat t_n, n askatasun gradu dituen Student t, banaketarekin. Orduan, hurrengoa egiaztatzen da:

(A) $t_{n,\alpha}>t_{n,\frac{\alpha}{4}}$ (B) $t_{n,\alpha}=-t_{n,1-\alpha}$ (C) $t_{n,\alpha}>t_{n,\frac{\alpha}{2}}$ (D) $t_{n,\frac{\alpha}{2}}>t_{n,\frac{\alpha}{4}}$ (E) $t_{n,\alpha}=t_{n,1-\alpha}$

16. Izan bedi X a.a. bat hurrengo dentsitate funtzioarekin:

$$f(x,\theta)=\frac{1}{2^{\frac{\theta}{2}}\Gamma(\frac{\theta}{2})}\,x^{\frac{\theta}{2}-1}\,e^{-\frac{x}{2}},\ x>0,\ \theta>0$$

θ parametroa estimatzeko n tamainuko l.a.b. bat hartu da: $X_1,\ldots,X_n$. θ-rentzat estatistiko nahiko bat hurrengoa da:

(A) $\sum_{i=1}^n X_i$ (B) $\prod_{i=1}^n X_i$ (C) $\prod_{i=1}^n \ln X_i$ (D) $\prod_{i=1}^n\left(\frac{1}{X_i}\right)$ (E) $\sum_{i=1}^n X_i^2$

Hurrengo adierazburua 17 eta 18 galderei dagokie:

Izan bedi X a.a. bat $\gamma(a,r)$ banaketarekin; hau da, hurrengo dentsitate funtzioarekin:

$$f(x;a,r) = \frac{a^r}{\Gamma(r)}\, x^{r-1}e^{-ax}, \quad x>0,\ a,r>0$$

Demagun a parametroa ezaguna dela eta n tamainuko l.a.b. bat hartu dela r parametroa estimatzeko.

17. r parametroaren estimatzailea momentuen metodoarekin, $\hat{r}_{MM}$, hau da:

(A) $\overline{X}$ (B) $\frac{\overline{X}}{a}$ (C) $a\overline{X}$ (D) $\frac{a}{\overline{X}}$ (E) $\frac{1}{\overline{X}}$

18. Estimatzaile hau alboragabea da?

(A) Bai (B) - (C) - (D) - (E) Ez

Hurrengo adierazburua 19 eta 20 galderei dagokie:

Izan bedi X a.a. bat hurrengo zenbatasun funtzioarekin:

$$P(X=0)=2\theta; \quad P(X=1)=\frac{1}{2}-\theta; \quad P(X=-1)=\frac{1}{2}-\theta.$$

θ parametroa estimatzeko n tamainuko l.a.b. bat hartu da eta bertan hiru zero irten dira.

19. θ-ren estimazioa egiantz handienen metodoarekin honako hau da:

(A) $\frac{3}{n}$ (B) $\frac{3}{2n}$ (C) $\frac{n-3}{2n}$ (D) $\frac{n-3}{n}$ (E) $\frac{1}{n}$

20. θ-ren estimazioa momentuen metodoarekin honako hau da:

(A) $\frac{n-3}{2n}$ (B) $\frac{3}{2n}$ (C) $\frac{1}{n}$ (D) $\frac{n-3}{n}$ (E) $\frac{3}{n}$

Hurrengo adierazburua 21etik 23ra doazen galderei dagokie:

Izan bedi $b(\theta)$ bitar banaketa duen populazio batetik lortutako $X_1,\ldots,X_n$ l.a.b. bat. θ parametroa estimatzeko hurrengo estimatzailea proposatzen da:

$$\hat{\theta} = \frac{2X_1+X_2+\cdots+X_{n-1}+2X_n}{n+2}$$

21. $\hat{\theta}$ estimatzailearen alborapena hau da:

(A) $n\theta$ (B) $\frac{1}{n}$ (C) $-\frac{\theta}{n}$ (D) $\frac{2\theta}{n}$ (E) 0

22. $\hat{\theta}$ estimatzailearen bariantza hau da:

(A) $\frac{\theta(1-\theta)}{n}$ (B) $\frac{1}{(n+2)^2}$ (C) $\frac{(n+6)\theta(1-\theta)}{(n+2)^2}$ (D) $\frac{2\theta(1-\theta)}{n}$ (E) $\frac{n\theta(1-\theta)}{(n+2)^2}$

23. $\hat{\theta}$ estimatzailea tinkoa da?

(A) Ez (B) Ezin da zehaztu (C) Bai (D) - (E) -

Hurrengo adierazburua 24tik 26ra doazen galderei dagokie:

Populazio baten probabilitate banaketa $\gamma(a=2,r)$ den hipotesi nulua, $\gamma(a=4,r)$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi da, hau da, r parametroa berdina da banaketa bietan. Gogora ezazu $\gamma(a,r)$ banaketaren dentsitate funtzioa hurrengoa dela:

$$f(x;a,r)=\frac{a^r}{\Gamma(r)}\,x^{r-1}e^{-ax},\quad x>0,\ a,r>0$$

Horretarako aipatutako populaziotik elementu bakarreko lagina hartu da (hau da, X datua dugu).

24. Xentzat eskualde kritikorik potenteenaren itxura hurrengoa da:

(A) $[K,+\infty]$ (B) $[0,K]$ (C) Dena gezurrezkoa (D) $[K_1,K_2]^c$ (E) $[K_1,K_2]$

25. $r=1$ eta $x=0.05$ badira, zein izango litzateke erabakia 0.05 esangura mailarekin?

(A) - (B) H_0 ez baztertu (C) - (D) - (E) H_0 baztertu

26. Eta zein izango litzateke, aipatutako esangura maila horrekin, kontrastearen potentzia gutxi gorabehera?

(A) 0.10 (B) 0.95 (C) 0.85 (D) 0.05 (E) 0.90

Hurrengo adierazburua 27tik 30ra doazen galderei dagokie:

Indibiduo bat Nintendo DS Light erosteko prest dago. Erosketa egin aurretik 31 dendetan prezioa galdetzen du, laginaren batezbesteko prezioa 150 eurotakoa da eta laginaren desbidazio tipikoa 10 euro. Banaketa normala da.

27. %95 konfidantza mailarekin Nintendo DS Light baten batezbesteko prezioa hurrengo tartean dago:

(A) (146.90, 153.10) (B) (147.50, 152.50) (C) (146.28, 153.72)
(D) (145.70, 154.30) (E) (144.60, 155.40)

28. %95 konfidantza mailarekin Nintendo DS Light baten prezioaren bariantza hurrengo tartean dago:

(A) (65.96, 184.52) (B) (70.78, 167.57) (C) (31.55, 92.15.)
(D) (63.83, 178.57) (E) (6.60, 18.45)

29. %5 esangura mailarekin Nintendo DS Light baten batezbesteko prezioa $m=140$ den hipotesi nulua kontrastatu nahi da, kontrastearen erabakia hau da:

(A) hipotesi nulua ez baztertu (B) - (C) hipotesi nulua baztertu (D) - (E) -

30. %5 esangura mailarekin Nintendo DS Light baten prezioaren bariantza $\sigma^2=170$ den hipotesi nulua kontrastatu nahi da, kontrastearen erabakia hau da:

(A) hipotesi nulua baztertu (B) - (C) - (D) - (E) hipotesi nulua ez baztertu

PROBLEMAK (Denbora: 75 minutu)

A. (10 puntu, 25 minutu)

Irakasgai bateko noten probabilitate banaketak irakasleek proposatzen duten eredu teoriko bat jarraitzen duela kontrastatu nahi da. Eredu teorikoa hau da: $P(\text{gutxiegi}) = 0.40$, $P(\text{nahiko}) = 0.35$, $P(\text{oso ongi}) = 0.20$, $P(\text{bikain}) = 0.03$ eta $P(\text{Ohorezko Matrikula}) = 0.02$. Helburu horrekin aurreko ikasturtetako 400 ikasleen notekin osatutako l.a.b. bat hartu da, eta ikasle horiek noten arabera sailkatu dira. Horrela, 400 ikasle horien artean, 180k gutxiegi atera dute, 130k nahikoa lortu dute, 70ek oso ongi, 14k bikain eta 6 bakarrik ohorezko matrikula.

i) Zein kontraste mota garatuko zenuke?

ii) %5 esangura mailarekin, zein izango da kontrastearen erabakia?

B. (10 puntu, 25 minutu)

Izan bitez $X_1, \ldots, X_n$ a.a. independenteak non $X_1 \in N(k_1\theta, \sigma^2)$, $X_2 \in N(k_2\theta, \sigma^2), \ldots, X_n \in N(k_n\theta, \sigma^2)$ diren, denak $\sigma^2 > 0$ bariantza ezagunarekin eta $k_i > 0$, $i = 1, \ldots, n$ konstanteak ere ezagunak dira.

Gogora ezazu $N(m, \sigma^2)$ banaketaren dentsitate funtzioa honako hau da:

$$f(x; m, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\, e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

i) Lor ezazu θ parametroaren estimazioa egiantz handienen metodoa aplikatuz.

ii) Aipatutako estimatzaile hori alboragabea da? Zeintzuk dira behar dituzun baldintza edo baldintzak estimatzaile hau tinkoa izan dadin? Oharra: Azken galdera honi erantzuteko estimatzailearen bariantza lortu behar duzu.

C. (10 puntu, 25 minutu)

Hurrengo taulak X aldagai diskretuaren probabilitate banaketa biltzen du hipotesi nulupean ($P_0(x)$) eta hipotesi alternatibopean ($P_1(x)$).

X	0	1	2	3	4	5	6
$P_0(x)$	0.10	0	0.05	0.05	0.10	0.40	0.30
$P_1(x)$	0.30	0.20	0.15	0	0.20	0.05	0.10

$n = 1$ tamainuko l.a.b. bat dugu $H_0 : P(x) = P_0(x)$ hipotesi nulua, $H_1 : P(x) = P_1(x)$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatzeko.

i) Barneratuko zenuke $X = 1$ puntua eskualde kritikoan? Azal ezazu.

ii) Barneratuko zenuke $X = 3$ puntua eskualde kritikoan? Azal ezazu.

iii) %10 esangura mailarekin lor ezazu kontraste horrentzat eskualde kritikorik potenteena erantzuna arrazoituz. **Oharra**: Galdera hau erantzun aurretik gogoratu aurreko ataletan erantzundakoa.