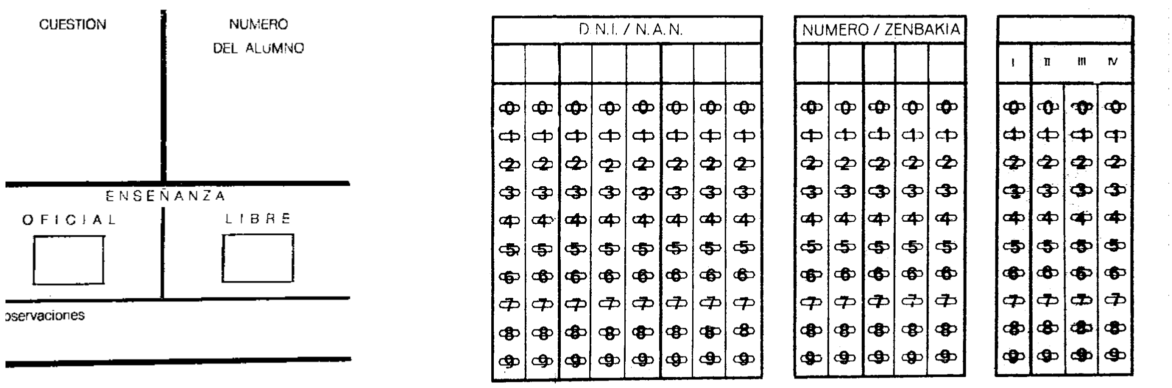
INSTRUCCIONES

1. El examen consta de cuestiones, que se responden sobre la hoja de codificación proporcionada, y problemas, que se responden en papel aparte.
2. Para escoger una respuesta, basta efectuar una marca **rellenando debidamente el rectángulo sobre el que está la letra escogida** en la hoja de codificación. Piénsalo antes; aunque puedes borrar si escribes con lápiz (número 2 o similar), marcas que no estén perfectamente borradas pueden ser leídas. Te aconsejamos que señales sobre el formulario de examen las respuestas que te parezcan adecuadas, y emplees los últimos diez minutos del tiempo asignado en transcribirlas a la hoja de codificación.
3. Hay siempre, en las preguntas de elección múltiple, una **única** respuesta correcta. Todas las cuestiones correctamente resueltas valen 1 punto mientras que las fallidas suponen una penalización de 0.2 puntos. Las preguntas no contestadas no suponen penalización.
4. Cada uno de los problemas, A, B y C debe responderse en una hoja de papel diferente. La recogida se producirá escalonadamente, en los momentos que constarán en la pizarra; primero, la hoja de codificación, y luego los problemas A, B, y C en este orden.
5. El formulario de examen tiene seis hojas numeradas correlativamente al pie (del 0.1 al 0.6). Cerciórate de recibirlas todas, y reclama si tu formulario fuera incompleto. Hay distintos tipos de examen. Este es del tipo 0; marca un 0 en la columna I de tu hoja de codificación, como en el ejemplo.
6. Los puntos obtenibles en cuestiones y problemas son 30 y 30 respectivamente. Son precisos 15 y 15 para superar el examen. Cuestionarios con puntuaciones iguales o superiores a 14 pueden en algún caso ser compensados por una buena nota en los problemas.
7. Rellena tus datos en la hoja de codificación y pliegos de papel suministrados. En "Convocatorias" (columna II) pondrás el número de convocatorias consumidas *incluyendo ésta.*

Ejemplo:

$\underbrace{12545}$ PEREZ, Ernesto Examen tipo $\underbrace{\ 0\ }$ Convocatorias



CUESTIONES (Duración: 1 hora 40 minutos)

1. **PREGUNTA–REGALO.** La capital de España es:

   (A) París (B) Sebastopol (C) Madrid (D) Londres (E) Pekín

Las cuestiones 2 a 5 hacen referencia al siguiente enunciado:

La probabilidad de que un electrodoméstico de determinada marca que se vende en una tienda especializada se averíe dentro del periodo de garantía es 0.05. Cuando eso sucede, el vendedor deberá reponer el aparato y, si el segundo se vuelve a averiar dentro de ese periodo, no lo repone, sino que indemniza al comprador con el dinero por el valor del electrodoméstico. Se asume independencia entre todos los electrodomésticos.

2. Si dicho vendedor vende 10 electrodomésticos de este tipo, la probabilidad de que deba reponer al menos uno de ellos es:

   (A) $(0.95)^{10}$ (B) $1-(0.95)^{10}$ (C) $1-(0.05)^{10}$ (D) $(0.05)(0.95)^9$ (E) $(0.05)^{10}$

3. Si vende 65 electrodomésticos, la probabilidad de que deba reponer exactamente 2 aparatos es:

   (A) 0.79 (B) 0.42 (C) 0.21 (D) 0.58 (E) 0.80

4. Si se sabe que se ha debido reponer 2 electrodomésticos, la probabilidad de que deba indemnizar sólo por uno de ellos es:

   (A) 0.9525 (B) 0.0475 (C) 0.9500 (D) 0.0500 (E) 0.0950

5. Si vende 500 electrodomésticos, la probabilidad aproximada de que deba reponer como mucho 20 aparatos es:

   (A) 0.2475 (B) 0.6614 (C) 0.7525 (D) 0.8212 (E) 0.1788

Las cuestiones 6 a 8 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sean $X_1, \ldots, X_4$ variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 2$. Se define otra v.a. como $Z = \sum_{i=1}^{4} X_i$.

6. $P(Z \leq 6)$ es:

   (A) 0.3134 (B) 0.1912 (C) 0.4530 (D) 0.6866 (E) 0.1220

7. La(s) moda(s) de la v.a. Z es:

   (A) Sólo 7 (B) 7 y 8 (C) Sólo 8 (D) 8 y 9 (E) Sólo 9

8. Si definimos la v.a. $\overline{X} = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} X_i$, la distribución exacta de esta v.a. es:

   (A) $\mathcal{P}(2)$ (B) Todo falso (C) $N(m=2, \sigma^2 = 2/\sqrt{4})$ (D) $\mathcal{P}(4)$ (E) $N(m=2, \sigma^2=2)$

9. Sea $\{X_n\}_{n\in\mathcal{N}}$ una sucesión de variables aleatorias asociada a los resultados en el lanzamiento de una moneda regular; es decir, $X_n = 1$ si sale cara y $X_n = 0$ si sale cruz, ambas cosas con probabilidad $p = q = \frac{1}{2}$. La sucesión converge:

   (A) En distribución a $X = \frac{1}{2}$

(B) En probabilidad a $X = 0$

(C) En distribución a una v.a. binaria de probabilidad $\frac{1}{2}$

(D) En probabilidad a $X = 1$

(E) Todo falso

10. Sea $\{X_n\}_{n\in\mathcal{N}}$ una sucesión de variables aleatorias con función de distribución dada por

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0 \\ nx, & \text{si } 0 \leq x < \frac{1}{n} \\ 1, & \text{si } x \geq \frac{1}{n} \end{cases}$$

Entonces se verifica que la sucesión converge:

(A) En distribución a $X = 2$ (B) En distribución a $X = 3$ (C) No converge
(D) En distribución a $X = 0$ (E) En distribución a $X = 1$

Las cuestiones 11 y 12 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sean $X_1, \ldots, X_5$ cinco v.a. independientes e idénticamente distribuidas con distribución $\gamma(0.25, 1)$.

11. La distribución de la v.a. $Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$ es:

(A) $\gamma(1.25, 5)$ (B) $\exp(\lambda = 1.25)$ (C) $\chi^2_{\overline{10}|}$ (D) $\gamma(0.25, 5)$ (E) $\exp(\lambda = 0.25)$

12. La distribución de la v.a. $\overline{X} = (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)/5$ es:

(A) $\chi^2_{\overline{10}|}$ (B) $\exp(\lambda = 1.25)$ (C) $\exp(\lambda = 0.25)$ (D) $\gamma(0.25, 5)$ (E) $\gamma(1.25, 5)$

13. Sea X una variable aleatoria con distribución t de Student con n grados de libertad, $t_{\overline{n}|}$. Entonces $P(t_{\overline{n}|1-4\alpha} < X < t_{\overline{n}|3\alpha})$ es:

(A) $1 - 7\alpha$ (B) $1 - 3\alpha$ (C) 7α (D) $1 - 4\alpha$ (E) Todo falso

14. Sea X una v.a. normal con media cero y varianza $a > 0$. El valor de $P(X^2 < 1.32a)$ es:

(A) 0.25 (B) 0.91 (C) 0.84 (D) 0.09 (E) 0.75

15. Sea X una variable aleatoria con distribución $\mathcal{F}_{9,12}$. Entonces el valor aproximado de k, $k > 0$ tal que $P(X > k) = 0.90$ es:

(A) 0.33 (B) 2.38 (C) 3.07 (D) 5.11 (E) 0.42

Las cuestiones 16 a 18 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a.s. tomada de una población con función de cuantía:

$$P(1) = P(2) = \theta, \quad P(3) = 1 - 2\theta$$

16. El estimador de θ por el método de momentos es:

(A) $\overline{X}$ (B) $\frac{2\overline{X}-3}{6}$ (C) Todo falso (D) $\frac{3-\overline{X}}{3}$ (E) $\frac{\overline{X}+1}{4}$

17. ¿Es este estimador insesgado?

(A) No (B) - (C) Sí (D) - (E) -

18. ¿Es este estimador consistente?

(A) - (B) - (C) No (D) Sí (E) -

Las cuestiones 19 a 22 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea X una v.a. con distribución $\gamma(a, r)$; es decir, con función de densidad

$$f(x; a, r) = \frac{a^r}{\Gamma(r)} x^{r-1} e^{-ax}, \qquad x > 0, \qquad a, r > 0$$

y $X_1, \ldots, X_n$ una m.a.s. de tamaño n procedente de dicha distribución.

19. Si el valor de a es conocido, el estimador por el método de momentos de r es:

(A) $\dfrac{\overline{X}}{a}$ (B) $\dfrac{\overline{X}}{2}$ (C) $\overline{X}$ (D) $a\overline{X}$ (E) $\dfrac{a}{\overline{X}}$

20. Si el valor de r es conocido, el estimador por el método de momentos de a es:

(A) $\overline{X}$ (B) $\dfrac{\overline{X}}{2}$ (C) $\dfrac{1}{\overline{X}}$ (D) $\dfrac{r}{\overline{X}}$ (E) $\dfrac{\overline{X}}{r}$

21. La esperanza matemática del estimador por el método de momentos de a en la cuestión anterior es:

(A) $\mathrm{E}(\overline{X})$ (B) $r\mathrm{E}\left(\dfrac{1}{\overline{X}}\right)$ (C) $\dfrac{\mathrm{E}(\overline{X})}{r}$ (D) $r\mathrm{E}(\overline{X})$ (E) $\dfrac{\mathrm{E}(\overline{X})}{2}$

22. Si el valor de r es conocido, el estimador de a por el método de máxima verosimilitud es:

(A) $\overline{X}$ (B) $\dfrac{\overline{X}}{2}$ (C) $\dfrac{1}{\overline{X}}$ (D) $\dfrac{r}{\overline{X}}$ (E) $\dfrac{\overline{X}}{r}$

Las cuestiones 23 a 25 hacen referencia al siguiente enunciado:

Un jugador de parchís cree que el dado de su adversario en el juego saca más cincos y seises que lo normal. Para buscar evidencia sobre su sospecha, decide apuntar los resultados de las siguientes 15 tiradas y acusarle de tramposo si obtiene al menos 8 resultados que sean 5 ó 6. Usaremos como hipótesis nula que el dado es regular y la notación F_p para la función de distribución de una v.a. binomial de parámetro p y de tamaño $n = 15$, asumiendo que cada lanzamiento es una v.a. binaria que toma valor uno si el resultado del dado es 5 ó 6 con probabilidad p.

23. La probabilidad de cometer un error tipo I es:

(A) $1 - F_{1/3}(7)$ (B) $1 - F_{1/6}(7)$ (C) Todo falso (D) $F_{1/6}(8)$ (E) $F_{1/3}(8)$

24. Si en realidad el dado está cargado, de forma que $P(5) = 0.30$ y $P(6) = 0.20$, la probabilidad de cometer un error de tipo II es:

(A) Todo falso (B) $1 - F_{0.5}(7)$ (C) $F_{0.3}(7)$ (D) $F_{0.2}(7)$ (E) $F_{0.5}(7)$

25. La potencia para $P(5) = p_5$ y $P(6) = p_6$ (con $p_5, p_6 > \frac{1}{3}$), es:

(A) $1 - F_{p_5+p_6}(7)$ (B) $1 - F_{p_5}(7)$ (C) Todo falso (D) $1 - F_{p_6}(7)$ (E) $F_{p_5+p_6}(7)$

Las cuestiones 26 y 27 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea X una v.a. con distribución de Poisson de parámetro λ. Para contrastar $H_0 : \lambda = 1$ frente a $H_1 : \lambda < 1$, se toma una m.a.s. de tamaño $n = 4$ y se decide rechazar la hipótesis nula si $T = \sum_{i=1}^{4} X_i \leq 1$.

26. El nivel de significación α de la prueba es:

    (A) 0.0516 (B) 0.0750 (C) 0.3123 (D) 0.0916 (E) 0.0191

27. La potencia para $\lambda = 0.5$ es:

    (A) 0.4060 (B) 0.3033 (C) 0.9098 (D) 0.6065 (E) 0.5940

28. En un proceso de fabricación se desea contrastar la hipótesis nula de que el porcentaje de piezas correctas fabricadas es de un 10%, frente a la alternativa de que no lo es. Se toma una m.a.s. de tamaño 400, en donde se observan 34 piezas correctas. Al nivel de significación aproximado del 10%, la decisión del contraste es:

    (A) Rechazar la hipótesis nula (B) - (C) -
    (D) - (E) No rechazar la hipótesis nula

29. Sean X e Y dos v.a. independientes con distribuciones normales respectivas $X \in N(m_X, \sigma_X^2 = 25)$ e $Y \in N(m_Y, \sigma_Y^2 = 25)$. Para contrastar $H_0 : m_X = m_Y$ frente a $H_1 : m_X \neq m_Y$ se toman en ambos colectivos sendas m.a.s. de tamaño 30 que proporcionan $\overline{x} = 120$ e $\overline{y} = 115$. La decisión del contraste al nivel de significación del 10% será:

    (A) No rechazar H_0 (B) - (C) Rechazar H_0 (D) - (E) -

30. Se sabe que el gasto en autobús escolar por familia en una cierta población sigue una distribución normal y se sospecha que la varianza del gasto en este apartado de las familias con más de un hijo, σ_1^2, es menor o igual que la varianza del gasto efectuado por familias que sólo tienen un hijo, σ_2^2. Para contrastar $H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ frente a $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ se seleccionan muestras de tamaño igual a 21 en cada colectivo. Las m.a.s. proporcionan $s_1^2 = 55$ y $s_2^2 = 42$. La decisión del contraste, al nivel de significación del 5%, será:

    (A) Rechazar H_0 (B) - (C) - (D) - (E) No rechazar H_0

PROBLEMAS (Duración: 75 minutos)

A. (10 puntos, 25 minutos)

En un estudio sobre la inmigración en España, se ha establecido la siguiente clasificación en base a la zona de procedencia: países africanos, países del este de Europa, países latinoamericanos, resto del mundo. En dicho estudio se parte de la hipótesis de que las probabilidades de que un inmigrante proceda de países africanos, países del este de Europa o resto del mundo son iguales entre sí, e iguales a $\frac{1}{5}$, mientras que la probabilidad de que proceda de países latinoamericanos es el doble que cada una de las anteriores, es decir, $\frac{2}{5}$. Para contrastar esta hipótesis se ha tomado una m.a.s. de tamaño 500 que ha dado lugar a las siguientes frecuencias:

Zona de Procedencia	n_i
Africa	120
Este de Europa	130
Latinoamérica	160
Resto del mundo	90

i) Contrasta al nivel de significación 5%, la hipótesis planteada en el estudio.

ii) Obtén a partir de dicha muestra el intervalo de confianza 0.95 para la proporción, sobre el total de emigrantes, de aquéllos que proceden de países africanos.

B. (10 puntos, 25 minutos)

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a.s. tomada de una población con distribución exponencial de parámetro $\lambda > 0$. Queremos contrastar la hipótesis nula $H_0 : \lambda = \lambda_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \lambda = \lambda_1$, con $\lambda_1 < \lambda_0$. Determinar, mediante la prueba de la razón de verosimilitudes, la mejor región crítica para realizar este contraste.

C. (10 puntos, 25 minutos)

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a.s. de tamaño n tomada de una v.a. X cuya función de densidad de probabilidad viene dada por:

$$f(x, \alpha, \theta) = \frac{\alpha}{\theta^\alpha}\, x^{\alpha-1} \qquad 0 < x \leq \theta, \qquad \theta, \alpha > 0$$

i) Asumiendo que θ es conocido, obtén, **detalladamente**, el estimador por el método de momentos para el parámetro α.

ii) Asumiendo que θ es conocido, obtén, **detalladamente**, el estimador por máxima verosimilitud para el parámetro α.

iii) Asumiendo que el α es conocido, obtén, **detalladamente**, el estimador por máxima verosimilitud para el parámetro θ.

SOLUCIONES DEL CUESTIONARIO (tipo 0)

1: C	11: D	21: B
2: B	12: E	22: D
3: C	13: A	23: A
4: E	14: E	24: E
5: E	15: E	25: A
6: A	16: D	26: D
7: B	17: C	27: A
8: B	18: D	28: E
9: C	19: D	29: C
10: D	20: D	30: E

SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS

Problema A

i) Debemos realizar una prueba de ajuste χ^2 a una distribución totalmente especificada. En concreto, debemos contrastar

H_0 : P(Africa) = P(Este de Europa) = P(Resto del Mundo) = 0.2, P(Latinoamérica)=0.4. Con la información de la muestra, construimos la tabla

Zona de procedencia	n_i	p_i	np_i	$\frac{(n_i-np_i)^2}{np_i}$
Africa	120	0.2	100	4
Este de Europa	130	0.2	100	9
Latinoamérica	160	0.4	200	8
Resto del Mundo	90	0.2	100	1
	$n = 500$	1	$n = 500$	$z = 22$

Sabemos que, bajo la hipótesis nula, el estadístico Z converge a una distribución χ^2_{k-1} donde k es el número de clases en que hemos dividido la muestra (i.e., $k = 4$). La regla de decisión será rechazar la hipótesis nula, al nivel de significación aproximado del 5%, si

$$z > \chi^2_{3,0.05}$$

Dado que

$$z = 22 > \chi^2_{3,0.05} = 7.81,$$

se rechaza la hipótesis nula.

ii) De la tabla anterior, tenemos que el número de inmigrantes de la muestra que proceden de países africanos es $z = 120$ de un total de $n = 500$. Por tanto, el intervalo de confianza aproximada 0.95 para la proporción de inmigrantes que proceden de Africa será:

$$IC_{0.95}(p) = \left(\frac{z}{n} \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{z \times (n-z)}{n^3}} \right) = \left(\frac{120}{500} \pm 1.96 \sqrt{\frac{120 \times 380}{500^3}} \right) = (0.203, 0.277)$$

Problema B

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a.s. de tamaño n tomada de una población con distribución exponencial de parámetro $\lambda > 0$. Queremos contrastar la hipótesis nula $H_0 : \lambda = \lambda_0$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : \lambda = \lambda_1$, con $\lambda_1 < \lambda_0$.

Para deducir la forma de la mejor región crítica mediante la prueba de la razón de verosimilitudes, tendremos que las funciones de verosimilitud bajo las hipótesis nula y alternativa, estarán dadas por:

$$L(\vec{x}; \lambda_0) = \left(\lambda_0 e^{-\lambda_0 x_1}\right) \cdots \left(\lambda_0 e^{-\lambda_0 x_n}\right) = \lambda_0^n \; e^{-\lambda_0 \sum_{i=1}^n x_i},$$

y

$$L(\vec{x}; \lambda_1) = \left(\lambda_1 e^{-\lambda_1 x_1}\right) \cdots \left(\lambda_1 e^{-\lambda_1 x_n}\right) = \lambda_1^n \; e^{-\lambda_1 \sum_{i=1}^n x_i},$$

respectivamente. Por tanto, si usamos la prueba de la razón de verosimilitudes, tendremos que:

$$\frac{L(\vec{x}; \lambda_0)}{L(\vec{x}; \lambda_1)} = \frac{(\lambda_0)^n \;\; e^{-\lambda_0 \sum_{i=1}^n x_i}}{(\lambda_1)^n \;\; e^{-\lambda_1 \sum_{i=1}^n x_i}} \leq K, \;\; K > 0$$

$$\Longrightarrow \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)^n e^{(\lambda_1 - \lambda_0) \sum_{i=1}^n x_i} \leq K \Longrightarrow e^{(\lambda_1 - \lambda_0) \sum_{i=1}^n x_i} \leq K_1, \;\; K_1 > 0$$

Tomando logaritmos neperianos, tenemos que:

$$(\lambda_1 - \lambda_0) \sum_{i=1}^n x_i \leq K_2, \;\; K_2 > 0$$

Ahora, como $\lambda_1 < \lambda_0$, $(\lambda_1 - \lambda_0)$ es negativo, por lo que la desigualdad cambia de sentido y tendremos que la regla de decisión será rechazar la hipótesis nula si $Z = \sum_{i=1}^n X_i \geq C$ y la correspondiente región crítica será $\mathrm{RC} = [C, +\infty)$.

Problema C

La función de densidad de la v.a. X es:

$$f(x, \alpha, \theta) = \frac{\alpha}{\theta^\alpha}\ x^{\alpha-1} \qquad 0 < x \leq \theta, \qquad \theta, \alpha > 0$$

i) Si θ es conocido, para obtener el estimador de α por el método de momentos, debemos hallar el primer momento poblacional, $\alpha_1 = \mathrm{E}(X)$:

$$\alpha_1 = \mathrm{E}(X) = \int_0^\theta x \left(\frac{\alpha}{\theta^\alpha}\ x^{\alpha-1}\right) dx = \left(\frac{\alpha}{\theta^\alpha}\right) \left[\frac{x^{\alpha+1}}{(\alpha+1)}\right|_0^\theta = \frac{\alpha\theta}{(\alpha+1)}$$

Igualamos el primer momento poblacional al primer momento muestral. Es decir,

$$\alpha_1 = \mathrm{E}(X) = a_1 \Longrightarrow \frac{\alpha\theta}{(\alpha+1)} = \overline{X} \Longrightarrow \alpha(\theta - \overline{X}) = \overline{X} \Longrightarrow \hat{\alpha}_{\mathrm{MM}} = \frac{\overline{X}}{(\theta - \overline{X})}$$

ii) Si θ es conocido, para obtener el estimador de α por el método de máxima verosimilitud, tenemos que la función de verosimilitud viene dada por:

$$L(\alpha) = f(x_1, \alpha)\ \ldots\ f(x_n, \alpha) = \left(\frac{\alpha}{\theta^\alpha}\ x_1^{\alpha-1}\right) \cdots \left(\frac{\alpha}{\theta^\alpha}\ x_n^{\alpha-1}\right) = \frac{\alpha^n}{\theta^{n\alpha}} \left[\prod_{i=1}^n x_i\right]^{\alpha-1}$$

Calculamos su logaritmo neperiano:

$$\ln L(\alpha) = n \ln(\alpha) - n\alpha \ln(\theta) + (\alpha - 1) \ln \left[\prod_{i=1}^n x_i\right]$$

Si derivamos respecto de α e igualamos a cero se tiene:

$$\frac{\partial \ln L(\alpha)}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} - n \ln(\theta) + \ln \left[\prod_{i=1}^n x_i\right] = 0$$

de donde,

$$\frac{n}{\alpha} = n \ln(\theta) - \ln \left[\prod_{i=1}^n x_i\right] \Longrightarrow \hat{\alpha}_{\mathrm{MV}} = \frac{n}{\{n \ln(\theta) - \ln\left[\prod_{i=1}^n x_i\right]\}}$$

iii) Si α es conocido, para obtener el estimador de θ por el método de máxima verosimilitud, tenemos que la función de verosimilitud viene dada por:

$$L(\alpha) = f(x_1, \alpha)\ \ldots\ f(x_n, \alpha) = \left[\frac{\alpha}{\theta^\alpha}\ x_1^{\alpha-1}\right] \cdots \left[\frac{\alpha}{\theta^\alpha}\ x_n^{\alpha-1}\right] = \frac{\alpha^n}{\theta^{n\alpha}} \left[\prod_{i=1}^n x_i\right]^{\alpha-1},$$

para $0 < x_i \leq \theta$, $i = 1, \ldots, n$. De aquí tenemos que para que la verosimilitud sea distinta de cero, debe cumplirse que, para todo $i = 1, \ldots, n$, $0 < x_i \leq \theta$, lo que se verifica si $0 < \max(x_i) \leq \theta$. Así el estimador de máxima verosimilitud de θ debe verificar $\hat{\theta}_{\mathrm{MV}} \geq \max(x_i)$, con lo que el mínimo valor que debe tomar para que esto se verifique es igual al $\max(x_i)$. Por tanto, el estimador máximo de θ será $\hat{\theta}_{\mathrm{MV}} = \max(x_i)$.