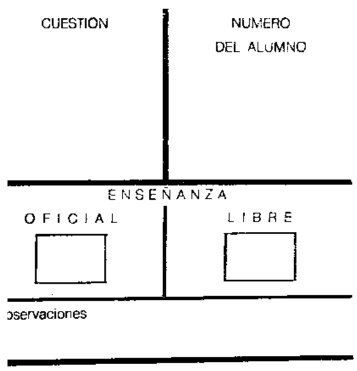
ESTADISTICA EMPRESARIAL - Segundo Curso | Curso 2.008-09
Convocatoria de Febrero. 21-01-09 | LADE

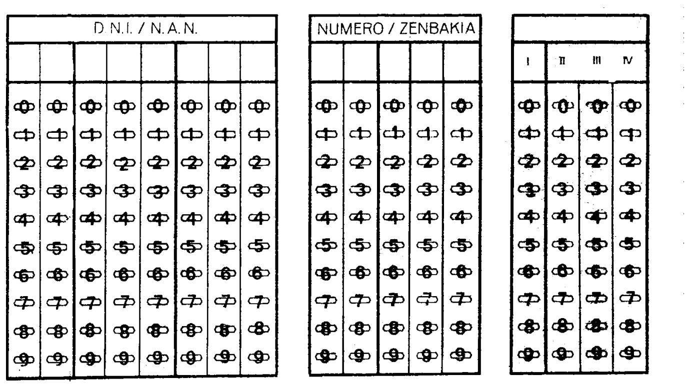
INSTRUCCIONES

1. El examen consta de cuestiones, que se responden sobre la hoja de codificación proporcionada, y problemas, que se responden en papel aparte.
2. Para escoger una respuesta, basta efectuar una marca **rellenando debidamente el rectángulo sobre el que está la letra escogida** en la hoja de codificación. Piénsalo antes; aunque puedes borrar si escribes con lápiz (número 2 o similar), marcas que no estén perfectamente borradas pueden ser leídas. Te aconsejamos que señales sobre el formulario de examen las respuestas que te parezcan adecuadas, y emplees los últimos diez minutos del tiempo asignado en transcribirlas a la hoja de codificación.
3. Hay siempre, en las preguntas de elección múltiple, una **única** respuesta correcta. Todas las cuestiones correctamente resueltas valen 1 punto mientras que las fallidas suponen una penalización de 0.2 puntos. Las preguntas no contestadas no suponen penalización.
4. Cada uno de los problemas, A, B y C debe responderse en una hoja de papel diferente. La recogida se producirá escalonadamente, en los momentos que constarán en la pizarra; primero, la hoja de codificación, y luego los problemas A, B, y C en este orden.
5. El formulario de examen tiene seis hojas numeradas correlativamente al pie (del 0.1 al 0.6). Cerciórate de recibirlas todas, y reclama si tu formulario fuera incompleto. Hay distintos tipos de examen. Este es del tipo 0; marca un 0 en la columna I de tu hoja de codificación, como en el ejemplo.
6. Los puntos obtenibles en cuestiones y problemas son 30 y 30 respectivamente. Son precisos 15 y 15 para superar el examen. Cuestionarios con puntuaciones iguales o superiores a 14 pueden en algún caso ser compensados por una buena nota en los problemas.

Ejemplo:

$\underbrace{12545}$ PEREZ, Ernesto   Examen tipo $\underbrace{0}$ Convocatorias





CUESTIONES (Duración: 1 hora 30 minutos)

1. PREGUNTA-REGALO. La capital de España es:

   (A) París (B) Sebastopol (C) Madrid (D) Londres (E) Pekín

Las cuestiones 2 a 4 hacen referencia al siguiente enunciado:

Un opositor debe responder a un cuestionario de 10 preguntas tipo test. La probabilidad de acertar en cada pregunta es 0.3.

2. ¿Cuál es la probabilidad de que no acierte ninguna respuesta?

   (A) 1 (B) 0 (C) 0.3 (D) 0.9718 (E) 0.0282

3. ¿Cuál es la probabilidad de acertar al menos 5 preguntas?

   (A) 0.8497 (B) 0.0473 (C) 0.9527 (D) 0.1503 (E) 0.1030

4. Si el examen tuviera 100 preguntas, ¿cuál sería la probabilidad aproximada de que como mucho respondiera correctamente 22 preguntas?

   (A) 0.05 (B) 0.85 (C) 0.25 (D) 0.15 (E) 0.95

Las cuestiones 5 a 7 hacen referencia al siguiente enunciado:

El número de personas que utilizan en cada hora un determinado cajero automático sigue una distribución de Poisson cuya media es 4, y se supone independencia entre las distribuciones de diferentes horas.

5. La probabilidad de que en una hora acudan al cajero al menos 6 personas es:

   (A) 0.2149 (B) 0.8893 (C) 0.7851 (D) 0.1107 (E) 0.4327

6. La probabilidad de que en el transcurso de dos horas sean como mucho 10 las personas que acuden al cajero es:

   (A) 0.8159 (B) 0.7166 (C) 0.5824 (D) 0.2834 (E) 0.1841

7. La probabilidad aproximada de que en el transcurso de 10 horas sean como mucho 50 las personas que acuden al cajero es:

   (A) 0.0485 (B) 0.9515 (C) 0.7824 (D) 0.3728 (E) 0.5428

8. Sea $\{X_n\}_{n\in N}$ una sucesión de v.a. con distribución $N(0, \sigma^2 = 1/n)$. La sucesión convergerá a $X = 0$:

   (A) sólo en distribución y en probabilidad.

   (B) sólo en media cuadrática.

   (C) sólo en probabilidad.

   (D) sólo en distribución.

   (E) en distribución, en probabilidad y en media cuadrática.

9. Sea $\{X_n\}_{n\in N}$ una sucesión de v.a. con función característica: $\psi_n(u) = \frac{1}{n}\left(1 - e^{iu}\right) + e^{iu}$. Esta sucesión de v.a. converge:

(A) Sólo en distribución a $X = 0$.

(B) Sólo en probabilidad a $X = 0$.

(C) Sólo en distribución a $X = 1$.

(D) En probabilidad y en distribución a $X = 1$.

(E) En probabilidad y en distribución a $X = 0$.

Las cuestiones 10 y 11 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sean X_1 y X_2 v.a. independientes entre sí con la misma distribución de probabilidad, $\gamma(0.5, 0.75)$.

10. La v.a. $X_1 + X_2$ sigue una distribución:

(A) $\gamma(0.5, 0.75)$ (B) $\gamma(1, 0.75)$ (C) Todo falso (D) $\gamma(1, 1.5)$ (E) $\gamma(0.5, 1.5)$

11. La v.a. $2X_1$ sigue una distribución:

(A) $\gamma(0.5, 1.5)$ (B) $\gamma(0.25, 0.75)$ (C) $\gamma(1, 0.75)$ (D) $\gamma(0.5, 0.75)$ (E) Todo falso

12. Sea X una v.a. con distribución $\gamma(0.5, 4)$. La media y la varianza de esta v.a. son, respectivamente:

(A) 2 y 1 (B) 0.5 y 4 (C) 8 y 8 (D) 2 y 2 (E) 8 y 16

Las cuestiones 13 a 15 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sean X, Y, Z y W cuatro v.a. independientes entre sí con distribuciones respectivas $N(0, \sigma^2 = 1)$, $N(2, \sigma^2 = 4)$, $N(-1, \sigma^2 = 9)$ y $N(4, \sigma^2 = 4)$.

13. La probabilidad de que $X^2 + \left(\frac{Y-2}{2}\right)^2 + \left(\frac{Z+1}{3}\right)^2$ sea mayor que 4.11 es:

(A) 0.10 (B) 0.75 (C) 0.90 (D) 0.50 (E) 0.25

14. La probabilidad de que $\dfrac{\frac{W-4}{2}}{\sqrt{\frac{X^2+\left(\frac{Y-2}{2}\right)^2+\left(\frac{Z+1}{3}\right)^2}{3}}}$ sea menor que 2.35 es:

(A) 0.05 (B) 0.95 (C) 0.20 (D) 0.90 (E) 0.10

15. La probabilidad de que $\dfrac{X^2 + \left(\frac{Y-2}{2}\right)^2}{\left(\frac{Z+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{W-4}{2}\right)^2}$ sea menor o igual que 19 es:

(A) 0.05 (B) 0.10 (C) 0.95 (D) 0.90 (E) 0.01

Las cuestiones 16 y 17 hacen referencia al siguiente enunciado:

De una v.a. con la siguiente distribución de probabilidad discreta:

$$P(0) = p,\; P(1) = 0.2,\; P(2) = 1 - p - 0.2$$

se toma una m.a.s. con los resultados: 0,0,0,2,2,0,1,0,2.

16. La estimación máximo verosímil de p es:

(A) 1/2 (B) 2/3 (C) 5/9 (D) 3/4 (E) 1/3

17. La estimación de p por el método de los momentos es, aproximadamente:

(A) 0.32 (B) 0.64 (C) 0.51 (D) 0.71 (E) 0.22

Las cuestiones 18 y 19 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea X una v.a. con la siguiente función de densidad:

$$f(x;\theta) = 2e^{-2(x-\theta)}, \quad x > \theta$$

Se sabe que la media de dicha variable es $m = \frac{1}{2} + \theta$.

Para estimar el parámetro θ se ha tomado una m.a.s. de tamaño n, $X_1, X_2, \cdots, X_n$.

18. La estimación de θ por el método de los momentos es:

(A) $\overline{X}$ (B) $\overline{X} - \frac{1}{2}$ (C) $\min\{X_i\}$ (D) $\max\{X_i\}$ (E) $\overline{X} + \frac{1}{2}$

19. La estimación de θ por el método de máxima verosimilitud es:

(A) $\overline{X} + \frac{1}{2}$ (B) $\overline{X} - \frac{1}{2}$ (C) $\overline{X}$ (D) $\max\{X_i\}$ (E) $\min\{X_i\}$

Las cuestiones 20 a 23 hacen referencia al siguiente enunciado:

Para estimar la media de una distribución normal con varianza $\sigma^2 = 36$ se toma una m.a.s. de tamaño n y se propone el estimador $\left(\dfrac{n}{n-1}\right)\overline{X}$.

20. ¿Se trata de un estimador insesgado?

(A) Sí (B) - (C) - (D) - (E) No

21. La varianza del estimador es:

(A) $\dfrac{36}{(n-1)}$ (B) $\dfrac{36n}{(n-1)^2}$ (C) $\dfrac{36}{n}$ (D) $\dfrac{36n^2}{(n-1)^2}$ (E) Todo falso

22. ¿Se trata de un estimador consistente?

(A) Sí (B) - (C) - (D) - (E) No

23. ¿Se trata de un estimador eficiente?

(A) No (B) - (C) Sí (D) - (E) -

Las cuestiones 24 a 26 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea X una v.a. con función de densidad:

$$f(x;\theta) = \begin{cases} (\theta+1)x^{\theta} & \text{si } x \in (0,1) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Se quiere contrastar la hipótesis nula de que $\theta = 1$ frente a la alternativa de que $\theta = 2$. Para ello se toma una m.a.s. de tamaño 1.

24. Supongamos que se propone la siguiente regla de decisión: rechazar la hipótesis nula si $x \in (0.25, 0.5)$. El nivel de significación de la prueba es:

(A) 0.1875 (B) 0.8906 (C) 0.1094 (D) 0.8125 (E) 0.25

25. Para esta misma regla de decisión, la probabilidad de error tipo II es:

(A) 0.75 (B) 0.1875 (C) 0.8125 (D) 0.1094 (E) 0.8906

26. La forma de la región crítica más potente para x será:

(A) $(0, k_2)$ (B) (k_1, k_2) (C) Todo falso (D) $(k_1, k_2)^C$ (E) $(k_1, 1)$

Las cuestiones 27 a 30 hacen referencia al siguiente enunciado:

Un fabricante de automóviles afirma que uno de los modelos que él produce (modelo A) consume menos combustible que otro modelo (modelo B) fabricado por una empresa competidora. Para comprobarlo toma dos m.a.s. (una de cada modelo) de 31 automóviles cada una y observa el consumo, expresado en litros, realizado en un trayecto de 100 Km. Los resultados obtenidos fueron: $\overline{x}_A = 8.2$, $\overline{x}_B = 7.9$, $s_A^2 = 1.44$, $s_B^2 = 1.21$. Se supone que las distribuciones del consumo de ambos modelos de automóviles son normales, independientes entre sí y con varianza común.

27. El intervalo de confianza 0.95 para la diferencia de consumos medios, $m_A - m_B$ es, aproximadamente:

(A) $(0, 0.64)$ (B) $(-0.32, 0.32)$ (C) $(-0.29, 0.89)$ (D) $(-0.12, 0.72)$ (E) $(-0.18, 0.78)$

28. La empresa quiere contrastar la hipótesis nula de que la media del consumo de su modelo, A, **no es mayor** que la del otro modelo, B. Al nivel de significación 5% la decisión de la empresa será:

(A) -

(B) No puede adoptar ninguna decisión.

(C) No rechazar la hipótesis nula.

(D) Rechazar la hipótesis nula.

(E) -

29. El intervalo de confianza 0.95 para la varianza del consumo del modelo A es:

(A) $(1.21, 1.65)$ (B) $(1.32, 1.59)$ (C) $(1.12, 1.96)$ (D) $(0.95, 2.66)$ (E) $(1.01, 1.49)$

30. La empresa quiere contrastar la hipótesis nula de que la varianza del consumo del modelo A es menor o igual que 1.3, frente a la hipótesis alternativa de que es mayor. La decisión de la empresa al nivel de significación 0.05, será:

(A) Rechazar la hipótesis nula. (B) No puede adoptar ninguna decisión. (C) -

(D) - (E) No rechazar la hipótesis nula.

PROBLEMAS (Duración: 75 minutos)

A. (10 puntos, 25 minutos)

Se sabe que el número de ausencias diarias laborales que se producen en una determinada empresa sigue una distribución de Poisson, pero se desconoce el valor del parámetro λ. El representante sindical afirma que dicho valor es 1, pero el jefe de personal cree que es 2. Para contrastar la hipótesis nula de que el representante sindical está en lo cierto, frente a la alternativa de que es el jefe de personal quien lo está, se ha tomado una m.a.s. de cuatro días.

i) Obtén la región crítica de mayor potencia para dicho contraste al nivel de significación del 5%.

ii) ¿Cuál es la potencia de la prueba?

iii) Si al tomar la muestra los resultados obtenidos han sido 1, 0, 2 y 2, ¿cuál será la decisión de la empresa?

B. (10 puntos, 25 minutos)

Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta-1}\, e^{-\frac{1}{\theta-1}x} & \text{si } x > 0, \quad \theta > 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

De esta v.a. se sabe además que:

$$E(X) = \theta - 1$$

$$\mathrm{Var}(X) = (\theta-1)^2$$

Para estimar el parámetro θ se ha tomado una m.a.s. de tamaño n, $X_1, \ldots, X_n$.

i) Obtener, a partir de la muestra anterior, el estimador máximo verosímil para el parámetro θ.

ii) Se propone como estimador para θ, $\hat{\theta} = \overline{X} + 1$. ¿Es dicho estimador insesgado? ¿Es consistente? ¿Es eficiente? Justifica tus respuestas.

C. (10 puntos, 25 minutos)

Una empresa quiere lanzar un nuevo producto al mercado, y está interesada en conocer si debe dirigir su producto a todo el público en general, o si debe centrarse en un determinado grupo de edad. Para tomar la decisión toma una m.a.s. de 500 individuos a los que da a probar su producto y pregunta su opinión sobre el mismo y su edad. Los resultados son los que aparecen a continuación.

De los 200 individuos que tenían una edad comprendida entre 18 y 30 años, 130 afirmaron que el producto les gustaba, 40 dijeron que no les gustaba y 30 dijeron que estaban indiferentes.

De los 150 individuos que tenían una edad comprendida entre 31 y 50 años, 85 dijeron que el producto les gustaba, 40 dijeron que no les gustaba y 25 dijeron que estaban indiferentes.

De los 150 individuos que tenían una edad superior a 50 años, 75 dijeron que el producto les gustaba, 35 dijeron que no les gustaba y 40 dijeron que estaban indiferentes.

Contrasta la hipótesis nula de que las preferencias por ese producto no varían con la edad al nivel de significación 5%.

SOLUCIONES DEL CUESTIONARIO

1: C	11: B	21: B
2: E	12: E	22: A
3: D	13: E	23: A
4: A	14: B	24: A
5: A	15: C	25: E
6: A	16: A	26: E
7: B	17: C	27: C
8: E	18: B	28: C
9: D	19: E	29: D
10: E	20: E	30: E

SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS

A.

$$H_0 : \lambda = 1$$
$$H_1 : \lambda = 2$$

i) Se obtiene la región crítica de mayor potencia a partir de la prueba de la razón de verosimilitudes y el Teorema de Neyman-Pearson.

$$\frac{L(\vec{x}; \lambda = 1)}{L(\vec{x}; \lambda = 2)} \leq k \quad \text{para} \quad k > 0$$

La función de verosimilitud de la muestra será en este caso:

$$L(\vec{x}; \lambda) = \frac{e^{-n\lambda} \lambda^{x_1+x_2+x_3+x_4}}{x_1!x_2!x_3!x_4!}$$

por lo que la región crítica se obtendrá de:

$$\frac{\left(\frac{e^{-n} 1^{x_1+x_2+x_3+x_4}}{x_1!x_2!x_3!x_4!}\right)}{\left(\frac{e^{-2n} 2^{x_1+x_2+x_3+x_4}}{x_1!x_2!x_3!x_4!}\right)} \leq k$$

$$e^n \left(\frac{1}{2}\right)^{x_1+x_2+x_3+x_4} \leq k$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x_1+x_2+x_3+x_4} \leq k_1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq u$$

Por lo tanto la regla de decisión es rechazar H_0 si:

$$X_1 + \ldots + X_4 \geq u$$

Para determinar u nos fijamos en el nivel de significación, $\alpha = 0.05$.

Bajo H_0, $\quad X_1 + \ldots + X_4 \in \mathcal{P}(\lambda = 4)$

$$\begin{aligned}
\alpha = 0.05 &\geq P(\text{rechazar } H_0 \mid \lambda = 1) = \\
&= P(X_1 + \ldots + X_4 \geq u \mid \lambda = 1) = \\
&= 1 - F_{\mathcal{P}(\lambda=4)}(u - 1) \\
F_{\mathcal{P}(\lambda=4)}(u-1) &\geq 0.95 \\
u - 1 &= 8 \\
u &= 9
\end{aligned}$$

La regla de decisión será rechazar H_0 si:

$$X_1 + \ldots + X_4 \geq 9$$

ii)Bajo H_1, $\quad X_1 + \ldots + X_4 \in \mathcal{P}(\lambda = 8)$, por lo que,

$$\begin{aligned}
\text{Pot}(\lambda = 2) &= P\,(\text{rechazar } H_0 \;|\lambda = 2) \\
&= P(X_1 + \ldots + X_4 \geq 9 \mid \lambda = 2) = \\
&= 1 - F_{\mathcal{P}(\lambda=8)}(8) = \\
&= 1 - 0.5925 = \\
&= 0.4075
\end{aligned}$$

iii) Con los valores de nuestra muestra se llega a que

$$x_1 + \ldots + x_4 = 1 + 0 + 2 + 2 = 5$$

Dado que $5 < 9$, no se rechaza la hipótesis nula al nivel de significación del 5%.

Por tanto, se decide que el representante sindical tiene razón.

B)

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta - 1}\; e^{-\frac{1}{\theta-1}x} & \text{si } x > 0, \quad \theta > 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$E(X) = \theta - 1$$

$$\text{Var}(X) = (\theta - 1)^2$$

i) **Estimador máximo verosímil**

$$L(\vec{X};\theta) = f(X_1;\theta)\ldots f(X_n;\theta) = \frac{1}{\theta-1}\; e^{-\frac{1}{\theta-1}X_1} \cdots \frac{1}{\theta-1}\; e^{-\frac{1}{\theta-1}X_n} =$$

$$= \frac{1}{(\theta-1)^n}\; e^{-\frac{1}{\theta-1}\sum_{i=1}^n X_i}$$

$$\ln L(\vec{X};\theta) = -n\ln(\theta - 1) - \frac{1}{\theta-1}\sum_{i=1}^n X_i$$

$$\frac{\partial \ln L(\vec{X},\theta)}{\partial\theta} = -\frac{n}{\theta-1} + \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{(\theta-1)^2} = 0$$

$$\frac{n}{\theta-1} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{(\theta-1)^2}$$

$$n\,(\theta-1) = \sum_{i=1}^n X_i$$

$$\hat{\theta}_{MV} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} + 1 = \overline{X} + 1$$

ii) Se quiere comprobar si el estimador $\hat{\theta} = \overline{X} + 1$ es insesgado, consistente y eficiente.

Insesgadez.

$$E\left(\hat{\theta}\right) = E\left(\overline{X}+1\right) =$$

$$= E(\overline{X}) + 1 = E(X) + 1 = (\theta - 1) + 1 = \theta$$

Luego el estimador es insesgado.

Consistencia. Es un estimador consistente porque cumple las dos condiciones suficientes:

1) θ es un estimador insesgado y

2) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\text{Var}\left(\hat{\theta}\right)\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(\theta-1)^2}{n} = 0$, ya que:

$$\text{Var}\left(\hat{\theta}\right) = \text{Var}\left(\overline{X}+1\right) = \text{Var}\left(\overline{X}\right) = \frac{\text{Var}(X)}{n} = \frac{(\theta-1)^2}{n}$$

Eficiencia. Para comprobar si el estimador es eficiente calculamos la Cota de Cramer-Rao.

$$Lc = \frac{1}{nE\left[\dfrac{\partial \ln f(X,\theta)}{\partial\theta}\right]^2}$$

$$f(X;\theta) = \frac{1}{\theta-1}\ e^{-\frac{1}{\theta-1}X}$$

$$\ln f(X;\theta) = -\ln(\theta-1) - \frac{1}{\theta-1}X$$

$$\frac{\partial \ln f(X;\theta)}{\partial\theta} = -\frac{1}{\theta-1} + \frac{X}{(\theta-1)^2}$$

$$E\left[\frac{\partial \ln f(X;\theta)}{\partial\theta}\right]^2 = E\left[-\frac{1}{\theta-1} + \frac{X}{(\theta-1)^2}\right]^2 =$$

$$= E\left[\frac{1}{(\theta-1)^2}(X-(\theta-1))\right]^2 = \frac{1}{(\theta-1)^4}E[(X-(\theta-1))]^2 =$$

$$= \frac{1}{(\theta-1)^4}\ \ \text{Var}(X) = \frac{1}{(\theta-1)^4}\ \ (\theta-1)^2 = \frac{1}{(\theta-1)^2}$$

$$Lc = \frac{(\theta-1)^2}{n}$$

La varianza del estimador coincide con la cota de Cramer-Rao por lo que el estimador es eficiente.

C) Se trata de una contraste de independencia. Los datos son los que aparecen a continuación:

	Sí	No	Indiferente	Totales
18-30	130	40	30	200
31-50	85	40	25	150
> 50	75	35	40	150
Totales	290	115	95	500

Construimos la tabla:

	n_{ij}	$\hat{p}_{ij} = \hat{p}_{i\cdot}\hat{p}_{\cdot j}$	$n\hat{p}_{ij}$	$\frac{(n_{ij}-n\hat{p}_{ij})^2}{n\hat{p}_{ij}}$
18-30, Sí	130	$0.4 \times 0.58 = 0.232$	116	1.6897
18-30, No	40	$0.4 \times 0.23 = 0.092$	46	0.7826
18-30, Indif	30	$0.4 \times 0.19 = 0.076$	38	1.6842
31-50, Sí	85	$0.3 \times 0.58 = 0.174$	87	0.0460
31-50, No	40	$0.3 \times 0.23 = 0.069$	34.5	0.8768
31-50, Indif	25	$0.3 \times 0.19 = 0.057$	28.5	0.4298
> 50, Sí	75	$0.3 \times 0.58 = 0.174$	87	1.6552
> 50, No	35	$0.3 \times 0.23 = 0.069$	34.5	0.0072
> 50, Indif	40	$0.3 \times 0.19 = 0.057$	28.5	4.6404
	500	1	500	$z = 11.8119$

Las probabilidades $\hat{p}_{i\cdot}$ y $\hat{p}_{\cdot j}$ se estiman a partir de los datos. Así,

$\hat{p}_{\bullet \text{Si}} = \frac{290}{500} = 0.58$ $\qquad$ $\hat{p}_{\bullet \text{No}} = \frac{115}{500} = 0.23$ $\qquad$ $\hat{p}_{\bullet \text{Indif}} = \frac{95}{500} = 0.19$

$\hat{p}_{18-30,\bullet} = \frac{200}{500} = 0.4$ $\qquad$ $\hat{p}_{31-50,\bullet} = \frac{150}{500} = 0.3$ $\qquad$ $\hat{p}_{>50,\bullet} = \frac{150}{500} = 0.3$

Bajo la hipótesis nula de independencia, el estadístico $\sum_{i=1}^{k'} \sum_{j=1}^{k''} \frac{(n_{ij}-n\hat{p}_{ij})^2}{n\hat{p}_{ij}} \sim \chi^2_{(k'-1)(k''-1)}$, donde k' y k'' son el número de clases en que ha sido dividida cada una de las características.

En este caso:

$$11.8119 > 9.49 = \chi^2_{(3-1)(3-1)\,,\,0.05}$$

por lo que se rechaza la hipótesis nula de independencia para un nivel de significación del 5%; es decir, se acepta que las preferencias sí varían con la edad.