ESTADISTICA EMPRESARIAL - Segundo Curso Curso 2.007-08
Convocatoria de Febrero. 04-02-08

INSTRUCCIONES

1. El examen consta de cuestiones, que se responden sobre la hoja de codificación proporcionada, y problemas, que se responden en papel aparte.
2. Para escoger una respuesta, basta efectuar una marca **rellenando debidamente el rectángulo sobre el que está la letra escogida** en la hoja de codificación. Piénsalo antes; aunque puedes borrar si escribes con lápiz (número 2 o similar), marcas que no estén perfectamente borradas pueden ser leídas. Te aconsejamos que señales sobre el formulario de examen las respuestas que te parezcan adecuadas, y emplees los últimos diez minutos del tiempo asignado en transcribirlas a la hoja de codificación.
3. Hay siempre, en las preguntas de elección múltiple, una **única** respuesta correcta. Todas las cuestiones correctamente resueltas valen 1 punto mientras que las fallidas suponen una penalización de 0.2 puntos. Las preguntas no contestadas no suponen penalización.
4. Cada uno de los problemas, A, B y C debe responderse en una hoja de papel diferente. La recogida se producirá escalonadamente, en los momentos que constarán en la pizarra; primero, la hoja de codificación, y luego los problemas A, B, y C en este orden.
5. El formulario de examen tiene seis hojas numeradas correlativamente al pie (del 0.1 al 0.6). Cerciórate de recibirlas todas, y reclama si tu formulario fuera incompleto. Hay distintos tipos de examen. Este es del tipo 0; marca un 0 en la columna I de tu hoja de codificación, como en el ejemplo.
6. Los puntos obtenibles en cuestiones y problemas son 30 y 30 respectivamente. Son precisos 15 y 15 para superar el examen. Cuestionarios con puntuaciones iguales o superiores a 14 pueden en algún caso ser compensados por una buena nota en los problemas.
7. Rellena tus datos en la hoja de codificación y pliegos de papel suministrados. En "Convocatorias" (columna II) pondrás el número de convocatorias consumidas *incluyendo ésta.*

Ejemplo:

$\underbrace{\text{12545}}$ PEREZ, Ernesto Examen tipo $\underbrace{\text{ 0 }}$ Convocatorias

CUESTIONES (Duración: 1 hora 30 minutos)

1. **PREGUNTA–REGALO.** La capital de España es:

   (A) París (B) Sebastopol (C) Madrid (D) Londres (E) Pekín

Las cuestiones 2 a 4 hacen referencia al siguiente enunciado:

En una empresa de mensajería se sabe que el 80% de sus entregas corresponden a clientes habituales.

2. Si la empresa realiza 15 entregas, la probabilidad de que exactamente siete de ellas correspondan a sus clientes habituales es:

   (A) 0.9958 (B) 0.0034 (C) 0.8358 (D) 0.0001 (E) 0.0139

3. Si la empresa realiza 15 entregas, la probabilidad de que al menos diez de ellas correspondan a sus clientes habituales es:

   (A) 0.8358 (B) 0.9819 (C) 0.9389 (D) 0.1031 (E) 0.1876

4. Si la empresa realiza 100 entregas, la probabilidad aproximada de que no más de 76 entregas correspondan a sus clientes habituales es:

   (A) 0.8809 (B) 0.1894 (C) 0.1020 (D) 0.8413 (E) 0.8106

Las cuestiones 5 y 6 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea X una v.a. con distribución de Poisson y tal que $P(X = 3) = P(X = 4)$.

5. La(s) moda(s) de esta distribución es (son):

   (A) 4 (B) 3 y 4 (C) 3 (D) 2 y 3 (E) 4 y 5

6. $P(X > 6)$ es, aproximadamente:

   (A) 0.11 (B) 0.79 (C) 0.05 (D) 0.21 (E) 0.89

7. Si se tiene una m.a.s. $X_1, \ldots, X_{50}$ tomada de una distribución Poisson de varianza 4, y se define la v.a. $Y = \sum_{i=1}^{50} X_i$, entonces $P(Y > 180)$ es, aproximadamente:

   (A) 0.9474 (B) 0.0838 (C) 0.5080 (D) 0.0526 (E) 0.9162

Las cuestiones 8 a 10 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sean $X_1, X_2, \cdots, X_{50}$ v.a. independientes entre sí y todas con distribución $\gamma(0.50, 1)$.

8. La probabilidad de que la v.a. X_3 tome valores mayores que 2 es:

   (A) 0.3679 (B) 0.1353 (C) 0.6065 (D) 0.8647 (E) 0.6321

9. Se define la v.a. $Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$. La distribución la la v.a. Y es:

   (A) $\gamma(50, 50)$ (B) χ^2_{50} (C) $\gamma(0.50, 100)$ (D) $\gamma(0.50, 50)$ (E) χ^2_{25}

10. Utilizando el teorema central del límite, la probabilidad aproximada de que la v.a. Y tome valores mayores que 130 es:

(A) 0.5025 (B) 0.9830 (C) 0.4207 (D) 0.5793 (E) 0.0170

11. Sea $\{X_n\}_{n\in\mathcal{N}}$ una sucesión de variables aleatorias con distribución $N(0, \sigma^2 = 1 + 1/n^2)$. Si se sabe que la función característica de una v.a. normal $N(m, \sigma^2)$ es $\psi_n(u) = e^{ium - \frac{\sigma^2 u^2}{2}}$, la sucesión convergerá:

(A) En distribución a una v.a. $N(0, 1)$

(B) En distribución a $X = 1$

(C) En distribución a una v.a. $N(0, 2)$

(D) En distribución a $X = 0$

(E) Todo falso

12. Sea $\{X_n\}_{n\in\mathcal{N}}$ una sucesión de variables aleatorias con la siguiente función de cuantía:

$$P_n(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} - \frac{1}{n}, & \text{si } x = -\frac{1}{n^2} \\ \frac{1}{n}, & \text{si } x = 0 \\ \frac{1}{4}, & \text{si } x = \frac{1}{n^2} \end{cases}$$

La sucesión convergerá:

(A) Sólo en distribución a $X = 0$

(B) En distribución y probabilidad a $X = \frac{3}{4}$

(C) En distribución y probabilidad a $X = 0$

(D) Sólo en distribución a $X = \frac{3}{4}$

(E) Todo falso

13. Sea X una variable aleatoria con distribución $\gamma(1, 5)$. La distribución de la v.a. $Y = 2X$ es:

(A) $\gamma(2, 10)$ (B) $\gamma(\frac{1}{2}, 10)$ (C) $\gamma(2, 5)$ (D) χ^2_5 (E) χ^2_{10}

14. Sea X una variable aleatoria con distribución exponencial de media 2. Entonces $P(X \leq 4)$ es:

(A) 0.1353 (B) 0.0003 (C) 0.0183 (D) 0.9997 (E) 0.8647

15. Sea X una variable aleatoria con distribución t_n, t de Student con n grados de libertad. Entonces se verifica que:

(A) $t_{n,\alpha} > t_{n,\frac{\alpha}{4}}$ (B) $t_{n,\alpha} = -t_{n,1-\alpha}$ (C) $t_{n,\alpha} > t_{n,\frac{\alpha}{2}}$ (D) $t_{n,\frac{\alpha}{2}} > t_{n,\frac{\alpha}{4}}$ (E) $t_{n,\alpha} = t_{n,1-\alpha}$

16. Sea X una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad:

$$f(x, \theta) = \frac{1}{2^{\frac{\theta}{2}}\Gamma(\frac{\theta}{2})}\ x^{\frac{\theta}{2}-1}\ e^{-\frac{x}{2}},\ x > 0,\ \theta > 0$$

Para estimar el parámetro θ se ha tomado una m.a.s. de tamaño n, $X_1, \ldots, X_n$. Un estadístico suficiente para el parámetro θ es:

(A) $\sum_{i=1}^n X_i$ (B) $\prod_{i=1}^n X_i$ (C) $\prod_{i=1}^n \ln X_i$ (D) $\prod_{i=1}^n \left(\frac{1}{X_i}\right)$ (E) $\sum_{i=1}^n X_i^2$

Las cuestiones 17 y 18 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea X una v.a. con distribución $\gamma(a, r)$; es decir, con función de densidad de probabilidad dada por:

$$f(x; a, r) = \frac{a^r}{\Gamma(r)}\ x^{r-1}e^{-ax}, \quad x > 0,\ a, r > 0$$

Asumiendo que el parámetro a es conocido, se ha tomado una m.a.s. de tamaño n para estimar el parámetro r.

17. El estimador de r por el método de momentos, $\hat{r}_{MM}$, es:

(A) $\overline{X}$ (B) $\frac{\overline{X}}{a}$ (C) $a\overline{X}$ (D) $\frac{a}{\overline{X}}$ (E) $\frac{1}{\overline{X}}$

18. ¿Es este estimador insesgado?

(A) Sí (B) - (C) - (D) - (E) No

Las cuestiones 19 y 20 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea X una v.a. con función de cuantía dada por:

$$P(X = 0) = 2\theta; \quad P(X = 1) = \frac{1}{2} - \theta; \quad P(X = -1) = \frac{1}{2} - \theta.$$

Para estimar el parámetro θ se ha tomado una m.a.s. de tamaño n, en la que han salido tres ceros.

19. La estimación de θ por el método de máxima verosimilitud es:

(A) $\frac{3}{n}$ (B) $\frac{3}{2n}$ (C) $\frac{n-3}{2n}$ (D) $\frac{n-3}{n}$ (E) $\frac{1}{n}$

20. La estimación de θ por el método de momentos es:

(A) $\frac{n-3}{2n}$ (B) $\frac{3}{2n}$ (C) $\frac{1}{n}$ (D) $\frac{n-3}{n}$ (E) $\frac{3}{n}$

Las cuestiones 21 a 23 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a.s. de una población binaria $b(\theta)$. Para estimar el parámetro θ, se propone el estimador:

$$\hat{\theta} = \frac{2X_1 + X_2 + \cdots + X_{n-1} + 2X_n}{n + 2}$$

21. El sesgo del estimador $\hat{\theta}$ es:

(A) $n\theta$ (B) $\frac{1}{n}$ (C) $-\frac{\theta}{n}$ (D) $\frac{2\theta}{n}$ (E) 0

22. La varianza del estimador $\hat{\theta}$ es:

(A) $\frac{\theta(1-\theta)}{n}$ (B) $\frac{1}{(n+2)^2}$ (C) $\frac{(n+6)\theta(1-\theta)}{(n+2)^2}$ (D) $\frac{2\theta(1-\theta)}{n}$ (E) $\frac{n\theta(1-\theta)}{(n+2)^2}$

23. ¿Es el estimador $\hat{\theta}$ consistente?

(A) No (B) No se puede determinar (C) Sí (D) - (E) -

Las cuestiones 24 a 26 hacen referencia al siguiente enunciado:

Se quiere contrastar la hipótesis nula de que la distribución de probabilidad de una determinada población es $\gamma(a = 2, r)$, frente a la hipótesis alternativa de que es $\gamma(a = 4, r)$, es decir, el parámetro r sería común para ambas distribuciones. Se recuerda que la función de densidad de una distribución $\gamma(a, r)$ es:

$$f(x; a, r) = \frac{a^r}{\Gamma(r)} x^{r-1} e^{-ax}, \quad x > 0, \ a, r > 0$$

Para ello se ha tomado de dicha población una muestra de un sólo elemento (es decir, se observa X).

24. La forma de la región crítica de máxima potencia para X será de la forma:

(A) $[K, +\infty]$ (B) $[0, K]$ (C) Todo falso (D) $[K_1, K_2]^c$ (E) $[K_1, K_2]$

25. Si $r = 1$ y $x = 0.05$, ¿cuál será la decision al nivel de significación 0.05?

(A) - (B) No rechazar H_0 (C) - (D) - (E) Rechazar H_0

26. ¿Y cuál será la potencia aproximada en dicho caso para ese nivel de significación?

(A) 0.10 (B) 0.95 (C) 0.85 (D) 0.05 (E) 0.90

Las cuestiones 27 a 30 hacen referencia al siguiente enunciado:

Un individuo está interesado en comprar una Nintendo DS Light. Antes de hacerlo pregunta el precio en 31 comercios, obteniendo un precio medio muestral de 150 euros con una desviación típica muestral de 10 euros. Se supone normalidad.

27. Con una confianza del 95% se puede afirmar que el precio medio de la Nintendo DS Light se encuentra en el intervalo:

(A) (146.90, 153.10) (B) (147.50, 152.50) (C) (146.28, 153.72) (D) (145.70, 154.30) (E) (144.60, 155.40)

28. Con una confianza del 95% se puede afirmar que la varianza del precio de la Nintendo DS Light se encuentra en el intervalo:

(A) (65.96, 184.52) (B) (70.78, 167.57) (C) (31.55, 92.15.) (D) (63.83, 178.57) (E) (6.60, 18.45)

29. Si al nivel de significación del 5% se desea contrastar la hipótesis nula de que el precio medio de la Nintendo DS Light es $m = 140$, el resultado del contraste será:

(A) No rechazar la hipótesis nula (B) - (C) Rechazar la hipótesis nula (D) - (E) -

30. Si al nivel de significación del 5% se desea contrastar la hipótesis nula de que la varianza del precio de la Nintendo DS Light es $\sigma^2 = 170$, el resultado del contraste será:

(A) Rechazar la hipótesis nula (B) - (C) - (D) - (E) No rechazar la hipótesis nula

PROBLEMAS (Duración: 75 minutos)

A. (10 puntos, 25 minutos)

Se quiere conocer si la distribución de las calificaciones en una asignatura determinada sigue el modelo teórico que los profesores proponen, en el cual $P(\text{Suspenso}) = 0.40$, $P(\text{Aprobado}) = 0.35$, $P(\text{Notable}) = 0.20$, $P(\text{Sobresaliente}) = 0.03$ y $P(\text{Mat.Honor}) = 0.02$. Con ese objetivo se ha tomado una m.a.s. de 400 estudiantes de cursos anteriores, clasificando a los estudiantes de acuerdo con la nota obtenida. Así, tenemos que de los 400 estudiantes, 180 suspendieron, 130 obtuvieron un aprobado, 70 un notable, 14 un sobresaliente y sólo 6 una matrícula de honor.

i) ¿Qué tipo de contraste realizarías?

ii) Al nivel de significación del 5%, ¿cuál será la decisión del contraste?

B. (10 puntos, 25 minutos)

Sean $X_1, \ldots, X_n$ v.a. independendientes y tales que $X_1 \in N(k_1\theta, \sigma^2)$, $X_2 \in N(k_2\theta, \sigma^2), \ldots, X_n \in N(k_n\theta, \sigma^2)$, todas con varianza $\sigma^2 > 0$ conocida, y donde las constantes $k_i > 0$, $i = 1, \ldots, n$ son también conocidas.

Se sabe que la función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria $N(m, \sigma^2)$ está dada por:

$$f(x; m, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma}\ e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

i) Deducir el estimador para el párametro θ por el método de máxima verosimilitud.

ii) ¿Es dicho estimador insesgado? ¿Qué condición o condiciones necesitas para que, en caso de serlo, este estimador sea consistente? Nota: Para responder a esta última pregunta debes obtener la varianza del estimador.

C. (10 puntos, 25 minutos)

La siguiente tabla recoge la función de cuantía de la v.a. discreta X bajo la hipótesis nula ($P_0(x)$) y bajo la hipótesis alternativa ($P_1(x)$).

X	0	1	2	3	4	5	6
$P_0(x)$	0.10	0	0.05	0.05	0.10	0.40	0.30
$P_1(x)$	0.30	0.20	0.15	0	0.20	0.05	0.10

Tenemos una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 1$ para contrastar la hipótesis nula $H_0 : P(x) = P_0(x)$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : P(x) = P_1(x)$.

i) ¿Incluirías el punto $X = 1$ en la región crítica? Explica.

ii) ¿Incluirías el punto $X = 3$ en la región crítica? Explica.

iii) Al nivel de significación del 10% y proporcionando todos los detalles utilizados para obtener la respuesta solicitada, obtén la región crítica más potente para este contraste. **Nota**: Es muy importante que antes de responder a este apartado recuerdes lo que has respondido en los apartados anteriores.

SOLUCIONES DEL CUESTIONARIO (tipo 0)

1: C	11: A	21: E
2: B	12: C	22: C
3: C	13: E	23: C
4: B	14: E	24: B
5: B	15: B	25: B
6: A	16: B	26: A
7: E	17: C	27: C
8: A	18: A	28: A
9: D	19: B	29: C
10: E	20: B	30: E

SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS

Problema A

i) Se trata de una prueba de contraste de bondad de ajuste a una distribución totalmente especificada.

ii) Bajo la hipótesis nula del modelo teórico planteado por los profesores, tenemos que $P(\text{Suspenso}) = 0.40$, $P(\text{Aprobado}) = 0.35$, $P(\text{Notable}) = 0.20$, $P(\text{Sobresaliente}) = 0.03$ y $P(\text{Mat.Honor}) = 0.02$. Es decir, tendremos inicialmente $K = 5$ clases y no debemos estimar ningún parámetro ($h = 0$), por lo que los grados de libertad del estadístico de contraste serán $K - 1 = 5 - 1 = 4$. Con la información muestral, podemos construir la tabla con los datos necesarios para realizar el contraste:

Clase	n_i	p_i	np_i	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
Suspenso	180	0.40	160	2.50
Aprobado	130	0.35	140	0.71
Notable	70	0.20	80	1.25
Sobresaliente	14	0.03	12	0.33
Matrícula de Honor	6	0.02	8	0.50
Total	400	1	400	$z = 5.29$

El estadístico $\sum \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$ sigue, bajo la hipótesis nula, una distribución $\chi^2_{K-1} = \chi^2_4$, siendo K el número de clases en que han sido divididas las calificaciones de la mencionada asignatura.

En este caso:

$$z = 5.29 < 9.49 = \chi^2_{4\,,\,0.05},$$

por lo que, a un nivel de significación del 5%, no se rechaza la hipótesis nula del modelo teoórico propuesto por los profesores.

Problema B

Como $X_i \in N(k_i\theta, \sigma^2)$, con varianza $\sigma^2 > 0$ conocida, entonces tenemos que

$$f(x_i;\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\; e^{-\frac{(x_i - k_i\theta)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

i) Así, la función de verosimilitud estará dada por

$$L(\theta) = f(x_1;\theta) f(x_2;\theta) \cdots f(x_n;\theta)$$

$$L(\theta) = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\; e^{-\frac{(x_1 - k_1\theta)^2}{2\sigma^2}}\right] \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\; e^{-\frac{(x_2 - k_2\theta)^2}{2\sigma^2}}\right] \cdots \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\; e^{-\frac{(x_n - k_n\theta)^2}{2\sigma^2}}\right]$$

$$L(\theta) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \sigma^{-n}\; e^{-\sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - k_i\theta)^2}{2\sigma^2}}$$

El estimador máximo verosímil de θ es el valor que maximiza la función de verosimilitud o, equivalentemente, su logaritmo neperiano:

$$\ln L(\theta) = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - n\ln(\sigma) - \sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i - k_i\theta)^2}{2\sigma^2}$$

Derivando respecto de θ, tendremos que:

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - k_i\theta)(k_i) = 0$$

Por lo tanto,

$$\sum_{i=1}^{n} k_i x_i - \sum_{i=1}^{n} k_i^2\theta = 0,$$

de donde

$$\hat{\theta}_{\mathrm{MV}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} k_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} k_i^2}$$

ii) El estimador será insesgado si $\mathrm{E}(\hat{\theta}_{\mathrm{MV}}) = \theta$.

$$\mathrm{E}(\hat{\theta}_{\mathrm{MV}}) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{n} k_i^2\right)}\mathrm{E}\left(\sum_{i=1}^{n} k_i X_i\right) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{n} k_i^2\right)}\sum_{i=1}^{n} k_i \mathrm{E}(X_i)$$

$$\mathrm{E}(\hat{\theta}_{\mathrm{MV}}) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{n} k_i^2\right)}\sum_{i=1}^{n} k_i(k_i\theta) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{n} k_i^2\right)}\left(\sum_{i=1}^{n} k_i^2\right)\theta = \theta$$

Por lo tanto, $\hat{\theta}_{\mathrm{MV}}$ es un estimador insesgado para θ. Para establecer las condiciones bajo las cuales el estimador $\hat{\theta}_{\mathrm{MV}}$ es consistente, en caso de serlo, podemos verificar si se cumplen las dos condiciones suficientes siguientes:

a) $\lim_{n\to\infty} \mathrm{E}(\hat{\theta}_{\mathrm{MV}}) = \theta$

b) $\lim_{n\to\infty} \mathrm{Var}(\hat{\theta}_{\mathrm{MV}}) = 0$

Como $\hat{\theta}_{\mathrm{MV}}$ es un estimador insesgado de θ, la condición a) se cumple. Por otro lado, tenemos que

$$\mathrm{Var}(\hat{\theta}_{\mathrm{MV}}) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{n} k_i^2\right)^2}\ \mathrm{Var}\left(\sum_{i=1}^{n} k_i X_i\right) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{n} k_i^2\right)^2}\ \sum_{i=1}^{n}\mathrm{Var}(k_i X_i)$$

$$\mathrm{Var}(\hat{\theta}_{\mathrm{MV}}) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{n} k_i^2\right)^2}\ \sum_{i=1}^{n} k_i^2 \mathrm{Var}(X_i) = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} k_i^2\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n} k_i^2\right)^2}\ \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n} k_i^2}$$

Por lo tanto, si $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} k_i^2 = +\infty$ se cumplirían las dos condiciones suficientes y, en consecuencia, $\hat{\theta}_{MV}$ sería un estimador consistente de θ.

Problema C)

Queremos contrastar la hipótesis nula de que X es una v.a. discreta con función de cuantía $P_0(x)$ frente a la alternativa de que la función de cuantía es $P_1(x)$:

X	0	1	2	3	4	5	6
$P_0(x)$	0.10	0	0.05	0.05	0.10	0.40	0.30
$P_1(x)$	0.30	0.20	0.15	0	0.20	0.05	0.10

Hemos tomado una m.a.s. de tamaño $n = 1$; es decir, observamos X.

i) ¿Incluirías el punto $X = 1$ en la región crítica?

Dado que, bajo la distribución de probabilidad de la hipótesis nula $P_0(x)$, este punto tiene probabilidad cero, la v.a. no puede tomar este valor bajo la hipótesis nula. Por tanto, $X = 1$ es un punto de rechazo de H_0 y, por tanto, **siempre** debe incluirse en la región crítica.

ii) ¿Incluirías el punto $X = 3$ en la región crítica?

Dado que, bajo la distribución de probabilidad de la hipótesis alternativa $P_1(x)$, este punto tiene probabilidad cero, la v.a. no puede tomar este valor bajo la hipótesis alternativa, pero sí bajo la hipótesis nula. Por tanto, $X = 3$ es un punto de no rechazo de H_0 y, por tanto, **nunca** debe incluirse en la región crítica.

iii) Al nivel de significación $\alpha = 0.10$ y **recordando lo respondido en los apartados anteriores**, tenemos que las posibles regiones críticas para este contraste son $\text{RC}_1 = \{0, 1\}$, $\text{RC}_2 = \{1, 2\}$ y $\text{RC}_3 = \{1, 4\}$. Esto se debe a que:

$$\alpha_1 = P(X \in \text{RC}_1|P_0) = P(X = 0, 1|P_0) = 0.10 + 0 = 0.10 \leq \alpha = 0.10$$

$$\alpha_2 = P(X \in \text{RC}_2|P_0) = P(X = 1, 2|P_0) = 0 + 0.05 = 0.05 \leq \alpha = 0.10$$

$$\alpha_3 = P(X \in \text{RC}_3|P_0) = P(X = 1, 4|P_0) = 0 + 0.10 = 0.10 \leq \alpha = 0.10$$

Para ver cuál de estas dos regiones críticas es la más potente para este contraste, calculamos las respectivas potencias:

$$\text{Potencia}_1 = P(X \in \text{RC}_1|P_1) = P(X = 0, 1|P_1) = 0.30 + 0.20 = 0.50$$

$$\text{Potencia}_2 = P(X \in \text{RC}_2|P_1) = P(X = 1, 2|P_1) = 0.20 + 0.15 = 0.35$$

$$\text{Potencia}_3 = P(X \in \text{RC}_3|P_1) = P(X = 1, 4|P_1) = 0.20 + 0.20 = 0.40$$

De lo anterior, concluimos que, al nivel de significación $\alpha = 0.10$, la región crítica RC_1 es la más potente para este contraste.