INSTRUCCIONES

1. El examen consta de cuestiones, que se responden sobre la hoja de codificación proporcionada, y problemas, que se responden en papel aparte.
2. Para escoger una respuesta, basta efectuar una marca **rellenando debidamente el rectángulo sobre el que está la letra escogida** en la hoja de codificación. Piénsalo antes; aunque puedes borrar si escribes con lápiz (número 2 o similar), marcas que no estén perfectamente borradas pueden ser leídas. Te aconsejamos que señales sobre el formulario de examen las respuestas que te parezcan adecuadas, y emplees los últimos diez minutos del tiempo asignado en transcribirlas a la hoja de codificación.
3. Hay siempre, en las preguntas de elección múltiple, una **única** respuesta correcta. Todas las cuestiones correctamente resueltas valen 1 punto mientras que las fallidas suponen una penalización de 0.2 puntos. Las preguntas no contestadas no suponen penalización.
4. Cada uno de los problemas, A, B y C debe responderse en una hoja de papel diferente. La recogida se producirá escalonadamente, en los momentos que constarán en la pizarra; primero, la hoja de codificación, y luego los problemas A, B, y C en este orden.
5. El formulario de examen tiene seis hojas numeradas correlativamente al pie (del 0.1 al 0.6). Cerciórate de recibirlas todas, y reclama si tu formulario fuera incompleto. Hay distintos tipos de examen. Este es del tipo 0; marca un 0 en la columna I de tu hoja de codificación, como en el ejemplo.
6. Los puntos obtenibles en cuestiones y problemas son 30 y 30 respectivamente. Son precisos 15 y 15 para superar el examen. Cuestionarios con puntuaciones iguales o superiores a 14 pueden en algún caso ser compensados por una buena nota en los problemas.
7. Rellena tus datos en la hoja de codificación y pliegos de papel suministrados. En "Convocatorias" (columna II) pondrás el número de convocatorias consumidas *incluyendo ésta.*

Ejemplo:

$\underbrace{12545}$ PEREZ, Ernesto Examen tipo $\underbrace{\;0\;}$ Convocatorias

CUESTIONES (Duración: 1 hora 30 minutos)

1. **PREGUNTA–REGALO.** La capital de España es:

   (A) París (B) Sebastopol (C) Madrid (D) Londres (E) Pekín

Las cuestiones 2 a 4 hacen referencia al siguiente enunciado:

En una empresa editorial que practica la venta a domicilio se sabe que el 20% de los clientes potenciales visitados hace una compra.

2. La probabilidad de que un vendedor que visita 15 domicilios haga más de dos ventas es:

   (A) 0.6020 (B) 0.2309 (C) 0.1671 (D) 0.8329 (E) 0.3980

3. La media diaria de ventas de un vendedor que visita 15 domicilios diarios es:

   (A) 4 (B) 1 (C) 3 (D) 5 (E) 2

4. Si en un mes visita 300 domicilios, la probabilidad aproximada de que consiga un máximo de 52 ventas es:

   (A) 0.3572 (B) 0.8599 (C) 0.1401 (D) 0.5672 (E) 0.4298

Las cuestiones 5 y 6 hacen referencia al siguiente enunciado:

El número de ausencias laborales diarias en una determinada empresa sigue una distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 4$ y se supone independencia entre las distribuciones de los diferentes días.

5. La probabilidad de que en el conjunto de dos días se produzcan más de 6 ausencias es:

   (A) 0.6866 (B) 0.1912 (C) 0.3134 (D) 0.8088 (E) 0.4529

6. La probabilidad aproximada de que en el conjunto de diez días sean como mucho 37 las ausencias laborales es:

   (A) 0.34 (B) 0.48 (C) 0.32 (D) 0.52 (E) 0.66

Las cuestiones 7 a 9 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sean $X_1, X_2, \cdots, X_{100}$ v.a. independientes entre sí y todas con distribución $\gamma(2, 1)$.

7. La media y la varianza de una de dichas variables aleatorias son, respectivamente:

   (A) $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ (B) 2 y 2 (C) 2 y 4 (D) $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{2}$ (E) 2 y 1

8. La probabilidad de que la v.a. X_1 tome valores mayores o iguales que 1 es:

   (A) 0.1353 (B) 0.2706 (C) 0.4729 (D) 0.7294 (E) 0.8647

9. Se define la v.a. $Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_{100}$. La probabilidad aproximada de que la v.a. Y pertenezca al intervalo $(48, 52)$ es:

   (A) 0.689 (B) 0.952 (C) 0.311 (D) 0.048 (E) 0.437

10. Sea $\{X_n\}_{\{n\geq 1\}}$ una sucesión de variables aleatorias cuyas funciones de cuantía están definidas por:

$$X_n = \begin{cases} -(\frac{1}{n}), & \text{con probabilidad } \frac{1}{4}; \\ \frac{1}{n}, & \text{con probabilidad } \frac{1}{4}; \\ 1, & \text{con probabilidad } \frac{1}{2}. \end{cases}$$

La sucesión converge:

(A) En distribución a una variable degenerada en 0

(B) En distribución a una variable binaria con $p = \frac{1}{2}$

(C) En probabilidad a una variable $N(0,1)$

(D) En distribución a una variable degenerada en $\frac{1}{2}$

(E) Todo falso

Las cuestiones 11 a 13 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sean X_1, X_2, X_3 y X_4 v.a. independientes entre sí y con las siguientes distribuciones: $X_1 \in N(2, \sigma^2 = 1)$, $X_2 \in N(5, \sigma^2 = 4)$, $X_3 \in N(4, \sigma^2 = 9)$ y $X_4 \in N(8, \sigma^2 = 4)$.

11. Si definimos la v.a. $Y = (X_1 - 2)^2 + \left(\dfrac{X_2 - 5}{2}\right)^2$, entonces $P(2.77 \leq Y \leq 5.99)$ es:

(A) 0.05 (B) 0.20 (C) 0.75 (D) 0.80 (E) 0.25

12. Si definimos la v.a. $Z = \dfrac{(X_1 - 2)^2 + \left(\frac{X_2-5}{2}\right)^2}{\left(\frac{X_3-4}{3}\right)^2 + \left(\frac{X_4-8}{2}\right)^2}$, entonces $P(Z \leq 9)$ es:

(A) 0.95 (B) 0.01 (C) 0.05 (D) 0.10 (E) 0.90

13. Si definimos la v.a. $V = \dfrac{\sqrt{2}\,(X_1 - 2)}{\sqrt{\left(\frac{X_3-4}{3}\right)^2 + \left(\frac{X_4-8}{2}\right)^2}}$, entonces $P(V \leq 2.92)$ es:

(A) 0.90 (B) 0.01 (C) 0.95 (D) 0.10 (E) 0.05

Las cuestiones 14 y 15 hacen referencia al siguiente enunciado:

El tiempo de duración de las bombillas de una fabricación, expresado en miles de horas, tiene una distribución de probabilidad que depende de los parámetros α y γ. Se sabe que $E(X) = \alpha\gamma$ y $E(X^2) = \alpha\gamma(1+\alpha)$. Para estimar ambos parámetros se ha tomado una m.a.s. de cuatro bombillas cuyos tiempos de duración han resultado ser: 4.1, 4.5, 3.9 y 5.

14. La estimación de α por el método de los momentos es:

(A) $\hat{\alpha} = 9.13$ (B) $\hat{\alpha} = 1.54$ (C) $\hat{\alpha} = 4.42$ (D) $\hat{\alpha} = 3.42$ (E) $\hat{\alpha} = 4.82$

15. La estimación de γ por el método de los momentos es:

(A) $\hat{\gamma} = 0.27$ (B) $\hat{\gamma} = 1.63$ (C) $\hat{\gamma} = 1.28$ (D) $\hat{\gamma} = 0.20$ (E) $\hat{\gamma} = 4.38$

Las cuestiones 16 y 17 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea X una v.a. con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} (\theta+2)x^{-(\theta+3)}, & x > 1, \theta > 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y $X_1, \cdots, X_n$ una m.a.s. de tamaño n procedente de dicha distribución. Se sabe que $m = \frac{\theta+2}{\theta+1}$.

16. El estimador del parámetro θ por el método de los momentos es:

(A) $\left(\dfrac{\overline{X}-2}{1-\overline{X}}\right)$ (B) $(\overline{X}-2)$ (C) Todo falso (D) $(2-\overline{X})$ (E) $\left(\dfrac{\overline{X}-2}{1+\overline{X}}\right)$

17. El estimador máximo verosímil del parámetro θ es:

(A) $\dfrac{n-1}{\ln\left(\prod_i X_i\right)}$ (B) $\dfrac{n}{\ln\left(\prod_i X_i\right)} - 2$ (C) $\dfrac{n}{\ln\left(\prod_i X_i\right)}$ (D) $\dfrac{-n}{\ln\left(\prod_i X_i\right)}$ (E) Todo falso

Las cuestiones 18 a 21 hacen referencia al siguiente enunciado:

Se tiene una distribución normal cuya media es desconocida y se desea estimar. Se toma una m.a.s. de tamaño n y se proponen los siguientes estimadores:

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}, \qquad \hat{\theta}_2 = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n+1}$$

18. ¿Cuál de los dos estimadores es insesgado?

(A) $\hat{\theta}_1$ (B) Ambos son insesgados (C) - (D) Ninguno es insesgado (E) $\hat{\theta}_2$

19. ¿Cuál tiene menor varianza?

(A) $\hat{\theta}_2$ (B) Ambos tienen la misma varianza (C) $\hat{\theta}_1$ (D) Depende de los valores muestrales (E) -

20. ¿Es consistente alguno de los dos estimadores?

(A) $\hat{\theta}_1$ (B) Ambos son consistentes (C) - (D) Ninguno es consistente (E) $\hat{\theta}_2$

21. Si se sabe que la cota de Cramer-Rao para un estimador insesgado de m es $L_c = \frac{\sigma^2}{n}$, ¿es eficiente alguno de los dos estimadores?

(A) $\hat{\theta}_2$ (B) Ambos son eficientes (C) $\hat{\theta}_1$ (D) Ninguno es eficiente (E) -

Las cuestiones 22 y 23 hacen referencia al siguiente enunciado:

De una variable que toma valores en el intervalo $(0,1)$, se quiere contrastar la hipótesis nula $H_0 : f(x) = 2x$ frente a la hipótesis alternativa $H_1 : f(x) = 2 - 2x$. Para ello se toma una muestra de un sólo elemento y se considera el estadístico X.

22. La forma de la región crítica más potente para dicho contraste es:

(A) $(0, C_1)$ (B) $(C_2, 1)$ (C) Todo falso (D) $(C_1, C_2)^C$ (E) (C_1, C_2)

23. La forma concreta de la región crítica para $\alpha = 0.05$ es:

(A) $(0, 0.328)$ (B) $(0.776, 1)$ (C) $(0, 0.224)$ (D) $(0.672, 0.776)^C$ (E) $(0.672, 1)$

Las cuestiones 24 y 25 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea $\overline{X}$ la media de una m.a.s. de tamaño $n = 36$ tomada de un colectivo que sigue una distribución $N(m, \sigma^2 = 9)$. La regla de decisión para contrastar $H_0 : m \leq 50$ frente a $H_1 : m > 50$ es rechazar H_0 si $\overline{X} \geq 50.8$.

24. El nivel de significación del contraste es:

(A) 0.9452 (B) 0.2981 (C) 0.4853 (D) 0.0548 (E) 0.7020

25. La potencia del contraste cuando $m = 50.8$ es:

(A) 0.9452 (B) 0.50 (C) 0 (D) 0.0548 (E) 0.7324

Las cuestiones 26 y 27 hacen referencia al siguiente enunciado:

Se tiene una población con distribución normal y varianza $\sigma^2 = 25$. Se desea estimar su media, m, y para ello se toma una m.a.s.

26. Si se toma una m.a.s. de tamaño $n = 100$, ¿cuál es el intervalo de confianza 0.95 para la media?

(A) $(\overline{x} \pm 0.98)$ (B) $(\overline{x} \pm 1.35)$ (C) $(\overline{x} \pm 4.47)$ (D) $(\overline{x} \pm 3.28)$ (E) $(\overline{x} \pm 1.64)$

27. Si se quiere contrastar la hipótesis nula $H_0 : m \leq 20$ frente a la alternativa $H_1 : m > 20$, y se sabe que de la muestra se ha obtenido $\overline{x} = 22$, la decisión al nivel de significación del 5% será:

(A) No rechazar la hipótesis nula (B) - (C) Rechazar la hipótesis nula (D) - (E) -

Las cuestiones 28 y 29 hacen referencia al siguiente enunciado:

Una empresa que se dedica al cultivo de manzanas quiere introducirse en un nuevo mercado. Esta operación tendrá éxito si la varianza en el peso de las manzanas es como mucho $50gr^2$, pero no tendrá éxito si supera esa cuantía. Para tomar la decisión se toma una m.a.s. de tamaño 10 que ha dado como resultado $s^2 = 53$. Se supone normalidad en la distribución del peso de las manzanas.

28. El intervalo de confianza 95% para la varianza de la población es:

(A) $(27.89, 196.30)$ (B) $(38.92, 162.12)$ (C) $(43.37, 127.21)$ (D) $(57.34, 138.19)$ (E) $(31.36, 159.16)$

29. Si $H_0 : \sigma^2 \leq 50gr^2$, al nivel de significación $\alpha = 5\%$ la empresa adoptará la decisión de:

(A) No rechazar H_0 (B) - (C) Rechazar H_0 (D) - (E) -

30. Se desea contrastar si la actitud de la población hacia un producto es igual en tres diferentes tramos de edad (18 a 30, 31 a 45 y más de 45). Para ello se ha obtenido una m.a.s. de cada uno de los grupos. Los tamaños de las muestras han sido respectivamente 100, 150 y 80 y se ha estudiado en cada una el porcentaje de personas que consumen el producto regularmente, esporádicamente y nunca. El contraste más adecuado es:

(A) Contraste de homogeneidad

(B) Contraste de diferencia de proporciones

(C) Contraste de igualdad de varianzas

(D) Ajuste χ^2 a una distribución totalmente especificada

(E) Contraste de independencia

PROBLEMAS (Duración: 75 minutos)

A (10 puntos, 25 minutos) Se quiere conocer si existe influencia del sexo sobre las preferencias de los individuos respecto de determinados programas televisivos. Con ese objetivo se ha tomado una m.a.s. de 1000 individuos a los que se ha preguntado cuál de los siguientes tipos de programa les gusta más: deportes, concursos y películas. Se han clasificado a los individuos de acuerdo con la respuesta dada, diferenciando entre hombres y mujeres, dando lugar a la siguiente tabla:

Sexo	**Deportes**	**Concursos**	**Películas**	**Totales**
Hombre	210	140	130	480
Mujer	150	160	210	520
Totales	360	300	340	1000

Al nivel de significación del 5%, ¿cuál será la decisión del contraste?

B (10 puntos, 25 minutos) Sea X una v.a. con la siguiente función de cuantía:

$$P(x) = e^{-(\lambda/2)} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^x \left(\frac{1}{x!}\right) \qquad x = 0, 1, 2, \cdots, \qquad \lambda > 0$$

Se quiere estimar al parámetro λ y para ello se toma una m.a.s. de tamaño n, $X_1, X_2, \cdots, X_n$.

Se sabe que la media y la varianza de la distribución son ambas iguales a $\dfrac{\lambda}{2}$.

i) Deducir el estimador para el párametro λ por el método de los momentos y por el de máxima verosimilitud.

ii) Se propone el siguiente estimador $\hat{\lambda} = 2\overline{X}$. ¿Es dicho estimador insesgado? ¿Consistente? ¿Eficiente?

C (10 puntos, 25 minutos) Sea X una v.a. con distribución $N(m, \sigma^2)$ con varianza conocida y media desconocida, que se quiere estimar. Para ello se ha tomado una m.a.s. de tamaño n, $X_1, X_2, \cdots, X_n$.

i) Deducir de forma detallada el intervalo de confianza $1 - \alpha$ para la media poblacional, m.

ii) En el caso de que $n = 25$, $\sigma^2 = 16$, y de la muestra se obtenga el valor $\overline{x} = 20$, obtener el intervalo de confianza 95%.

SOLUCIONES DEL CUESTIONARIO (tipo 0)

1: C	11: B	21: C
2: A	12: E	22: A
3: C	13: C	23: C
4: C	14: D	24: D
5: A	15: C	25: B
6: A	16: A	26: A
7: A	17: B	27: C
8: A	18: A	28: A
9: C	19: A	29: A
10: B	20: B	30: A

SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS

Problema A

Se trata de una prueba de independencia entre las variables que recogen el sexo y la preferencia por lo programas televisivos.

Bajo la hipótesis nula de independencia, $p_{ij} = p_{i\bullet} \cdot p_{\bullet j}$.

Dado que no conocemos $p_{i\bullet}$ ni $p_{\bullet j}$, se estiman a partir de la tabla de datos de la siguiente forma:

$$\hat{p}_{i\bullet} = \frac{n_{i\bullet}}{n} \qquad \hat{p}_{\bullet j} = \frac{n_{\bullet j}}{n}$$

de tal modo que

$$\hat{p}(\text{Hombre}) = 0.48, \qquad \hat{p}(\text{Mujer}) = 0.52$$

$$\hat{p}(\text{Deporte}) = 0.36, \qquad \hat{p}(\text{Concurso}) = 0.3, \qquad \hat{p}(\text{Pelicula}) = 0.34$$

Clase	n_{ij}	$\hat{p}_{ij}$	$n\hat{p}_{ij}$	$\frac{(n_{ij} - n\hat{p}_{ij})^2}{n\hat{p}_{ij}}$
Hombre-Deporte	210	0.1728	172.8	8.008
Hombre-Concurso	140	0.1440	144	0.111
Hombre-Película	130	0.1632	163.2	6.754
Mujer-Deporte	150	0.1872	187.2	7.392
Mujer-Concurso	160	0.1560	156	0.103
Mujer-Película	210	0.1768	176.8	6.234
	1000	1	1000	$z = 28.602$

El estadístico $\sum \frac{(n_{ij} - n\hat{p}_{i\bullet}\hat{p}_{\bullet j})^2}{n\hat{p}_{i\bullet}\hat{p}_{\bullet j}}$ sigue, bajo la hipótesis nula, una distribución $\chi^2_{(k'-1)\cdot(k''-1)}$ siendo k' y k'' el número de clases en que ha sido dividida cada una de las características consideradas.

En este caso:

$$28.602 > 5.99 = \chi^2_{(2-1)(3-1)\,,\,0.05} = \chi^2_{2\,,\,0.05},$$

por lo que se rechaza la hipótesis nula de independencia a un nivel de significación del 5%.

Problema B

$$P(x, \lambda) = e^{-(\lambda/2)} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^x \left(\frac{1}{x!}\right) \qquad x = 0, 1, 2, \cdots, \qquad \lambda > 0$$

$$m(X) = \text{Var}(X) = \frac{\lambda}{2}$$

i)

Estimador máximo verosímil

$$L(\vec{X}; \lambda) = P(X_1; \lambda) \ldots P(X_n; \lambda) = e^{-n(\lambda/2)} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{X_1 + X_2 + \cdots + X_n} \left(\frac{1}{X_1! X_2! \cdots X_n!}\right)$$

$$\ln L(\vec{X}; \lambda) = -n\left(\frac{\lambda}{2}\right) + \sum_{i=1}^{n} X_i \ln\left(\frac{\lambda}{2}\right) - \ln(X_1! X_2! \cdots X_n!)$$

$$\frac{\partial \ln L(\vec{X},\lambda)}{\partial \lambda} = -\frac{n}{2} + \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{\lambda} = 0$$

$$\hat{\lambda}_{MV} = \frac{2\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = 2\overline{X}$$

Estimador por momentos

Por el método de momentos igualamos el primer momento muestral al primer momento poblacional, es decir,

$$a_1 = \alpha_1$$

Dado que en este caso $\alpha_1 = \frac{\lambda}{2}$, y $a_1 = \overline{X}$, se llega a: $\dfrac{\lambda}{2} = \overline{X}$, de donde,

$$\hat{\lambda}_{MM} = 2\overline{X}$$

ii)

Insesgadez. El estimador es insesgado porque,

$$E\left(\hat{\lambda}\right) = E\left(2\overline{X}\right) = 2E(\overline{X}) = 2\left(\frac{\lambda}{2}\right) = \lambda$$

Consistencia. Es un estimador consistente porque cumple las dos condiciones suficientes:

1) $\hat{\lambda}$ es un estimador insesgado y

2) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\operatorname{var}\left(\hat{\lambda}\right)\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{var}\left(2\overline{X}\right) = \lim\limits_{n\to\infty} 4\dfrac{\operatorname{var}(X)}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} 4\left(\dfrac{\lambda}{2n}\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2\lambda}{n}\right) = 0,$

Eficiencia. Para comprobar si el estimador es eficiente calculamos la Cota de Cramer-Rao.

$$Lc = \frac{1}{nE\left[\dfrac{\partial \ln P(X,\lambda)}{\partial \lambda}\right]^2}$$

$$\ln P(X,\lambda) = -\frac{\lambda}{2} + X\ln\left(\frac{\lambda}{2}\right) - \ln X!$$

$$\frac{\partial \ln P(X,\lambda)}{\partial \lambda} = -\frac{1}{2} + \frac{X}{\lambda} = \frac{2X-\lambda}{2\lambda} = \frac{X-(\lambda/2)}{\lambda}$$

$$E\left[\frac{\partial \ln P(X,\lambda)}{\partial \lambda}\right]^2 = \frac{1}{\lambda^2}E\left(X-(\lambda/2)\right)^2 = \frac{1}{\lambda^2}\operatorname{var}(X) = \left(\frac{1}{\lambda^2}\right)\left(\frac{\lambda}{2}\right) = \frac{1}{2\lambda}$$

Entonces:

$$Lc = \frac{1}{n\left(\frac{1}{2\lambda}\right)} = \frac{2\lambda}{n}$$

La varianza del estimador coincide con la cota de Cramer-Rao por lo que el estimador es eficiente.

Problema C

i) Sea $\vec{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ una m.a.s. de tamaño n tomada de una distribución $N(m, \sigma^2)$. Entonces:

$$\bar{X} \in N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

$$\frac{\bar{X} - m}{\sigma/\sqrt{n}} \in N(0,1)$$

Intervalo de Confianza

$$P\left(-t_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{\bar{X} - m}{\sigma/\sqrt{n}} < t_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(-t_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} - m < t_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(-\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < -m < -\bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

Por lo tanto, el intervalo de confianza $1 - \alpha$ es:

$$IC_{1-\alpha} = \left(\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

ii) En el caso de que $n = 25$, $\sigma^2 = 16$, y $\overline{x} = 20$, el intervalo de confianza 95% será:

$$IC_{0.95} = \left(20 \pm t_{0.025}\frac{4}{5}\right)$$

Dado que $t_{0.025} = 1.96$,

$$IC_{0.95} = \left(20 \pm 1.96\frac{4}{5}\right) = (20 \pm 1.568) = (18.432, 21.568)$$