ESTADISTICA EMPRESARIAL - Segundo Curso Curso 2.005-06
Convocatoria de Febrero. 18-01-06

INSTRUCCIONES

1. El examen consta de cuestiones, que se responden sobre la hoja de codificación proporcionada, y problemas, que se responden en papel aparte.
2. Para escoger una respuesta, basta efectuar una marca **rellenando debidamente el rectángulo sobre el que está la letra escogida** en la hoja de codificación. Piénsalo antes; aunque puedes borrar si escribes con lápiz (número 2 o similar), marcas que no estén perfectamente borradas pueden ser leídas. Te aconsejamos que señales sobre el formulario de examen las respuestas que te parezcan adecuadas, y emplees los últimos diez minutos del tiempo asignado en transcribirlas a la hoja de codificación.
3. Hay siempre, en las preguntas de elección múltiple, una **única** respuesta correcta. Todas las cuestiones correctamente resueltas valen 1 punto mientras que las fallidas suponen una penalización de 0.2 puntos. Las preguntas no contestadas no suponen penalización.
4. Cada uno de los problemas, A, B y C debe responderse en una hoja de papel diferente. La recogida se producirá escalonadamente, en los momentos que constarán en la pizarra; primero, la hoja de codificación, y luego los problemas A, B, y C en este orden.
5. El formulario de examen tiene seis hojas numeradas correlativamente al pie (del 0.1 al 0.6). Cerciórate de recibirlas todas, y reclama si tu formulario fuera incompleto. Hay distintos tipos de examen. Este es del tipo 0; marca un 0 en la columna I de tu hoja de codificación, como en el ejemplo.
6. Los puntos obtenibles en cuestiones y problemas son 30 y 30 respectivamente. Son precisos 15 y 15 para superar el examen. Cuestionarios con puntuaciones iguales o superiores a 14 pueden en algún caso ser compensados por una buena nota en los problemas.
7. Rellena tus datos en la hoja de codificación y pliegos de papel suministrados. En "Convocatorias" (columna II) pondrás el número de convocatorias consumidas *incluyendo ésta.*

Ejemplo:

$\underbrace{12545}$ PEREZ, Ernesto Examen tipo $\underbrace{0}$ Convocatorias

CUESTIONES (Duración: 1 hora 30 minutos)

1. PREGUNTA-REGALO. La capital de España es:

   (A) París (B) Sebastopol (C) Madrid (D) Londres (E) Pekín

2. Sea $\{X_n\}_{n\in\mathcal{N}}$ una sucesión de variables aleatorias con distribución $U[5, 5+\frac{1}{n}]$. La sucesión convergerá:

   (A) Sólo en distribución a $X = 5$

   (B) En distribución y en probabilidad a $X = 0$

   (C) En distribución y en probabilidad a $X = 5$

   (D) Sólo en probabilidad a $X = 5$

   (E) Todo falso

3. Sean $X_1, \cdots, X_{400}$ v.a. independientes y con idéntica distribución $\gamma(a = 2, r = 4)$. La probabilidad aproximada de que $Z = \sum_{i=1}^{400} X_i$ tome valores en el intervalo $[780, 820]$ es:

   (A) 0.8413 (B) 1 (C) 0.6826 (D) 0 (E) Todo falso

Las cuestiones 4 a 6 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sean $X_1 \in N(4, \sigma^2 = 9), X_2 \in N(2, \sigma^2 = 9), X_3 \in N(0, 1)$ y $X_4 \in \chi^2_2$ v.a. independientes.

4. Se define la v.a. $V = \frac{1}{9}[(X_1 - 4)^2 + (X_2 - 2)^2]$. La $P(V < 2.77)$ es:

   (A) 0.25 (B) 0.125 (C) Todo falso (D) 0.375 (E) 0.75

5. Se define la v.a. $W = \dfrac{\sqrt{2}X_3}{\sqrt{V}}$. La $P(-1.89 < W < 2.92)$ es:

   (A) 0.30 (B) 0.70 (C) 0.85 (D) 0.15 (E) Todo falso

6. Se define la v.a. $Z = \dfrac{X_4}{V}$. El valor k tal que $P(Z > k) = 0.95$ es:

   (A) 19 (B) 9 (C) Todo falso (D) $\frac{1}{9}$ (E) $\frac{1}{19}$

Las cuestiones 7 y 8 hacen referencia al siguiente enunciado:

En la sección de "oportunidades" de unos grandes almacenes se sabe que la probabilidad de que los objetos que llegan diariamente de otras secciones presenten algún defecto es 0.30. Se supone independencia entre los objetos.

7. Si en un día determinado llegan a "oportunidades" 20 objetos, la probabilidad de que haya 10 defectuosos es:

   (A) 0.9829 (B) 0.9691 (C) 0.0309 (D) 0.0171 (E) Todo falso

8. Si en un mes se destinan 700 objetos a la sección de "oportunidades", la probabilidad aproximada de que más de 200 presenten algún defecto es:

   (A) 0.7823 (B) 0.4207 (C) 0.2742 (D) 0.8918 (E) 0.5793

Las cuestiones 9 a 11 hacen referencia al siguiente enunciado:

El número de reclamaciones que se atienden diariamente en un cierto servicio de atención al cliente sigue una distribución de Poisson de $\lambda = 9$. Se supone independencia entre las reclamaciones.

9. La probabilidad aproximada de que un día determinado se atiendan más de 7 reclamaciones es:

(A) 0.2068 (B) 0.3239 (C) 0.7932 (D) 0.6761 (E) 0.5443

10. La probabilidad aproximada de que en una semana (5 días laborables) las reclamaciones atendidas sean menos de 40 es:

(A) 0.7939 (B) 0.4703 (C) 0.4522 (D) 0.5478 (E) 0.2061

11. La probabilidad aproximada de que en una semana (5 días laborables) haya sólo 1 día en el que se atienden más de 7 reclamaciones es:

(A) 0.007 (B) 0.3384 (C) 0.0372 (D) 0.6616 (E) 0.993

Las cuestiones 12 y 13 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea X una v.a. discreta cuya distribución se especifica como:

$$P(X=0)=\theta \qquad P(X=1)=P(X=2)=2\theta \qquad P(X=3)=1-5\theta$$

Para estimar el parámetro θ se ha tomado una m.a.s. de tamaño 10 que proporciona el siguiente resultado: 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3.

12. Una estimación de θ por el método de los momentos es:

(A) 0.10 (B) 0.50 (C) 0.20 (D) 0.25 (E) 0.15

13. Una estimación de θ por máxima verosimilitud es:

(A) 0.15 (B) 0.50 (C) 0.10 (D) 0.25 (E) 0.20

Las cuestiones 14 a 17 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea X una v.a. con la siguiente función de densidad: $f(x,\theta) = \dfrac{3}{\theta^3}\, x^2, \quad x \in [0,\theta]$ y sea $X_1, X_2, \cdots, X_n$ una m.a.s. de dicha distribución. Se sabe que la media de dicha variable es $m = \frac{3\theta}{4}$ y la varianza es $\sigma^2 = \frac{3\theta^2}{80}$.

14. El estimador de θ por el método de los momentos, $\hat{\theta}_{MM}$, es:

(A) $\frac{3\overline{X}}{4}$ (B) Todo falso (C) $\max\{X_i\}$ (D) $\min\{X_i\}$ (E) $\frac{4\overline{X}}{3}$

15. ¿Es el estimador $\hat{\theta}_{MM}$ insesgado?

(A) No (B) No se puede saber (C) Sí (D) - (E) -

16. ¿Es el estimador $\hat{\theta}_{MM}$ consistente?

(A) Sí (B) No se puede saber (C) - (D) - (E) No

17. El estimador de θ por máxima verosimilitud es:

(A) $\max\{X_i\}$ (B) $\frac{3\overline{X}}{4}$ (C) $\min\{X_i\}$ (D) $\frac{4\overline{X}}{3}$ (E) Todo falso

18. Sea X una v.a. con distribución de Poisson de parámetro λ. A partir de una m.a.s. de tamaño n se considera como estimador de λ: $\hat{\lambda} = \dfrac{X_1 + \cdots + X_n}{k}$. ¿Qué valor debe tomar k para que $\hat{\lambda}$ sea insesgado?

(A) n (B) $\dfrac{1}{n}$ (C) $\dfrac{1}{\overline{x}}$ (D) Todo falso (E) $\overline{x}$

Las cuestiones 19 y 20 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea X una v.a. con la siguiente función de densidad:

$$f(x, \theta) = 3^{\theta}\ x^{\theta-1} e^{-3x} \qquad x > 0, \qquad \theta > 0$$

Para contrastar la hipótesis nula de que $\theta = 1$ frente a la alternativa de que $\theta = 2$ se toma una muestra de tamaño $n = 1$.

19. La región crítica más potente para dicha observación, para un determinado nivel de significación es de la forma:

(A) $X \geq C$ (B) $X \in (C_1, C_2)^c$ (C) $X \leq C$ (D) $X \in (C_1, C_2)$ (E) Todo falso

20. Al nivel de significación $\alpha = 5\%$, se rechaza H_0 si:

(A) $X \leq 0.9986$ (B) $X \in (0.0171, 0.998)$ (C) $X \geq 0.0171$ (D) $X \leq 0.0171$ (E) $X \geq 0.9986$

Las cuestiones 21 y 22 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sea X una variable aleatoria con distribución de Poisson de parámetro λ. Para contrastar $H_0 : \lambda \leq 2$ frente a $H_1 : \lambda > 2$ se toma una m.a.s. de tamaño $n = 3$ y se construye el estadístico $T = \sum_{i=1}^{3} X_i$. Se decide rechazar H_0 si $T > 10$.

21. El nivel de significación aproximado de la prueba es :

(A) 0.084 (B) 0.043 (C) 0.050 (D) 0.020 (E) 0.112

22. La potencia de la prueba para $\lambda = 3$ es:

(A) 0.8030 (B) 0.2940 (C) 0.4126 (D) 0.1970 (E) 0.7060

Las cuestiones 23 a 25 hacen referencia al siguiente enunciado:

Una empresa de carpintería considera rentable abrir un nuevo taller en otra provincia si al menos el 40% de sus habitantes se muestra dispuesto a hacer uso de sus servicios. Para contrastar $H_0 : p \geq 0.40$ frente a $H_1 : p < 0.40$ selecciona una m.a.s. de 20 individuos.

23. Sea Z la v.a. que representa el número de individuos, de entre los 20, que están dispuestos a usar sus servicios. Al nivel de significación $\alpha = 5\%$ la empresa no abrirá el nuevo taller si:

(A) $Z \leq 4$ (B) $Z < 4$ (C) $Z \geq 4$ (D) $Z > 4$ (E) $Z > 2$

24. La potencia de la prueba si $p = 0.30$ es:

(A) 0.1071 (B) 0.8929 (C) 0.950 (D) 0.7625 (E) 0.2375

25. Si en la m.a.s. hay 8 individuos que se muestran dispuestos a hacer uso del nuevo taller, la decisión de la empresa será:

(A) Rechazar H_0 (B) - (C) No rechazar H_0 (D) - (E) -

Las cuestiones 26 y 27 hacen referencia al siguiente enunciado:

Se desea estimar la proporción, p, de ciclistas que utilizan habitualmente el carril-bici en sus salidas.

26. Si se selecciona una m.a.s. de 800 ciclistas resultando que 300 de ellos utilizan habitualmente el carril-bici, el intervalo de confianza 95% para la proporción p es, aproximadamente:

(A) $(0.3415,\ 0.4085)$ (B) $(0.3239,\ 0.5739)$ (C) $(0.2575,\ 0.7250)$

(D) $(0.3750,\ 0.6750)$ (E) $(0.5915,\ 0.6585)$

27. Se desea contrastar $H_0 : p = 0.35$ frente a $H_1 : p \neq 0.35$. Al nivel de significación $\alpha = 5\%$, la decisión del contraste será:

(A) No rechazar H_0 (B) - (C) Rechazar H_0 (D) - (E) -

28. Se sabe que el gasto en productos farmacéuticos en una cierta población sigue una distribución normal y se sospecha que la varianza del gasto en tales productos efectuado por individuos de menos de 50 años, σ_1^2, es igual o mayor que la varianza del gasto efectuado por individuos de edad superior, σ_2^2. Para contrastar $H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$ frente a $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ se seleccionan sendas muestras de tamaño igual a 31 en cada colectivo. Las m.a.s. proporcionan $s_1^2 = 62$ y $s_2^2 = 65$. La decisión del contraste, al nivel de significación $\alpha = 5\%$, será:

(A) Rechazar H_0 (B) - (C) - (D) - (E) No rechazarH_0

Las cuestiones 29 y 30 hacen referencia al siguiente enunciado:

Sean X e Y dos v.a. independientes con distribuciones respectivas $X \in N(m_x, \sigma_x^2 = 25)$ e $Y \in N(m_y, \sigma_y^2 = 36)$. Para contrastar $H_0 : m_x = m_y$ frente a $H_1 : m_x \neq m_y$ se toman en ambos colectivos sendas m.a.s. de tamaño 30 que proporcionan $\overline{x} = 82$ e $\overline{y} = 80$.

29. Un intervalo de confianza 90% para $(m_x - m_y)$ es, aproximadamente:

(A) $(-0.7949,\ 4.7949)$ (B) $(-1.3347,\ 5.3347)$ (C) $(-0.3386,\ 4.3386)$

(D) $(0.3386,\ 4.3386)$ (E) $(0.7949,\ 4.7949)$

30. La decisión del contraste al nivel de significación $\alpha = 10\%$ será:

(A) Rechazar H_0 (B) - (C) - (D) - (E) No rechazarH_0

PROBLEMAS (Duración: 75 minutos)

A. (10 puntos, 25 minutos)

Sea X una v.a. con la siguiente función de densidad:

$$f(x,\theta) = \frac{1}{6\theta^4} x^3 e^{-\frac{1}{\theta}x} \qquad x > 0, \qquad \theta > 0$$

Para estimar el parámetro θ se ha tomado una m.a.s. de tamaño n, $X_1, X_2, \cdots, X_n$.

i) Obtén, **detalladamente**, el estimador por el método de momentos para el parámetro θ.

ii) Obtén, **detalladamente**, el estimador por máxima verosimilitud para el parámetro θ.

iii) ¿Es el estimador máximo verosímil de θ insesgado? ¿consistente? ¿eficiente?

Ayuda 1: Recuerda que si $X \in \gamma(a,r)$, entonces $f(x,a,r) = \dfrac{a^r}{\Gamma(r)} x^{r-1} e^{-ax}, \quad x > 0; \quad a, r > 0$

Ayuda 2: Recuerda que la Cota de Cramer-Rao para un estimador regular e insesgado, obtenido a partir de una m.a.s. es $L_c = \dfrac{1}{n\mathrm{E}\left(\dfrac{\partial \ln(f(x,\theta))}{\partial \theta}\right)^2}$

B. (10 puntos, 25 minutos)

El precio de venta, en miles de euros, de la vivienda usada en cierta comunidad sigue una distribución $N(m, \sigma^2)$. Para contrastar $H_0 : m \leq 337$ frente a $H_1 : m > 337$ se selecciona una m.a.s. de 26 viviendas usadas en venta. De la muestra se obtiene $\overline{x} = 340$ y $s^2 = 150$.

i) Realiza el contraste solicitado para un nivel de significación $\alpha = 5\%$.

ii) Obtén el intervalo de confianza 95% para la varianza σ^2.

C. (10 puntos, 25 minutos)

En un hospital se cree que el peso, en kg, de los recién nacidos sigue una distribución $N(m = 3.30, \sigma^2 = 0.5)$. Para contrastar dicha hipótesis se selecciona una m.a.s. de 200 recién nacidos que proporciona los siguientes resultados:

Peso	Menos de 2	2 a 3	3 a 4	4 a 5	Más de 5
Recién Nacidos	5	60	104	29	2

Con estos datos, realiza el contraste solicitado al nivel de significación del 5%.

SOLUCIONES DEL CUESTIONARIO

1: C	11: C	21: B
2: C	12: A	22: B
3: C	13: C	23: B
4: E	14: E	24: A
5: C	15: C	25: C
6: E	16: A	26: A
7: C	17: A	27: A
8: A	18: A	28: E
9: D	19: A	29: C
10: E	20: E	30: E

SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS

A)

La función de densidad de la v.a. X es:

$$f(x,\theta) = \frac{1}{6\theta^4} x^3 e^{-\frac{1}{\theta}x} \qquad x > 0, \qquad \theta > 0$$

Es fácil comprobar, haciendo uso de la Ayuda 1, que $X \in \gamma(a = \frac{1}{\theta}, r = 4)$.

En consecuencia, $\mathrm{E}(X) = \frac{r}{a} = 4\theta$ y $\mathrm{Var}(X) = \frac{r}{a^2} = 4\theta^2$.

i) Estimador por el método de momentos

Igualamos el primer momento poblacional al primer momento muestral. Es decir,

$$\alpha_1 = \mathrm{E}(X) = a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \overline{X}$$

De la v.a. X sabemos que $\mathrm{E}(X) = 4\theta$, por lo que tendremos que:

$$4\theta = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \overline{X}$$

y, por tanto,

$$\hat{\theta}_{MM} = \frac{\overline{X}}{4}$$

ii) Estimador máximo verosímil

La función de verosimilitud de la muestra es:

$$\begin{aligned} L(\theta) &= f(x_1;\theta)\ \dots\ f(x_n;\theta) = \\ &= \frac{1}{6\theta^4} x_1^3 e^{-\frac{1}{\theta}x_1}\ \dots\ \frac{1}{6\theta^4} x_n^3 e^{-\frac{1}{\theta}x_n} = \\ &= \frac{1}{6^n\theta^{4n}} \prod_{i=1}^n x_i^3\ e^{-\frac{1}{\theta}\sum_{i=1}^n x_i} \end{aligned}$$

Calculamos su logaritmo neperiano:

$$\ln L(\theta) = -n\ln 6 - 4n\ln\theta + \ln\left[\prod_{i=1}^n x_i^3\right] - \frac{1}{\theta}\sum_{i=1}^n x_i$$

Si derivamos respecto de θ e igualamos a cero se tiene:

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial\theta} = \frac{-4n}{\theta} + \frac{1}{\theta^2}\sum_{i=1}^n x_i = 0$$

de donde,

$$-4n\theta + \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$\hat{\theta}_{MV} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{4n} = \frac{\overline{X}}{4}$$

iii) Insesgadez:

Para ver si el estimador es insesgado hay que comprobar si $\mathrm{E}(\hat{\theta}_{MV}) = \theta$.

En este caso,

$$\mathrm{E}(\hat{\theta}_{MV}) = \mathrm{E}\left(\frac{1}{4}\ \overline{X}\right) = \frac{1}{4}\ \mathrm{E}(X) = \frac{1}{4}\ 4\theta = \theta$$

Por lo tanto, sí es insesgado.

Consistencia

Para ver si el estimador es consistente calculamos la varianza del estimador.

$$\mathrm{Var}(\hat{\theta}_{MV}) = \mathrm{Var}\left(\frac{1}{4}\ \overline{X}\right) = \frac{1}{16}\ \frac{\mathrm{Var}(X)}{n} = \frac{1}{16}\ \frac{4\theta^2}{n} = \frac{\theta^2}{4n}$$

Dado que se trata de un estimador insesgado y cuya varianza tiende a 0 cuando n tiende a infinito, se cumplen las condiciones suficientes para la consistencia. Podemos afirmar que se trata de un estimador consistente para θ.

Eficiencia

Para ver si el estimador es eficiente hay que comprobar si la varianza del estimador coincide con la cota de Cramer-Rao para un estimador regular e insesgado de θ.

La cota, que aparece en la Ayuda 2, es $L_c = \dfrac{1}{n\mathrm{E}\left(\dfrac{\partial \ln(f(x,\theta))}{\partial\theta}\right)^2}$

Para calcularla haremos:

$$\ln(f(x,\theta)) = -\ln 6 - 4\ln\theta + 3\ln x - \frac{1}{\theta}x$$

$$\frac{\partial \ln(f(x,\theta))}{\partial\theta} = -\frac{4}{\theta} + \frac{x}{\theta^2} = \frac{1}{\theta^2}(x - 4\theta)$$

$$\left(\frac{\partial \ln(f(x,\theta))}{\partial\theta}\right)^2 = \frac{1}{\theta^4}(x-4\theta)^2$$

$$\mathrm{E}\left(\frac{\partial \ln(f(x,\theta))}{\partial\theta}\right)^2 = \frac{1}{\theta^4}\mathrm{E}(X-4\theta)^2 = \frac{1}{\theta^4}\mathrm{Var}X = \frac{4\theta^2}{\theta^4} = \frac{4}{\theta^2}$$

$$n\mathrm{E}\left(\frac{\partial \ln(f(x,\theta))}{\partial\theta}\right)^2 = \frac{4n}{\theta^2}$$

y

$$L_c = \frac{\theta^2}{4n} = \mathrm{Var}(\hat{\theta}_{MV})$$

En consecuencia, $\hat{\theta}_{MV}$ es un estimador eficiente de θ.

B)

Sea X la v.a. que representa el precio de venta, en miles de euros, de la vivienda usada, $X \in N(m,\sigma^2)$. Se desea contrastar $H_0 : m \leq 337$ frente a $H_1 : m > 337$ a partir de una m.a.s. de 26 viviendas que proporciona $\overline{x} = 340$ y $s^2 = 150$.

i) Puesto que σ^2 es desconocida, el estadístico de contraste y su distribución bajo H_0 será:

$$\frac{\overline{X}-m_0}{S}\sqrt{(n-1)} \in t_{(n-1)}$$

y se rechaza H_0 al nivel de significación α si:

$$\frac{\overline{x}-m_0}{s}\sqrt{(n-1)} \geq t_{(n-1);\alpha}$$

En este caso, $\dfrac{340-337}{\sqrt{150}}\sqrt{25} = 1.22 < t_{25;\alpha=0.05} = 1.71$, luego no se rechaza $H_0 : m \leq 337$ al nivel de significación $\alpha = 5\%$.

ii) Para obtener el intervalo de confianza para estimar σ^2 utilizaremos el estadístico: $\dfrac{nS^2}{\sigma^2} \in \chi^2_{(n-1)}$ que proporciona el intervalo de confianza $(1-\alpha)$ siguiente:

$$\left[\frac{ns^2}{\chi^2_{(n-1);\frac{\alpha}{2}}}; \frac{ns^2}{\chi^2_{(n-1);1-\frac{\alpha}{2}}}\right]$$

En concreto, con los datos del problema, el intervalo de confianza 95% para la varianza de X, σ^2, es:

$$\left[\frac{26\times 150}{\chi^2_{25;0.025}}; \frac{26\times 150}{\chi^2_{25;0.975}}\right] == \left[\frac{26\times 150}{40.6}; \frac{26\times 150}{13.1}\right] = [96.06; 297.71]$$

C)

Sea X la v.a. que representa el peso, en kg, de los recién nacidos.

Se desea contrastar $H_0 : X \in N(m = 3.30, \sigma^2 = 0.5)$ frente a $H_1 : X \notin N(m = 3.30, \sigma^2 = 0.5)$ a partir de una m.a.s. del peso de 200 recién nacidos.

Se trata, por tanto, de realizar una prueba de ajuste de la χ^2 a una distribución totalmente especificada.

Para la obtención del estadístico elaboraremos la siguiente tabla:

clases	n_i	P_i	nP_i	$\dfrac{(n_i - nP_i)^2}{nP_i}$
< 2	5	0.0329	6.58	
$2-3$	60	0.3043	60.86	
$3-4$	104	0.4993	99.86	
$4-5$	29	0.1553	31.06	
> 5	2	0.0082	1.64	
	200	1	200	

donde las probabilidades P_i han sido calculadas en la distribución de X bajo H_0: $X \in N(3.30, 0.5)$:

$$P(X < 2) = \Phi\left(\frac{2-3.30}{\sqrt{0.50}}\right) = \Phi(-1.84) = 1 - 0.9671 = 0.0329$$

$$P(2 < X < 3) = \Phi\left(\frac{3-3.30}{\sqrt{0.50}}\right) - \Phi\left(\frac{2-3.30}{\sqrt{0.50}}\right) = \Phi(-0.42) - 0.0329 = (1-0.6628) - 0.0329 = 0.3043$$

y así sucesivamente. (Nota: Los valores obtenidos son aproximados puesto que no se ha realizado interpolación alguna en el cálculo de las probabilidades)

En la tabla anterior se observa que hay una clase, $(X > 5)$, que presenta una frecuencia teórica menor que 5 por lo que es preciso agrupar esta clase con su inmediata anterior. En consecuencia la nueva tabla para la obtención del estadístico será:

clases	n_i	P_i	nP_i	$\frac{(n_i - nP_i)^2}{nP_i}$
< 2	5	0.0329	6.58	0.37939
$2 - 3$	60	0.3043	60.86	0.01215
$3 - 4$	104	0.4993	99.86	0.17163
> 4	31	0.1635	32.70	0.08838
	200	1	200	$z = 0.65155$

Bajo H_0, el estadístico $Z = \sum \frac{(n_i - nP_i)^2}{nP_i} \sim \chi^2_{k-1}$, siendo $k = 4$ el número de clases definitivas tras la agrupación.

La regla de decisión será rechazar H_0 si $z > \chi^2_{3;0.05}$, siendo z el valor del estadístico Z.

En concreto, $z = 0.65155 < \chi^2_{3;0.05} = 7.81$ y la decisión es no rechazar $H_0 : X \in N(3.30, 0.50)$ al nivel de significación $\alpha = 5\%$.