## INSTRUCCIONES

1. La tarea consta de cuestiones, que se responden sobre la hoja de codificación proporcionada.
2. Para escoger una respuesta, basta efectuar una marca **rellenando debidamente el rectángulo sobre el que está la letra escogida** en la hoja de codificación. Piénsalo antes; aunque puedes borrar si escribes con lápiz (número 2 o similar), marcas que no estén perfectamente borradas pueden ser leídas. Te aconsejamos que señales sobre el formulario de examen las respuestas que te parezcan adecuadas, y emplees los últimos cinco minutos del tiempo asignado en transcribirlas a la hoja de codificación.
3. Hay siempre, en las preguntas de elección múltiple, una **única** respuesta correcta. Todas las cuestiones correctamente resueltas valen 1 punto mientras que las fallidas no suponen penalización. Las preguntas no contestadas no suponen penalización.
4. El formulario de examen tiene cuatro hojas numeradas correlativamente al pie (del 0.1 al 0.4). Cerciórate de recibirlas todas, y reclama si tu formulario fuera incompleto. Hay distintos tipos de tarea. Esta es del tipo 0; marca un 0 en la columna I de tu hoja de codificación.
5. Los puntos obtenibles en cuestiones son 14. Son precisos 10 para superar la tarea.
6. Rellena tus datos en la hoja de codificación.

Ejemplo:

$\underbrace{\text{12545}}$ PEREZ, Ernesto Tarea tipo $\underbrace{\text{0}}$ Convocatorias

**CUESTIONES (Duración: 45 minutos)**

1. La capital de España es:

   (A) París (B) Sebastopol (C) Madrid (D) Londres (E) Pekín

**Las cuestiones 2 a 4 hacen referencia al siguiente enunciado:**

Sea $X$ una v.a. con función de densidad

$$f(x,\theta) = \begin{cases} \dfrac{2x}{\theta^2}\, e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^2} & \text{para } x \geq 0,\ \ \theta > 0; \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

y cuya media es $m = \theta\, \Gamma(3/2)$.

Se desea estimar el parámetro $\theta$ y para ello se toma una m.a.s. de tamaño $n$, $X_1$, $X_2$, $\cdots$, $X_n$.

2. El estimador por el método de los momentos, $\hat{\theta}_{MM}$, de $\theta$ será:

   (A) $\dfrac{\overline{X}}{\Gamma(3/2)}$ (B) $\dfrac{1}{\overline{X}}$ (C) $2\overline{X}$ (D) $\overline{X} - 1$ (E) $\overline{X}\ \Gamma(3/2)$

3. ¿Es el estimador $\hat{\theta}_{MM}$ insesgado?

   (A) - (B) - (C) Sí (D) - (E) No

4. El estimador máximo verosímil, $\hat{\theta}_{MV}$, de $\theta$ será:

   (A) $\overline{X}$ (B) $\dfrac{n}{\sum_{i=1}^n X_i^2}$ (C) $\left(\dfrac{n}{\sum_{i=1}^n X_i^2}\right)^{1/2}$ (D) $\left(\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}\right)^{1/2}$ (E) $\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}$

**Las cuestiones 5 y 6 hacen referencia al siguiente enunciado:**

Sea $X$ una v.a. con la siguiente función de cuantía: $P(X=-2) = \frac{\theta}{2}$, $P(X=0) = 1-\theta$, $P(X=2) = \frac{\theta}{2}$. Para estimar el parámetro $\theta$ se ha tomado una m.a.s. de tamaño $n = 10$ que ha dado los siguientes resultados: -2, -2, -2, 0, 0, 0, 0, 2, 2, 2.

5. Una estimación de $\theta$ por el método de los momentos es:

   (A) 0.50 (B) 0.60 (C) 0.40 (D) 2.40 (E) 0

6. Una estimación de $\theta$ por el método de máxima verosimilitud es:

   (A) 0.40 (B) 0.60 (C) 0 (D) 2.40 (E) 0.50

**Las cuestiones 7 a 9 hacen referencia al siguiente enunciado:**

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a.s. tomada de una población $N(0,\theta)$, donde $\theta$ es la varianza de la distribución.

7. Un estadístico suficiente para $\theta$ es:

   (A) $\displaystyle\sum_{i=1}^n X_i^2$ (B) $\displaystyle\prod_{i=1}^n X_i$ (C) $\displaystyle\sum_{i=1}^n X_i$ (D) $\displaystyle\prod_{i=1}^n \ln(X_i)$ (E) $\displaystyle\prod_{i=1}^n X_i^2$

8. El estimador por el método de momentos, $\hat{\theta}_{MM}$, de $\theta$ es:

(A) $\overline{X}$ (B) $\dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}$ (C) $\left(\overline{X}\right)^{1/2}$ (D) $\dfrac{1}{\overline{X}}$ (E) $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n}$

9. El estimador máximo verosímil, $\hat{\theta}_{MV}$, de $\theta$ es:

(A) $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n}$ (B) $\dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}$ (C) $\overline{X}$ (D) $\dfrac{1}{\overline{X}}$ (E) $\left(\overline{X}\right)^{1/2}$

**Las cuestiones 10 y 11 hacen referencia al siguiente enunciado:**

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a.s. tomada de una población $U[0, \theta+1]$ (distribución uniforme entre 0 y $\theta + 1$). Definimos los estimadores

$$\hat{\theta}_1 = 2\overline{X} - 1$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{X_1 + 2X_2 + \cdots + 2X_{n-1} + X_n}{(n-1)} - 1$$

10. Se verifica que:
    (A) Sólo $\hat{\theta}_2$ es insesgado
    (B) Sólo $\hat{\theta}_1$ es insesgado
    (C) Ambos estimadores son sesgados
    (D) Ambos estimadores son insesgados
    (E) No se puede determinar

11. Se verifica que:
    (A) Sólo $\hat{\theta}_2$ es consistente
    (B) Sólo $\hat{\theta}_1$ es consistente
    (C) -
    (D) Ambos estimadores son consistentes
    (E) No se puede determinar

**Las cuestiones 12 a 14 hacen referencia al siguiente enunciado:**

Se quiere contrastar la hipótesis de que la distribución de probabilidad de una determinada población es $\gamma(a = 5, r)$, frente a la hipótesis alternativa de que es $\gamma(a = 1, r)$, es decir, el parámetro $r$ sería común para ambas distribuciones. Se recuerda que la función de densidad de una distribución $\gamma(a, r)$ es:

$$f(x; a, r) = \frac{a^r}{\Gamma(r)}\, x^{r-1} e^{-ax}, \quad x > 0,\ a, r > 0$$

Para ello se ha tomado de dicha población una muestra de un sólo elemento (es decir, se observa $X$).

12. La forma de la región crítica de máxima potencia para $X$ será de la forma:

(A) $[K, +\infty]$ (B) $[-\infty, K]$ (C) Todo falso (D) $[K_1, K_2]^c$ (E) $[K_1, K_2]$

13. Si $r = 1$ y $x = 0.48$, ¿cuál será la decision al nivel de significación 0.05?

(A) - (B) No rechazar $H_0$ (C) - (D) - (E) Rechazar $H_0$

14. ¿Y cuál será la potencia aproximada en dicho caso para ese nivel de significación?

(A) 0.55 (B) 0.45 (C) 0.21 (D) 0.32 (E) 0.68