

### INSTRUCCIONES

1. La tarea consta de cuestiones, que se responden sobre la hoja de codificación proporcionada.
2. Para escoger una respuesta, basta efectuar una marca **rellenando debidamente el rectángulo sobre el que está la letra escogida** en la hoja de codificación. Piénsalo antes; aunque puedes borrar si escribes con lápiz (número 2 o similar), marcas que no estén perfectamente borradas pueden ser leídas. Te aconsejamos que señales sobre el formulario de examen las respuestas que te parezcan adecuadas, y emplees los últimos cinco minutos del tiempo asignado en transcribirlas a la hoja de codificación.
3. Hay siempre, en las preguntas de elección múltiple, una **única** respuesta correcta. Todas las cuestiones correctamente resueltas valen 1 punto mientras que las fallidas no suponen penalización. Las preguntas no contestadas no suponen penalización.
4. El formulario de examen tiene tres hojas numeradas correlativamente al pie (del 0.1 al 0.3). Cerciórate de recibirlas todas, y reclama si tu formulario fuera incompleto. Hay distintos tipos de tarea. Esta es del tipo 0; marca un 0 en la columna I de tu hoja de codificación.
5. Los puntos obtenibles en cuestiones son 11. Son precisos 8 para superar la tarea.
6. Rellena tus datos en la hoja de codificación.

Ejemplo:

12545

PEREZ, Ernesto

Tarea tipo 0

Convocatorias

### CUESTIONES (Duración: 30 minutos)

1. La capital de España es:

- (A) París      (B) Sebastopol      (C) Madrid      (D) Londres      (E) Pekín

**Las cuestiones 2 y 3 hacen referencia al siguiente enunciado:**

Sea  $X$  una v.a. con función de densidad

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{-(\frac{1}{\theta}+1)} & \text{para } x \geq 1, \theta > 0; \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

y cuya media es  $m = (1 - \theta)^{-1}$ .

Se desea estimar el parámetro  $\theta$  y para ello se toma una m.a.s. de tamaño  $n$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$ .

2. El estimador por el método de los momentos,  $\hat{\theta}_{MM}$ , de  $\theta$  será:

- (A)  $\frac{\bar{X} - 1}{\bar{X}}$       (B)  $\frac{1}{\bar{X}}$       (C)  $\bar{X}$       (D)  $\bar{X} - 1$       (E)  $\frac{\bar{X}}{\bar{X} - 1}$

3. El estimador máximo verosímil,  $\hat{\theta}_{MV}$ , de  $\theta$  será:

- (A)  $\frac{\sum_{i=1}^n \ln(X_i)}{n}$       (B)  $\frac{1}{\sum_{i=1}^n \ln(X_i)}$       (C)  $\bar{X}$       (D)  $\frac{1}{\bar{X}}$       (E)  $\frac{\sum_{i=1}^n \ln(X_i)}{\bar{X}}$

**Las cuestiones 4 y 5 hacen referencia al siguiente enunciado:**

Sea  $X$  una v.a. con la siguiente función de cuantía:  $P(X = -1) = \frac{\theta}{4}$ ,  $P(X = 0) = 1 - \frac{\theta}{2}$ ,  $P(X = 1) = \frac{\theta}{4}$ .  
Para estimar el parámetro  $\theta$  se ha tomado una m.a.s. de tamaño  $n = 8$  que ha dado los siguientes resultados: -1, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 1.

4. Una estimación de  $\theta$  por el método de los momentos es:

- (A)  $\frac{1}{2}$       (B)  $\frac{1}{4}$       (C) 0      (D) 2      (E) 1

5. Una estimación de  $\theta$  por el método de máxima verosimilitud es:

- (A) 1      (B)  $\frac{1}{4}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D) 2      (E) 0

**Las cuestiones 6 a 8 hacen referencia al siguiente enunciado:**

Sea  $X$  una v.a. con función de cuantía

$$P(x, \theta) = \begin{cases} \frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!} & \text{para } x = 0, 1, \dots, \theta > 0; \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Para estimar el parámetro  $\theta$  se toma una m.a.s.  $X_1, \dots, X_n$ . Definimos los estimadores

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + 2X_2 + \dots + 2X_{n-1} + X_n}{(2n - 2)} \text{ y } \hat{\theta}_2 = \frac{X_1 + 2X_2 + X_n}{4}.$$

6. Un estadístico suficiente para estimar  $\theta$  es:

- (A)  $\prod_{i=1}^n X_i$       (B)  $\prod_{i=1}^n X_i!$       (C)  $\prod_{i=1}^n X_i^2$       (D)  $\sum_{i=1}^n X_i^2$       (E)  $\sum_{i=1}^n X_i$

7. Se verifica que:

- (A) Sólo  $\hat{\theta}_1$  es insesgado  
(B) Ambos estimadores son sesgados  
(C) Sólo  $\hat{\theta}_2$  es insesgado  
(D) Ambos estimadores son insesgados  
(E) No se puede determinar

8. ¿Es el estimador  $\hat{\theta}_1$  consistente?

- (A) Sí      (B) –      (C) No se puede determinar      (D) –      (E) No

**Las cuestiones 9 y 10 hacen referencia al siguiente enunciado:**

Sea  $X$  una v.a. con función de densidad de probabilidad:

$$f(x, \theta) = (\theta + 2)x^{\theta+1}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad \theta > 0$$

Se quiere contrastar la hipótesis nula  $H_0 : \theta = 1$  frente a la alternativa  $H_1 : \theta = 2$  a partir de una m.a.s. de tamaño 1,  $X_1$ .

9. La forma de la región crítica de máxima potencia para  $X_1$  será de la forma:

- (A)  $[0, C]$       (B)  $[C_1, C_2]^C$       (C)  $[C, 1]$       (D)  $[C_1, C_2]$       (E) Todo falso

10. Para un nivel de significación  $\alpha = 0.05$ , la potencia de la prueba es, aproximadamente:

- (A) 0.07      (B) 0.85      (C) 0.15      (D) 0.02      (E) 0.93

11. Sea  $X$  una v.a. con función de cuantía dada por:

$$P_X(x; \theta) = (1 - \theta)^{x-1}\theta, \quad \theta \in (0, 1), \quad x = 1, 2, \dots$$

Se quiere contrastar la hipótesis nula  $H_0 : \theta = 0.30$  frente a la hipótesis alternativa  $H_1 : \theta = 0.60$  y para ello se toma una m.a.s. de tamaño  $n = 1$ . La región crítica más potente para dicho contraste será de la forma:

- (A)  $[1, C]$       (B)  $[C_1, C_2]^C$       (C)  $[C, \infty)$       (D)  $[C_1, C_2]$       (E) Todo falso