

**Tarea 3**

1. Considera una v.a. continua de la que sabemos que  $X > k$ , con  $k = 2$ , su media es  $E(X) = 3$ .
  - a) Bajo la hipótesis de que  $X$  sigue una distribución de Pareto de primer tipo, calcula el valor del parámetro  $\alpha$ .
  - b) Bajo la hipótesis de que  $X$  sigue una distribución exponencial desplazada, calcula su varianza.
  - c) Analiza las diferencias en varianza de las posibilidades anteriores.
  - d) Analiza las diferencias entre las probabilidades de que dicha variables tome valores superiores a 10, bajo ambas condiciones.
  - e) Representa gráficamente,  $f(2)$ ,  $f(3)$ ,  $f(4)$  y  $f(10)$ , en ambas situaciones, para darte una idea de cómo decrecen ambas distribuciones.
2. Sea  $X$  una v.a con distribución  $\gamma(a, r)$  y  $c$  una constante positiva. Demuestra que la v.a  $cX$  sigue una distribución  $\gamma(\frac{a}{c}, r)$ .

Aplicación: Si la v.a. cuantía por reclamación sigue una distribución  $\gamma$ , y estaba expresada en años anteriores en pesetas, ¿cuál es la distribución de la misma variable si la expresamos en euros?
3. La cuantía por reclamación de cada uno de  $n$  siniestros independientes, sigue una distribución exponencial de parámetro  $a$ .
  - a) Calcula la distribución de la v.a. *cuantía total*, definida como la suma de las cuantías de los  $n$  siniestros.
  - b) Calcula la distribución de la v.a. *cuantía media*, definida como la media aritmética de las  $n$  cuantías. Calcula su media y su varianza.
4. En una compañía de seguros se ha estimado que la cuantía por reclamación por responsabilidad del profesional médico, es una v.a. con distribución de Pareto con parámetros  $k$ ,  $\alpha$ . Se sabe además que la empresa aseguradora cubre las reclamaciones de cuantía menor que un cierto valor  $c > k$ , y que subcontrata a su vez a una empresa reaseguradora para cubrir las reclamaciones con cuantías superiores a  $c$ .
  - a) Obtén la función de densidad truncada de  $X$ , es decir, la de la v.a.  $Y = X|X > c$ .
  - b) Demuestra que la v.a.  $Y$ , sigue una distribución de Pareto de parámetros  $k = c$ ,  $\alpha$ .
5. La cuantía por reclamación,  $X$ , (en miles de euros) en la compañía aseguradora *Gentilicia* es una v.a. con distribución de Pareto de parámetros  $k = 3$  (miles de euros) y  $\alpha = 2,6$ . La compañía decide reasegurarse con en banco *Providencial*, de manera que dicho banco cubra las reclamaciones por encima de los 6000 euros.
  - a) Obtener la función de densidad de la v.a.  $X$ .
  - b) Calcular su media y su varianza.

- c) Calcular la probabilidad de que en una reclamación, la cuantía supere los 6000 euros.
  - d) Si sabemos que la cuantía de una reclamación ha superado los 6000 euros, calcular la probabilidad de que supere los 9000.
  - e) Obtener la función de densidad de las cuantías reclamadas al banco *Providencial*.
6. Una opción de compra (*call*) sobre un activo es un contrato por el cual el poseedor de la opción adquiere el derecho a comprar el activo (*subyacente*) en una fecha de vencimiento ( $T$ ) y a un precio ( $p$ ) fijado de antemano (*precio de ejercicio*).

Considera un inversor de una *call* que paga hoy 1,7 euros por el derecho a comprar en  $T$  un activo *BVBV* a 28 euros. Obviamente si el activo vale en  $T$ , menos de 28 euros, el inversor no ejercerá su derecho a compra y perderá el euro con siete; mientras que si el activo en  $T$  vale más, el inversor ejercerá la opción de compra y comprará el activo.

Sobre la distribución del precio  $X$  del activo *BVBV* en  $T$ , sabemos que

$$P(X < 28) = 0,3$$

$$E(X|X > 28) = \int_{28}^{\infty} xf(x)dx = 21,6$$

- a) Define la v.a.  $B$ : *beneficio proporcionado por la opción*, y determina sus valores en función del valor del activo en  $T$ .
- b) Calcula el beneficio esperado proporcionado por la opción,  $E(B)$ .
- c) Si el precio del activo *BVBV* hoy es de 27.64 euros, ¿cuál ha de ser su valor esperado en  $T$ , para que el beneficio esperado por cada euro sea el mismo, invirtiendo en opciones que directamente en el mismo activo subyacente?