

**Tarea 2**

1. En una compañía de seguros, la media mensual de reclamaciones es de 1.5 por cada 100 pólizas contratadas. Consideremos la v.a.  $X$ : número de reclamaciones mensuales.
  - a) Bajo la hipótesis de que  $X$  sigue una distribución de Poisson, calcula la probabilidad de que se dé al menos una reclamación a lo largo de un mes cualquiera.
  - b) Calcula la misma probabilidad que en el apartado anterior, bajo la hipótesis de que  $X$  sigue una distribución binomial con  $n = 10$ . Repite los cálculos para  $n = 100$  y  $n = 1000$ .
2. En una compañía de seguros se ha estimado que la probabilidad de reclamación en pólizas anuales contra el riesgo  $A$  es de 0.08, mientras que en las contratadas contra el riesgo  $B$  es de 0.05. La compañía decide ofertar una póliza combinada para cubrir ambos riesgos. Considera que la compañía ha contratado 1000 pólizas de este tipo en un año, que las reclamaciones por ambos riesgos son independientes y que el titular de cada póliza efectúa una reclamación como mucho.
  - a) Calcula la probabilidad de reclamación sobre contratos de esta póliza combinada.
  - b) Si se modeliza la v.a.  $X$ : número de reclamaciones como una v.a. de Poisson, estima el valor del parámetro  $\lambda$ .
  - c) Calcula la probabilidad aproximada de que es ese año haya habido más de 140 reclamaciones.
3. Un cierto siniestro tiene probabilidad de ocurrir  $p = 0,1$ . Sea  $Y$ , la variable aleatoria que recoge el número de exposiciones al riesgo hasta que se producen tres siniestros, teniendo en cuenta que terminan las exposiciones después del último siniestro.
  - a) Si  $X$  es una variable con distribución binomial negativa de parámetros  $p = 0,1$  y  $m = 3$ . ¿Cuál es la relación que observas entre  $X$  e  $Y$ ?
  - b) Calcula la probabilidad  $P(Y = 3)$
  - c) Calcula el número medio de exposiciones al riesgo,  $E(Y)$ .
  - d) Calcula la varianza,  $V(Y)$ .
4. Demuestra que si  $X$  sigue una distribución binomial negativa de parámetros  $p$  y  $m$ ,

$$P(X = k) = p_k = p_{k-1}(1 - p)(m + k - 1)/k$$

5. Sea  $X$  el número de reclamaciones por incendio en un edificio, una v.a. con distribución de Polya de parámetros  $p = 0,01$ ,  $\delta = 0,1$  (recuerda que es el parámetro que modeliza la probabilidad de contagio en el siniestro), y  $n = 4$ , lo cual modeliza que el edificio en cuestión tiene 4 viviendas. Calcula los primeros valores de la función de cuantía de  $X$ :  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$ ,  $P(X = 3)$ ,  $P(X \geq 4)$ .

6. Sea  $X$  el número de reclamaciones por incendio en un edificio de cuatro viviendas, una v.a. con binomial negativa de media  $EX = 0,04$ , y varianza  $V(X) = 0,0504$ . Calcula los primeros valores de la función de cuantía de  $X$ :  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$ ,  $P(X = 3)$ ,  $P(X \geq 4)$ .
7. Sea  $X$  el número de reclamaciones por incendio en un edificio, una v.a. con distribución de Poisson de parámetro  $\lambda = 0,04$ .
- Calcula los primeros valores de la función de cuantía de  $X$ :  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$ ,  $P(X = 3)$ ,  $P(X \geq 4)$ .
  - Calcula la media y la varianza de  $X$ .
  - Si  $X_1$  y  $X_2$  son dos v.a. independientes entre sí y con distribuciones de Poisson de parámetros  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , obtén la distribución de  $X_1 + X_2$  a partir de su función característica.
  - Obtén en general la distribución de la suma  $Z = X_1 + \dots + X_n$ , donde  $X_1, \dots, X_n$  son v.a. independientes con distribución de Poisson de parámetros  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ , respectivamente.
8. Considera la siguiente tabla de datos sobre el número de siniestros ( $X$ : número de reclamaciones por incendio), relativos a 1000 edificios.

$x_i$	0	1	2	3	4
$n_i$	975	15	6	3	1

Con la tabla de datos anterior, puedes observar que la media muestral es  $\bar{x} = 0,04$  y la varianza muestral es  $s^2 = 0,0792$ . Sabiendo además que cada edificio consta de 4 viviendas:

- Estima los parámetros correspondientes si planteamos como hipótesis que la distribución de  $X$  es de Polya. Calcula los valores de la función de cuantía de  $X$ , en este caso,  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$ ,  $P(X = 3)$ ,  $P(X \geq 4)$ .
- Estima los parámetros correspondientes si planteamos como hipótesis que la distribución de  $X$  es binomial negativa. Calcula los valores de la función de cuantía de  $X$ , en este caso,  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$ ,  $P(X = 3)$ ,  $P(X \geq 4)$ .
- Estima los parámetros correspondientes si planteamos como hipótesis que la distribución de  $X$  es de Poisson. Calcula los valores de la función de cuantía de  $X$ , en este caso,  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$ ,  $P(X = 3)$ ,  $P(X \geq 4)$ .
- A la vista de los resultados de las cuestiones anteriores, ¿qué distribución te parece más adecuada para modelizar el comportamiento aleatorio de  $X$ ?

9. A partir de datos relativos a 1000 edificios, cada uno con 10 viviendas, se ha estimado para la v.a.  $X$ : número de reclamaciones por incendio/edificio, los siguientes estadísticos muestrales  $\bar{x} = 0,3$ , y  $s^2 = 1,164$ .
- a) Estima los parámetros, bajo la hipótesis de que la distribución de  $X$  es Polya. Calcula en este caso, las probabilidades  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$  y  $P(X = 3)$ .
  - b) Estima los parámetros, bajo la hipótesis de que la distribución de  $X$  es binomial. Calcula en este caso, las probabilidades  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$  y  $P(X = 3)$ .
  - c) Estima los parámetros, bajo la hipótesis de que la distribución de  $X$  es Poisson. Calcula en este caso, las probabilidades  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$  y  $P(X = 3)$ .
  - d) Estima los parámetros, bajo la hipótesis de que la distribución de  $X$  es binomial negativa. Calcula en este caso, las probabilidades  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$  y  $P(X = 3)$ .