estatistika I eta estatistika II ariketak

probabilitate teoria eta inferentzia estatistikoa

karmele fernandez
jesus orbe
marian zubia

udako euskal unibertsitatea

ESTATISTIKA I
ETA
ESTATISTIKA II

ARIKETAK

Karmele Fernandez Agirre
Jesus Orbe Lizundia
Marian Zubia Zubiaurre

© Karmele Fernandez Agirre

© Udako Euskal Unibertsitatea

I.S.B.N.: 84-86967-79-1
Lege-gordailua: BI-2544-97

Inprimategia: RGM Servicio de Impresión. P. Larramendi 4. BILBO

Banatzaileak: UEU. General Concha 25, 6. BILBO
Zabaltzen: Igarabide, 88. DONOSTIA

AURKIBIDEA

1.2 GALDERA-SORTAK

2. ESTATISTIKA II

2.1 PROBLEMAK

2.2 GALDERA-SORTAK

HITZAURREA

Aurkeztera goazen *Estatistika I eta Estatistika II ariketak* liburua, Ekonomia eta Enpresa-Zientzien Fakultateko "Estatistika I" eta "Estatistika II" plangintza berriko irakasgaietan prestatutako material praktikoa da.

Esan behar da, liburu hau orain dela bost urte argitaratutako *Estatistika ariketak* liburuaren bigarren atalaren zabaltze bat dela. Horretarako azken urteetako klaseko eta azterketetan jarritako ariketaz osatu da. Problema eta test-motako galderak batuz, guztira 1.000 ariketa inguru dituen liburu bat lortu dugu.

Prestatutako problema eta galderak, dagozkien emaitzekin, bi atal nagusitan sailkatzen dira. Lehen atalean "Estatistika I" irakasgaiarentzako prestatutakoak jarri dira. Hemen probabilitate teoria alorreko gaiei buruz egindako ariketak agertzen dira. Bigarren atalean, "Estatistika II" irakasgaiarentzako prestatutakoa, inferentzia estatistikoa alorreko ariketak bildu dira.

Bukatu aurretik, adierazi nahi dugu ariketa hauen sorreraren meritua ez dela geurea bakarrik, irakasgai hauetan gurekin lan egiten duten beste irakasle guztiena ere bada.

Ariketa liburu hau ateratzen lagundu diguten gure saileko eta UEUko kide guztiei eskerrik beroenak.

Sarrikon, 1996ko irailaren 25ean.

ESTATISTIKA I

PROBLEMAK

1. GAIA: Probabilitate espazioak

- 1.- Produkzio sistema bat aztertu ondoren hurrengo probabilitateak estimatu dira:

  Neurketa akatsa izateko probabilitatea: $\Pr(\text{Na}) = 0.05$

  Kalitate akatsa izateko probabilitatea: $\Pr(\text{Ka}) = 0.04$

  Akats biak izateko probabilitatea: $\Pr(\text{Na} \cap \text{Ka}) = 0.03$

  Zein izango da pieza bat akastuna izateko probabilitatea?

- 2.- Airera 3 txanpon berdin botatzerakoan, 2 aurpegi eta gurutze 1 irteteko probabilitatea kalkula ezazu.

- 3.- Kutxa batek 20 bola zuri eta 30 beltz ditu. 4 bola aldi berean ateratzerakoan zein izango da 4 bola zuri ateratzeko probabilitatea?

- 4.- "Loteria primitiba"-n 7 zenbakidun apostu bat egiten badugu, zein izango da 6 igarpen izateko probabilitatea? (49 zenbaki posible daude).

- 5.- Aste baten bukaeran, enpresa batek bere biltegiko izakinak konprobatzen ditu eta produktu konkretu baten 400 unitate dituela ikusten du. Aipaturiko produktuaren asteroko eskaria aleatorioa da, hurrengoa betetzen delarik:

  $$\Pr(100 \text{ unit.}) = 0.1 \qquad \Pr(200 \text{ unit.}) = 0.4$$

  $$\Pr(300 \text{ unit.}) = 0.3 \qquad \Pr(400 \text{ unit.}) = 0.2$$

  Hornikuntzek aste bi tardatuko dute eta denbora honetan enpresak ezin izango du izakin berririk lortu. Zein izango da aste bi horietan bere eskaerak ez betetzeko probabilitatea? (asteroko eskariak independenteak dira).

- 6.- Kinieletan guztiz aleatorioki apostatzen dugula suposatuz, zein izango da 15 igarpeneko saria lortzeko probabilitatea?

- 7.- Hiri batean 3 egunkari daude A, B eta D. Inkesta batek ezagutzera ematen du populazioaren % 20ak A egunkaria irakurtzen duela, % 16ak B egunkaria, % 14ak D egunkaria, % 8ak A eta B, % 5ak A eta D, % 4ak B eta D eta % 2ak A, B eta D. Zein portzentaiak irakurtzen du 3 egunkarietatik gutxienez bat?

- 8.- Karta sorta bateko urreei $1, 2, \ldots, 12$ zenbakiak ematen dizkiegu; kopei $13, 14, \ldots, 24$; ezpatei $25, 26, \ldots, 36$ eta bastoei $37, 38, \ldots, 48$. Karta bat zoriz hartzen dugu eta saritua izango da urrea, batekoa edo bikoitia bada. Zein da saria lortzeko probabilitatea?

- 9.- Kutxa batek 6 bola ditu hurrengo letra batez markaturik H, O, O, R, R, R. Zein izango da elkarren segidan ateraz (birjarpen gabe) $HORROR$ hitza lortzeko probabilitatea?

- 10.- N piezatako lote batean, N_1 pieza zuzenak eta N_2 akastunak daude. Kalkula ezazu a piezadun birjarpen gabeko lagin batean b akastunak irteteko probabilitatea (suposatzen da $N_1 + N_2 = N$ eta $b \leq a$).

- 11.- Kalkula ezazu 8 puntu ateratzeko probabilitatea, dado bat hiru bider jaurtikitzen bada.

- 12.- Txanpon bat n bider jaurtikitzerakoan, zein izango da aurpegi eta gurutzeen txandakako segida irteteko probabilitatea?

- 13.- Txanpon bat n bider jaurtikitzerakoan, zein izango da gurutzeren bat agertzeko probabilitatea?

- 14.- Kutxa batean 50 bola zenbakituak daude, horietariko 6 saridunak direlarik. 5 bola ateratzen dira batera. Kalkula itzazu hurrengo gertaerak lortzeko probabilitateak:

  a.– Sari bakar bat.

  b.– Hiru eta bakarrik hiru sari.

  d.– Gutxienez hiru sari.

- 15.- Hiru kutxa berdin ditugu, bakoitza 10 bolarekin, 3 zuri, 2 gorri eta 5 beltz. Kutxa bakoitzetik bola bat ateratzen dugu. Kalkula ezazu bola gorririk ez ateratzeko eta gehienez bola zuri bat ateratzeko probabilitatea.

- 16.- Ardatzak eta kuxineteak independenteki fabrikatzen dira eta ondoren pieza batean doitu behar dira. Kuxinete akastunen portzentaia teorikoa %5ekoa da eta ardatzena % 2koa. Zoriz aukeratutako pare bat erabilgarria izango da biak, kuxinetea eta ardatza, zuzenak direnean, eta baita %50eko kasutan kuxinetea eta ardatza akastunak direnean ere. Zein da zoriz aukeratutako pare bat erabilgarria izateko probabilitatea?

- 17.- Zentsutik zoriz hartutako 4 pertsonak onomastika desberdina izateko probabilitatea kalkula ezazu (onomastika berdinez ulertzen dugu, jaiotzeko egun eta hilabete berdina edukitzea, urteari ez diogu kasurik egiten).

- 18.- 10 gizonek gela batean sartzerakoan txapela jantzitegian uzten dute. Irteterakoan txapel bat zoriz hartzen dute; zein izango da inork bere txapela ez hartzeko probabilitatea?

- 19.- Froga ezazu A eta B gertaerak estokastikoki independenteak badira, A^C eta B, eta A^C eta B^C ere badirela.

- 20.- Hiri batean kosmetiko produktuen handizkari bi daude. A handizkariak farmakotegien % 70a hornitzen du, B handizkariak %50a eta farmakotegien % 20ak ez du produktu kosmetikorik erosten. Farmakotegi bat zoriz aukeratzen badugu:

  a.– Zein izango da Agandik hornitua izateko probabilitatea?

  b.– Zein izango da A eta Bgandik hornitua izateko probabilitatea?

  d.– Zein izango da Agandik eta ez Bgandik hornitua izateko probabilitatea?

2. GAIA: Probabilitate baldintzatuak: Bayes-en teorema

- 1.- Lau pertsonak elkarren segidan zoriz aukeratzen dute 4 kutxa itxiren artean; horietariko batek saria du. 4 pertsonetatik zeinek du saria lortzeko probabilitate handiena?

- 2.- 20 muntaketa talderen artean 5 akastunak dira. Elkarren segidan 3 muntatzailek talde bat aukeratzen dute. Zeinek du akastun bat aukeratzeko probabilitate handiena?

- 3.- Kutxa batek 3 bola zuri eta 2 beltz ditu.

  a.– Bola bat ateratzerakoan zuria den ala ez begiratzen dugu, eta berriro kutxan sartzen dugu. Zein izango da 2 bola aterata biak zuriak izateko probabilitatea?

  b.– Bola atera ondoren ezin bada sartu, zein izango da bola biak zuriak izateko probabilitatea?

- 4.- Bulego batean 3 mekanografo formularioak betetzen ari dira. Jakina da oker egiteko probabilitateak 0.015, 0.01 eta 0.02koak direla hurrenez hurren. Egun batean 50, 40 eta 60 formulario hurrenez hurren betetzen badituzte, 150 formularioetatik bat zoriz hartzen bada eta oker dagoela gertatzen bada, zein izango da lehenengo mekanografoak bete izanaren probabilitatea?

- 5.- Konpainia konkretu batean 3 atal desberdinetan (Administrazio (A), Fabrikazioa (F) eta Salmenta (V)) banandurik sexu bietako langileek lan egiten dute $A \cup F \cup V = \Omega$; $A \cap F = A \cap V = F \cap V = \emptyset$. Jakina da:

$$P(\text{Emakumea}) = \frac{18}{40} \qquad P(F|\text{Emakumea}) = \frac{6}{18}$$

$$P(A) = \frac{5}{40} \qquad P(V) = \frac{15}{40}$$

  Langile bat zoriz aukeratzen da eta jakin nahi da:

  a.– Zenbat balio du $P(F)$-k?

  b.– Zenbat balio du $P(\text{Emakumea}|F)$-k?

  d.– Zenbat balio du $P(F|\text{Gizona})$-k?

- 6.- Oihaneko erlijio konkretu batek jarraitzaile berriei erritu bezala zulo batetik suge bi batera ateratzea (esku bakoitzarekin bat) inposatzen die, begiratu gabe. Bi suge pozoitsu eta lau ez pozoitsu (bestela guztiz berdinak) zuloan ipintzen badira, kalkulatu:

  a.– 2 pozoitsu ateratzeko probabilitatea.

  b.– 2 ez pozoitsu ateratzeko probabilitatea.

  d.– Zehazki pozoitsu bat ateratzeko probabilitatea.

  e.– Horrela ateratako suge pozoitsu batek jarraitzaile berriari haginka egiteko probabilitatea 0.3koa bada, zein izango da erritutik bizirik irteteko probabilitatea?

- 7.- Demagun kubilete batean hiru dado, bat urdina eta besteak zuriak. Jaurtikitzerakoan ikusi ezin ditugun puntuazioak lortzen dira.

  a.– Zein izango da dado urdinak 2 edo 2 baino gutxiagoko puntuazioa lortzeko probabilitatea?

  b.– Zein izango da dado zurietariko bakoitzak dado urdinaren puntuazioa baino handiagoa lortzeko probabilitatea?

  d.– Jakinik dado zuri bik dado urdinaren puntuazioa baino handiagoa lortu dutela, zein izango da azken honek 2ko puntuazioa lortzeko probabilitatea?

- 8.- Fakultate batean, estatistikako irakasgaia 3 ikasle taldetan ematen da, 3 irakasle desberdinekin A, B eta D. Igarotako esperientziaz jakina da A irakaslearekin estatistika gainditzeko probabilitatea 0.8koa dela, B irakaslearekin 0.60koa eta Drekin 0.40. Taldeen banaketa ikaskuntza buruzagitzan egiten da eta talde aldaketa ez da baimentzen. Jakina da gainera A taldean izateko probabilitatea 0.40koa dela eta B taldean 0.30koa.

  a.– Zein izango da irakasgaia gainditzeko probabilitatea?

  b.– Ikasturtearen amaieran ikasle bat zoriz aukeratu zen eta A taldean ez zegoela gertatu zen. Zein izango da irakasgaia gainditzeko probabilitatea?

  d.– Ikasturtearen amaieran aukeratutako ikasleak irakasgaia gainditu duela baieztatzen bada, zein izango da A irakaslearena izateko probabilitatea?

- 9.- Gezur detektagailuek ezaugarri fisiologiko batzuk neurtzen dituzte eta aldaketa zakar batek azterketapean dagoen pertsonak gezurra esaten duela adierazten du. Baina gertaldi guztietan ez dituzte emaitza zehatzak ematen: gerta daiteke egia esaten duen pertsona batek gezurra dioela ematea, eta alderantziz.

  Hurrengo emaitzak ematen dituen detektagailu bat suposatuko dugu (G="pertsonak gezurra esatea", E="pertsonak egia esatea"; ED eta GD "egia detektatzea" eta "gezurra detektatzea"):

$$P(GD/G) = 0.80; P(GD/E) = 0.10;$$
$$P(ED/G) = 0.20; P(ED/E) = 0.90$$

Zazpi pertsona dauden afari batean argia itzaltzen da. Argia berriro datorrenean mahaikide bat eraila izan da. Badakigu erailea beste sei pertsonen artean dagoen bat izan dela eta bat bakarrik. Itaunketa ondoren, guztiek erailea izatea ezeztatzen dute.

Hurrengo moduan jokatzen duen epaile zentzugabe bat suposatuko dugu: Pertsona bat zoriz hartzen du; gezur detektagailuan jartzen du; pertsonak erailea izatea ezeztatzen duenean aparatuak gezurra detektatzen badu, kondenatu egiten du. Horrela ez bada, askatu egiten du.

a.–Zoriz hartutako pertsona benetan errugabea bada, zein da askatua izateko probabilitatea?

b.–Zein da pertsona errugabe bat kondenatzeko probabilitatea? (*kontuz: ohartu zaitez galdera hau ez dela aurrekoaren berdina!*).

d.–Zein da gezur bat detektatzeko probabilitatea?

e.–Epaileak hurrengoa erabakitzen duela suposatuko dugu: galdetutako lehen pertsona askatua izaten bada, beste bosten artean zoriz hartutako bat kondenatuko du. Era honetan, zein da erruduna kondenatzeko probabilitatea?

- 10.- Lagun bikote batek diru kantitate bat jokatzea erabakitzen du hurrengo jokoarekin. Karta sorta batetik, bateko bat, biko bat, hiruko bat eta lauko bat aukeratzen dituzte. Lau kartak hartzen dituzte, nahastu eta mahai gainean beherantza ipintzen dituzte. Gero, bietako batek karta bat hartzen du eta besteak, soberan dauden beste hiruren artean beste bat. Kartarik handiena aukeratzen duenak irabaziko du.

  a.– Zeinek edukiko du irabazteko posibilitate gehiago, aukeratzen duen lehenengoak ala bigarrenak?

  b.– Zein da, lehen jokalariak irabazi badu, hirua hartu izanaren probabilitatea?

  d.– Lagun bietatik batek, sortatik 4 karta aukeratzerakoan, batekoa markatu badu, zer interesatzen zaio gehiago, lehenengoa ala bigarrena izatea aukeratzerakoan?

- 11.- Kapital inbertsioetan gorakada bat badago, altzairuaren prezioak igotzeko probabilitatea 0.90ekoa da. Mota horretako inbertsioetan gorakadarik ez badago, aipaturiko igoeraren probabilitatea 0.40koa da. Kapital inbertsioak gehitzeko, %60ko probabilitatea dagoela estimatzen da.

a.– Zein izango da altzairuaren prezioak ez igotzeko probabilitatea, kapital inbertsioetan gorakada bat izan bada?

b.– Zein izango da altzairu prezioa igotzeko probabilitatea?

d.– Demagun, altzairuaren prezioa igo egiten dela. Zein da kapital inbertsioetan gorakada bat egoteko probabilitatea?

- 12.- Pertsona bat zalantzan dago bere aurrezkiak inbertsio Fondoetan edo Tesoroko Bonoetan inbertitu. Horregatik bere erabakia zorian oinarritzea proposatzen du eta hurrengo jokoa egiten du: bi dado airera botatzen ditu; bietan zenbaki bikoitia lortzen badu, Fondoetan inbertitzen du eta bietan zenbaki bakoitia lortzen badu, Tesoroko Bonoetan. Dadoen jaurtiketaren emaitza bikoitia eta bakoitia bada bigarren aldiz jaurtiketa errepikatzen du eta lehengo irizpidearekin erabakitzen du. Bigarren saio honetan berriro bakoitia eta bikoitia puntuazioak lortzen baditu, saiakuntza amaitu egiten da eta epe finkorako inposizio batean ezartzen ditu bere aurrezkiak.

  Eskatzen da:

  a.– Z lehenengo jaurtiketan lortutako bikoitien kopurua adierazten duen a.a. bada, Zren probabilitate banaketa kalkulatzea.

  b.– Bigarren jaurtiketa behar izan bada, zein izango da Tesoroko Bonoetan inbertitzeko probabilitatea?

  d.– Zein da Tesoroko Bonoetan inbertitzeko probabilitatea?

  e.– Tesoroko Bonoetan inbertitzea erabaki duela jakinik, zein izango da erabaki hori bigarren jaurtiketaren ostean hartzeko probabilitatea?

- 13.- Enpresa batek josteko makinak produzitzen ditu eta gaur egun 3 eredu desberdin fabrikatzen ditu , makina guztientzako urte bateko garantia eskainiz. Garantia amaitu baino lehen makina bat hondatzeko duen probabilitatea izango da: 0.1 A ereduarentzat, 0.2 B ereduarentzat eta 0.5 D ereduarentzat. Kontutan harturik eredu bakoitzeko makinaren kopuru berdina fabrikatzen duela,

  a.–Zein izango da zoriz hartutako makina batek garantia denbora amaitu baino lehen hondatzeko duen probabilitatea?

  b.–Jakina bada makina konkretu batek hondaketa izan duela garantia denbora amaitu baino lehen, zein izango da makina horrek D eredukoa izateko duen probabilitatea?

  d.–Makina konkretu bat garantia denbora amaitu baino lehen hondatzean eredu berdineko beste bat ematen bazaio bezeroari, momentu horretatik kontatzen hasita berriro garantia denbora hasten bada, zein izango da bezero bati hirugarren makina bat emateko probabilitatea aurreko biak bakoitza bere garantia denboraren barruan hondatu direlako?

- 14.- Mexikoko herri batean 250 bozemaile daude erregistratuak, horietatik 150 PRIkoak eta 100 PRDkoak direlarik. Azken hauteskundean PRDtik 130 bozemaile egon ziren eta herriko bozemaile guztiek botoa emateko eskubidea erabili zuten. Badakigu PRDko 90 bozemaile erregistratuek PRDri eman ziotela botoa.

  a.– Zein izango da zoriz aukeratutako pertsona batek bere alderdiko hautagaia ez zenaren alde botoa emateko probabilitatea?

  b.– Pertsona batek PRDko hautagaiari emango balio botoa, zein izango da pertsona hau PRIkoa izateko probabilitatea?

  d.– Zein izango da zoriz aukeratutako pertsona batek PRIri botoa emateko eta PRIkoa izateko probabilitatea?

- 15.- Gobernu batek nazioarentzat interesgarria den kuestio bat erreferendumera eramango du. Pertsona bakoitzak hurrengoa bozkatu dezake: alde (BA gertaera), kontra (BK gertaera) edo zurian (BZ gertaera).

  Demagun a priori $P(BA) = P(BK) = P(BZ) = 1/3$ direla.

  Informazioa hobeagotzeko erreferenduma egin baino lehen zundaketa bat egiten da; bertan pertsona bakoitzaren iritzia aldekoa (EA gertaera) edo kontrakoa (EK gertaera) izango da. Alde, kontra edo zurian bozkatzen denean aldeko iritzia izateko probabilitateak hurrenez hurren, 0.9, 0.1 eta 0.5 direla jakina da.

  Eskatzen da:

  a.– Zoriz hartutako pertsona batek, erreferendum aurretiko zundaketan aldeko iritzia emateko probabilitatea.

  b.– Aurretiko zundaketan aldeko iritzia eman duen zoriz hartutako pertsona batek, erreferendumean aldeko botoa emateko probabilitatea.

  d.– Aurretiko zundaketan kontrako iritzia eman duen zoriz hartutako pertsona batek, erreferendumean aldeko botoa emateko probabilitatea.

- 16.- Ekografoa, beste gauza batzuen artean, haurdunaldi batean umekiaren sexua detektatu dezakeen makina da. Kontsulta batean, sexua asmatzeko hurrengo probabilitateak estimatu dira: umekia gizonezkoa denean 0.9 eta emakumezkoa denean 0.75. Sexu bien proportzio berdinak daudela suposatzen da eta ekografoak beti detektatzen duela bietako bat.

  a.– Kalkulatu haurdun dagoen emakume bati, ekografoak umekiaren sexua asmatzeko duen probabilitatea.

  b.– Emakume bati gizonezko bat edukiko duela detektatu bazaio, kalkulatu benetan gizonezko bat izateko probabilitatea.

d.– Demagun arratsalde batean kontsulta horretako 3 emakume aztertzen direla. Izan bedi Z, ekografoak lortu dituen asmatutakoen kopurua ($Z = 0, 1, 2, 3$). Zein da Zren esperotako balioa?

- 17.- Badakigu, 20 eta 30 urte bitarteko gazteek unanprakak, praka dotoreak eta bestelako prakak, 36/50, 5/50 eta 9/50ko probabilitateaz, hurrenez hurren daramatzatela. Gainera, jakina da kirol zapatak eramateko probabilitatea 221/500koa dela, kirol zapatak eta unanprakak eramateko probabilitatea 2/5koa dela eta praka dotoreak daramatzatela jakinda, kirol zapatak eramateko probabilitatea 1/5koa. Aipatutako gazteen artean zoriz bat aukeratzen bada, kalkulatu:

  a.– Kirol zapatak ez eramateko probabilitatea.

  b.– Kirol zapatak edo unanprakak eramateko probabilitatea.

  d.– Kirol zapatak daramatzala jakinda, unanprakak eramateko probabilitatea.

  e.– Kirol zapatak daramatzala jakinda, praka dotoreak eramateko probabilitatea.

- 18.- Pertsona batek, lanerako bidean, elkarrekiko independenteak diren hiru semaforo zeharkatu behar ditu. Semaforo bakoitza kolore orlegian egoteko probabilitateak 2/8, 1/8 eta 3/8koak dira hurrenez hurren. Demagun pertsona horrek orlegian dagoenean bakarrik pasatzen duela semaforoa.

  a.– Zein izango da semafororen batean itxaroteko probabilitatea?

  b.– Zein izango bi semaforotan itxaroteko probabilitatea?

  d.– Lanera heltzerakoan semafororen batean itxaron beharra izan duela jakinik, zein izango da orlegian egon ez den semaforo **bakarra** bigarrena izateko probabilitatea?

  e.– Zein izango da lehenengo semaforoa orlegian badago, bigarrena orlegian ez egoteko probabilitatea?

3. GAIA: Aldagai aleatorioak

- 1.- Izan bedi $\{\Omega, A\}$ bikotea, $\Omega = \{a, b, c\}$ eta $A = \{\emptyset, \Omega, (a), (b, c)\}$ izanik. Eta izan bedi hurrengo aplikazioa:

$$\begin{aligned}(X, Y) : \Omega &\to R^2 \\ a &\to (1,1) \\ b &\to (3,1) \\ c &\to (3,1)\end{aligned}$$

Konproba ezazu (X,Y) aplikazioa a.a. bat den ala ez.

- 2.-Bedi (Ω, A) bikotea, $\Omega = (a, e, i, o, u)$ eta $A = \{\emptyset, \Omega, (a, e), (i, o, u)\}$ izanik. X aplikazio bat definitzen dugu:

$$\begin{aligned}X : \Omega &\to R \\ a &\to 1 \\ e &\to 1 \\ i &\to 2 \\ o &\to 3 \\ u &\to 2\end{aligned}$$

Konproba ezazu aldagai aleatorio bat den ala ez.

- 3.- Izan bedi (Ω, A) bikotea, $\Omega = \{urreak, bastoak, ezpatak, kopak\}$ eta $A = \{\emptyset, \Omega, (bastoak), (bastoak)^c\}$ izanik.

X aplikazio bat definitzen dugu:

$$\begin{aligned}X : bastoak &\to 1 \\ urreak &\to 1 \\ kopak &\to 2 \\ ezpatak &\to 2\end{aligned}$$

a.– Konproba ezazu aplikazio hau a.a. bat den ala ez.

b.– Boole-ren σ-algebra bat bilatu, X a.a.-a izan dadin.

- 4.- $\{\Omega, A, Pr\}$ probabilitate espazio bat definitzen da, $\Omega = \{a, b, c\}$; $A = \{\emptyset, \Omega, (a), (b, c)\}$ eta Pr(a) = 0.1 izanik.

  Ωtik Rra doan X aplikazio bat honela definitzen da:

  $$X(a) = 7, \quad X(b) = 3, \quad X(c) = 3.$$

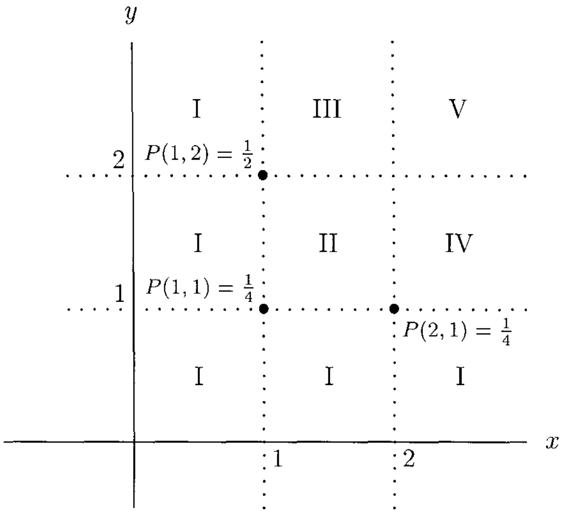
  a.– Konproba ezazu X hau a.a.-a den ala ez.

  b.– $[2, 6]$ eta $]3, 6]$ tarteei dagokien gertaera estokastikoak aurkitu.

  d.– $[2, 6]$ eta $]3, 6]$ tarteen probabilitateak aurkitu.

4. GAIA: R eta R^n probabilitate banaketak

- 1.- Izan bedi (X, Y) hurrengo probabilitate banaketa duen a.a. bikoitza:



Kalkulatu:

a.– Banaketa funtzio bateratua.

b.– Xen bazter banaketa funtzioa.

- 2.- Izan bitez X eta Y hurrengo banaketak dituzten a.a.-ak:

$P(x)$	0.4	0.6
x	1	2

$P(y)$	0.7	0.3
y	3	9

Independenteak direla suposatuz, kalkula ezazu banaketa bateratua.

- 3.- R^3n banaketa diskretu bat hurrengo moduan definituta dago:

$$P(2,8,1) = \frac{3}{30} \quad P(2,8,5) = \frac{4}{30} \quad P(2,3,9) = \frac{2}{30} \quad P(6,3,5) = \frac{1}{30}$$

$$P(6,8,1) = \frac{9}{30} \quad P(6,8,5) = \frac{7}{30} \quad P(6,8,9) = \frac{4}{30}$$

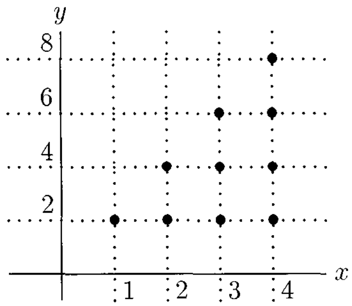
Eskatzen da:

a.– $F(4,9,7)$ eta $F(6,3,5)$ kalkulatzea.

b.– OX, OY, OZ, OXY, OXZ eta OYZrekiko bazter banaketak kalkulatzea.

d.– OX eta OYZrekiko bazter banaketen arteko independentzia aztertzea.

- 4.- (X,Y) a.a.-ren probabilitate banaketa hurrengo grafikoaren bidez definitzen dugu: (• puntu bakoitzari, 0.1 probabilitatea ematen diogu).



Aurkitu:

a.– $F(2.5,7)$ eta $F(3,6)$.

b.– $X = 3$-z balditzatutako Yren banaketa funtzioa.

d.– X eta Y independenteak dira?

- 5.- Izan bedi (X,Y) hurrengo probabilitate banaketa duen a.a. bikoitza:

$x_1 \backslash x_2$	0	1	
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	

Aurkitu:

a.– Banaketa funtzio bateratua.

b.– Bazter banaketa funtzioak.

d.– Aztertu independentzia.

5. GAIA: Banaketa diskretuak

- 1.- Izan bedi (X,Y) a.a. diskretu bat, bere probabilitate banaketa erdi zehaztatuta hurrengo taulan agertzen delarik:

$x \backslash y$	1	3	
1	0.1	0.3	0.4
2	a	b	0.6
	c	d	

Bete ezazu taula, X eta Y independenteak direla jakinik.

- 2.- X eta Y bi a.a. diskreturen baterako zenbatasun funtzioa hurrengoa da:

$$P(x,y) = \begin{cases} cxy & x = 1,2,3 \quad y = 1,2,3 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

Kalkula ezazu:

a.– c parametroaren balioa.
b.– $P(X = 2, Y = 3)$
d.– $P(1 \leq X \leq 2, Y \leq 2)$
e.– $P(Y = 3)$
f.– $F(x,y)$

- 3.- (X,Y) a.a.-ren hurrengo probabilitate banaketa emanda, non Xek bildutako patata mota adierazten duen eta Yk patataren portzentaia probetxagarria.

$x \backslash y$	1	2	3
1	0.1	0.2	0.2
2	0.3	0.1	0.1

Eskatzen da:

a.– Bazter zenbatasun funtzioak eta bazter banaketa funtzioak.

b.– Independentzia aztertu.

d.– 2. motako patata bada 3. motako portzentaia probetxagarrikoa izateko probabilitatea.

- 4.- (X_1, X_2, X_3) a.a.-ren zenbatasun funtzioa hurrengoa da:

$$P(6,5,1) = \frac{10}{50} \qquad P(6,5,4) = \frac{1}{50} \qquad P(6,3,4) = \frac{5}{50} \qquad P(6,3,7) = \frac{4}{50}$$

$$P(8,5,1) = \frac{9}{50} \qquad P(8,3,1) = \frac{7}{50} \qquad P(8,5,7) = \frac{8}{50} \qquad P(8,3,7) = \frac{6}{50}$$

Eskatzen da:

a.– Banaketaren interpretazio grafikoa.

b.– $F(8,3,7)$ eta $F(6,7,10)$ kalkulatzea.

d.– OX, OY, OZ, OXY, OXZ eta OYZrekiko bazter banaketak kalkulatzea.

e.– OX eta OYZrekiko banaketak independenteak diren konprobatzea.

- 5.- (X, Y) a.a.-ren probabilitate banaketa hurrengoa izanik:

$y \backslash x$	0	2	4
1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$

Kalkula ezazu:

a.– $F(x, y)$

b.– Bazter banaketa funtzioak.

d.– $X = 0$ bada, Yren bazter banaketa funtzioa lortu.

e.– Independenteak diren konprobatu.

6. GAIA: Banaketa guztiz jarraiak

- 1.- Kotxeko motorraren pieza baten bizitza (ordutan) X a.a. jarrai bat da, eta bere dentsitate funtzioa hau da:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^2} & x \geq 1000 \text{ bada} \\ 0 & x < 1000 \text{ bada} \end{cases}$$

a.– Kalkula ezazu k-ren balioa eta $F(x)$ banaketa funtzioa.

b.– Zein da motorrak gutxienez 2.000 ordu irauteko probabilitatea?

d.– Kotxearen saltzaileak derrigorrezko lehen errebisioa egin arte, t momentuan, garantizatzen du pieza, eta orduan pieza aldatzen du. Zenbatekoa izan behar da t, erosleak 0.70eko probabilitatearekin garantiaren beharrik ez izateko?

- 2.- Hurrengo dentsitate funtzioa duen X a.a. bat dugu:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x > 0 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

Aurkitu:

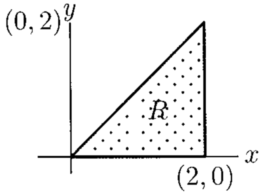
a.– $F(x)$

b.– $P(10 < X < 100)$

d.– $P(X \geq 100)$

- 3.- Har dezagun (X, Y) a.a. bikoitza hurrengo dentsitate funtzioarekin:

$$f(x, y) = \begin{cases} kx^2y & R\text{ -n} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$



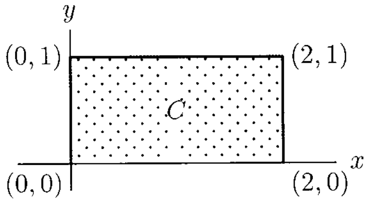
a.– Kalkulatu k.

b.– Lortu bazter dentsitate funtzioak

d.– X eta Y independenteak dira?

- 4.- Izan bedi (X, Y) a.a. bat, hurrengo dentsitate funtzioaren bidez banatzen dena:

$$f(x, y) = \begin{cases} kxy, & (x, y) \in C \text{ bada} \\ 0, & \text{beste kasutan} \end{cases}$$



Eskatzen da:

a.– $f(x, y)$ dentsitate funtzio bat izateko k-ren balioa kalkulatzea.

b.– (X, Y)ren banaketa funtzioa.

d.– Bazter dentsitate funtzioak.

e.– $P(1 < X < 2; 0 < Y < \frac{1}{2})$.

f.– X eta Y a.a.-k independenteak dira?

g.– $P(X = 1.5)$.

- 5.- Enpresa batek bi produktu saltzen ditu:

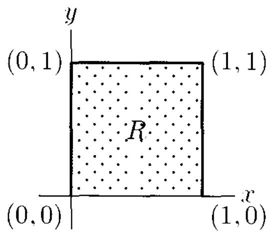
  -Lehenengoak ematen dituen mozkinak, milioika pezetatan, uniformeki banatzen dira $[0,6]$ tartean.

  -Bigarrenak galerak ematen ditu, $[0,2]$ tartean uniformeki banandunak.

  Produktu bien irabaziak eta galerak independenteak direla suposatuz, mozkin netoa 2 milioi baino handiagoa izateko probabilitatea kalkula ezazu.

- 6.- Enpresa batek bi produktu saltzen ditu. Produktu bien salmentatik lortutako hileroko mozkinak, (X,Y), milioi pezetatan, probabilitate banaketa bidimentsional bat jarraitzen du, bere dentsitate funtzioa hurrengoa izanik:

$$f(x,y)=\begin{cases} x+y & (x,y)\in R \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$



  a.– Kalkula itzazu produktu bakoitzarekin lortutako mozkinen bazter dentsitate funtzioak. Produktu bien mozkinak independenteak dira?

  b.– Kalkula ezazu enpresako mozkin totala hilabete batean milioi bat pezeta baino handiagoa ez izateko probabilitatea.

- 7.- Zentrua jatorrian eta erradioa bat duen zirkulu batean definitutako a.a. bat suposatzen dugu, hau da, hurrengo dentsitate funtzioarekin:

$$f(x,y)=\begin{cases} k & x^2+y^2\leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

  Eskatzen da:

  a.– k-ren balioa.

  b.– $P(Y\leq 2X)$.

  d.– Xen bazter dentsitate funtzioa.

- 8.- Izan bitez X eta Y familia batek janari eta jantzitan hurrenez hurren egiten duen hileroko gastua, moneta unitatetan adierazita. X a.a.-k $U(5,7)$ banaketa uniformea eta Y a.a.-k $U(0,2)$ banaketa uniformea dute; halaber, suposatzen da bi banaketak independenteak direla.

a.– Zehaztu zein den (X,Y) a.a.-ren dentsitate elkartua.

b.– Zein da hilabete baterako gastuaren kopuru osoa 6 moneta unitate baino gutxiagokoa izateko probabilitatea? Eta zein da aipatutako gastua 6 eta 8ren artekoa izateko probabilitatea?

- 9.- Hegazkina hartu behar duen turista batek beranduenik eguerdiko 12etan egon behar du aireportuan. Aireportura joateko bi garraiobide hartu behar ditu. Lehen garraiobideaz egin behar duen bidearen iraupenak minututan -X izendatuko dugu- banaketa uniformea jarraitzen du $(0,30)$ tartean eta bigarrenaren iraupena, -Y izendatuko dugu-, aurrekoarekiko independentea, $(0,20)$ tartean uniformeki banatzen da baita ere. Eskatzen da:

a.– (X,Y) aldagai aleatorio bikoitzaren banaketa elkartua.

b.– Turistak 12etarako 40 minutu falta direnean hartzen badu lehen garraiobidea, zein da hegazkina hartzeko probabilitatea?

d.– Turistak hegazkina hartzeko % 95eko probabilitatea zihurtatu nahi badu, 12ak baino zenbat denbora lehenago hartu beharko du lehen garraiobidea?

- 10.- Demagun X eta Y hurrengo dentsitate funtzio bateratua duten a.a.-ak:

$$f(x,y) = \begin{cases} cxy^2 & 0 \leq x \leq y \leq 2 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

a.– Kalkula ezazu c konstantearen balioa.

b.– $P(X+Y \leq 1)$ kalkula ezazu.

d.– X a.a.-ren bazter dentsitate funtzioa kalkula ezazu.

- 11.- Suposa dezagun X eta Y bi a.a. hurrengo baterako dentsitate funtzioarekin

$$f(x,y) = \begin{cases} cxy^2 & \text{baldin } 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

a.– Aurki ezazu c konstantearen balioa.

b.– Aurki ezazu X a.a.-ren bazter dentsitate funtzioa.

d.– Aurki ezazu $P(X+Y \leq 1)$.

- 12.- Demagun X eta Y hurrengo dentsitate funtzio bateratua duten a.a. bi direla:

$$f(x,y) = \begin{cases} cxy & 0 \leq y \leq x \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

a.– c konstantearen balioa kalkula ezazu.

b.– X a.a.-aren bazter dentsitate funtzioa kalkula ezazu.

d.– $P(X + Y \leq 1)$ kalkula ezazu.

7. GAIA: Transformazioak

- 1.- X, hurrengo moduan definitutako probabilitate banaketa duen a.a. bat da:

$P(x)$	0.5	0.2	0.3
x	-3	3	5

Aurkitu $Z = X^2 - 8$ eta $V =\mid X - 2 \mid$ a.a.-en probabilitate banaketak.

- 2.- X, hurrengo banaketa funtzioa duen a.a. bat da:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \text{ bada} \\ 1 - e^{-x} & x > 0 \text{ bada} \end{cases}$$

Definitzen dugu $Z = \begin{cases} X - 1 & X \geq 1 \text{ bada} \\ 1 - X & X < 1 \text{ bada} \end{cases}$, hau da, $Z =\mid X - 1 \mid$. Aurkitu Zren banaketa funtzioa.

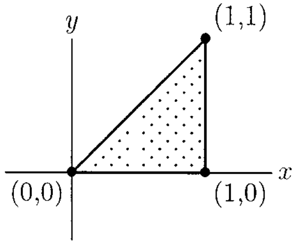
- 3.- X a.a.-ren dentsitate funtzioa definitzen da:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{81} & -3 < x < 6 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

Kalkula ezazu $Z = \frac{1}{2}(8 - X)$ a.a.-ren dentsitate funtzioa.

- 4.- A.a. baten dentsitate funtzioa hurrengoa da:

$$f(x,y) = \begin{cases} 3x & 0 < y < x, \quad 0 < x < 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$



Eskatzen da:

a.– Yren bazter dentsitate funtzioa.

b.– $Z = 2Y - 2$ a.a.-ren dentsitate funtzioa.

- 5.- Makina batek altzairuzko ardatzak egiten ditu, beraien erradioak (zm-tan) aleatorioki banatzen direlarik hurrengo dentsitate funtzioarekin:

$$f(x) = \begin{cases} k(x-1)(3-x) & x \in (1,3) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

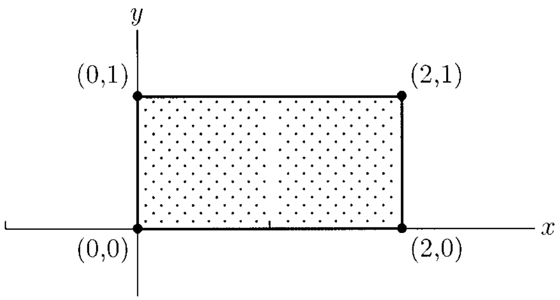
Eskatzen da:

a.– Kalkulatu k-ren balioa.

b.– Produkzio kostua zm bakoitzeko 10.000 pezetakoa bada, gehi 3.000 pztako kostu finko bat ardatz bakoitzagatik, kalkula ezazu ardatzen kostuaren banaketa.

d.– Kalkula ezazu ardatz sekzioen azaleraren banaketa.

- 6.- (X,Y) hurrengo laukizuzenean uniformeki banatzen den a.a. bat da:



a.– $Z = XY$ a.a.-ren banaketa funtzioa aurkitu.

b.– $V = X^2$ a.a.-ren banaketa funtzioa aurkitu.

- 7.- Izan bedi X, $(0,1)$ tartean banaketa uniformea duen a.a.. Kalkula ezazu $Y = -lnX$ a.a.-ren dentsitate funtzioa.

- 8.- Egin **6.5** eta **6.6 b.** atalak, transformakuntzak erabiliz.

- 9.- Bi pila moten bizitza (ordutan), lehenengoak (X), normalak eta besteak, (Y), alkalinoak, esponentzialki banatzen da, hau da:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0.01e^{-0.01x} & x \geq 0 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} 0.0025e^{-0.0025y} & y \geq 0 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

a.– Kalkula ezazu pila normal batek alkalinoak baino gehiago irauteko duen probabilitatea.

b.– Zein izango da, pila normal batek gutxienez alkalinoak baino ordu bat gehiago irauteko probabilitatea?

- 10.- (X, Y) a.a. bikoitzak, hurrengo dentsitate funtzioa dauka:

$$f(x,y) = \begin{cases} ax & (x,y) \in T \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

non T, $(0,0)$, $(0,1)$ eta $(1,0)$ erpinak dituen hirukia den.

a.– Lortu a-ren balioa benetako dentsitate funtzio bat izan dadin.

b.– Izan bedi Z a.a. berri bat, non $Z = X + Y$ den eta z, $(0,1)$ tartean dagoen zenbaki erreal bat. Idatzi $P(Z \leq z)$ z-ren funtzioan.

d.– Aurreko emaitzean oinarrituz, lortu Z a.a.-aren dentsitate funtzioa.

- 11.- Demagun X eta Y hurrengo dentsitate funtzio bateratua duten a.a.-ak:

$$f(x,y) = \begin{cases} 10x^2y & 0 \leq y \leq x \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

Bitez $Z_1 = X + Y$ eta $Z_2 = X$.

a.–Z_1 eta Z_2ren dentsitate funtzio bateratua kalkula ezazu , Z_1 eta Z_2 a.a.-ren izate-eremua argi zehaztuz (laguntza: izate-eremua grafikoki zehaz dezakezu).

b.– Kalkula ezazu Z_1 a.a.-ren bazter dentsitate funtzioa.

8. GAIA: Batezbesteko balioak

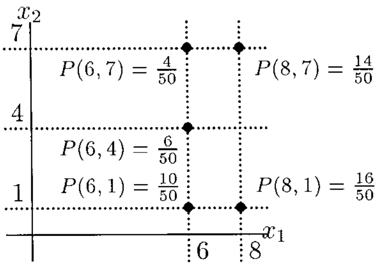
- 1.- Bi jokotan parte hartzeko aukera duzu.

  Lehenengoan, 1.000.000 pezeta irabaz dezakezu $\frac{1}{10}$eko probabilitatearekin edo 100.000 pezeta galdu $\frac{9}{10}$eko probabilitatearekin.

  Bigarrenean, 500.000 pezeta irabaz dezakezu $\frac{1}{5}$eko probabilitatearekin edo 112.500 pezeta galdu $\frac{4}{5}$eko probabilitatearekin.

  Itxaropen matematikoan oinarrituz, zein aukeratuko zenuke?

- 2.- Hurrengo funtzioaren batezbesteko balioa aurkitu: $V = 40X(1 + \frac{Y}{5})$, (X, Y) a.a.-ren banaketa hurrengoa dela jakinik:



- 3.- X eta Y a.a. independenteak hurrengo probabilitate banaketen bidez definitzen dira:

$P(x)$	0.1	0.3	0.6
x	2	4	6

$P(y)$	0.8	0.2
y	7	9

  XY eta $(X + Y + 1)(X + Y)$ a.a.-en itxaropen matematikoa aurkitu.

- 4.- Enpresa bateko errefreskagarrien eguneroko salmenta, milaka unitatetan, hurrengo dentsitatearekin banatzen den a.a. bat da :

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \text{ bada} \\ 2 - x & 1 \leq x < 2 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

Kalkula ezazu:

a.– Eguneroko salmenten batezbestekoa.

b.– Eguneroko salmentak 1.500 errefreskagarri baino handiagoak izateko probabilitatea.

d.– Errefreskagarri bakoitzaren prezioa 30 pezetakoa bada, eta eguneroko gastu total finkoak 25.000 pezetakoak badira, zein izango da eguneroko mozkinen batezbesteko balioa?

- 5.- Produktu berdina saltzen duten hiru azoka ditugu, eskaeraren dentsitate funtzioak hurrengoak izanik:

$$f(x_1) = \begin{cases} \frac{1}{2} & x_1 \in (0,2) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases} \qquad f(x_2) = \begin{cases} \frac{1}{3} & x_2 \in (0,3) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

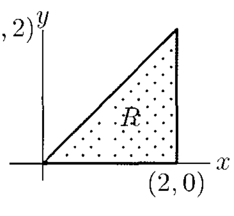
$$f(x_3) = \begin{cases} \frac{1}{4} & x_3 \in (0,4) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

X_i, i=1,2,3, azoka bakoitzean egiten den produktuaren eskaera adierazten duen a.a. bat da.

Kalkula ezazu itxaroten den produktuaren salmenta unitatetan, hau da, eskaeraren itxaropen matematikoa.

- 6.- (X, Y) a.a. bidimentsional bat dugu, hurrengo dentsitate funtzioarekin:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{5}{16} x^2 y & R\text{-n} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$



a.– $E[XY]$ kalkulatu.

b.– $E[X]$ eta $E[Y]$ kalkulatu (**6.3**. lortutako bazter dentsitate funtzioak erabili)

d.– X eta Y independenteak dira?

- 7.- 20 cm-tako erradioa duen diana bat dugu, lau zatitan bananduta, bakoitza puntuazio desberdinarekin. Dardoaren distantzia erdiko puntura 5 cm baino gutxiagokoa bada, lortutako puntuazioa 50 puntukoa da; 5etik 10 cm-tara, 25 puntukoa; 10etik 15 cm-tara, 10 puntukoa eta 15tik 20 cm-tara, 5 puntukoa. Suposa dezagun pertsona batek botatzen duen dardoaren distantzia, dianaren erdiko puntura, hurrengo dentsitate funtzioa duen X a.a. bat dela:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{30-x}{400} & x \in (0,20) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

a.– Kalkula ezazu botaldien batezbesteko distantzia erdiko puntura.

b.– Kalkula ezazu lortutako puntuazioaren batezbestekoa.

- 8.- Kutxa batean 100 bola daude, r bola gorriak izanik. Zoriz eta berrezarpenik gabe bolak aukeratzen badira,

a.– Zein da ateratako lehenengo bola gorria izateko probabilitatea? Eta bigarren bola gorria izatekoa?

b.– Zein da ateratako hirugarren bola gorria izateko probabilitatea?

d.– 3 ateraldi egin dira, eta X_i a.a. definitu da non $X_i = 1$ den ateratako i-garren bola gorria bada, eta $X_i = 0$ beste kasuetan . Kalkula ezazu zein den esperotako bola gorrien kopurua, ateratako 3ren artetik.

- 9.- Familia batek kontu korronte bat zabalik du. Bertako dirua helbideratutako ordainagiriei aurre egiteko da. Ordainagiri hauen hileroko kopurua milaka pezetatan adierazita dagoen a.a. bat da, bere dentsitate funtzioa honakoa izanik:

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-0.04x} & x > 0 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

a.–Dentsitate funtzioa izateko zehaztu k-ren balioa.

b.–Zenbat diru utzi beharko du kontu korrontean hilabete jakin batean ordainagiri kopuruari aurre egiteko posibilitatea 0.95eko probabilitateaz ziurtatu nahi badu?

d.–Alternatiboki familiak dirua epera jar dezake hilero %1eko interesa lortuz. Kontu korrontean interesa nulua dela suposatzen da. Hilabete konkretu batean ordainagiriak ordaintzeko beste diru lortzen ez badu 10.000 pezetako isun finko bat jarriko zaio. Itxaropen matematikoa irizpide bezala erabiliz, zer da errentagarriagoa familiarentzat 40.000 ala 60.000 pezeta sartzea kontu korronte horretan?

9. GAIA: Momentuak R-n

- 1.- Izan bedi X hurrengo probabilitate banaketa duen a.a. diskretu bat:

$P(x)$	1/6	2/6	3/6
x	0	1	2

Kalkula itzazu bere bariantza, kurtosi eta asimetria koefizienteak.

- 2.- Suposa ezazu dado erregular eta akatsgabe bat (alde bakoitza ateratzeko probabilitatea $\frac{1}{6}$koa da).

a.– Zein da botaldi bat egiterakoan lortzen den puntuazioaren batezbesteko balioa?

b.– Zein da bere bariantza?

d.– Zein da n botaldietan lortutako puntuazioen batezbesteko aritmetikoaren bariantza?

e.– Gutxienez zenbat izan behar da n aurreko galderan, 0.95ekoa baino txikiagoa ez den probabilitatearekin, puntuazioen batezbesteko aritmetikoa eta **lehen** atalean kalkulatutako batezbesteko balioaren arteko diferentzia 0.1 baino txikiagoa izan dadin?

- 3.- X a.a.-ren probabilitate banaketaren batezbestekoa eta desbidazio tipikoa, 5 eta 0.1 dira hurrenez hurren.

Kalkula ezazu $(4.75, 5.05)$ tartearen probabilitatea, edo probabilitatearen behe kota bat, hurrengo kasuetan:

a.– Banaketa ezezaguna denean.

b.– Banaketa uniformea denean.

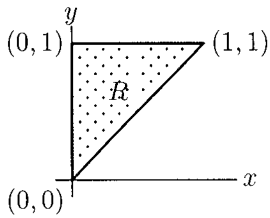
- 4.- Hodi elektroniko baten bizitza (ordutan), banaketa esponentzial bat jarraitzen duen a.a. bat da, $k = 0.02$-rekin, hau da:

$$f(x) = \begin{cases} 0.02e^{-0.02x} & x > 0 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

Kalkula ezazu batezbesteko bizitza eta hodi bizitzaren bariantza.

- 5.- (X, Y) a.a. baten dentsitate funtzioa hurrengoa da:

$$f(x,y) = \begin{cases} 3y & (x,y) \in R \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$



Kalkula ezazu:

a.– $Z = Y - X$ a.a.-ren dentsitate funtzioa.

b.– Zren batezbesteko balioa.

d.– Zren bariantza.

- 6.- Hurrengo dentsitate funtzioa duen a.a. bat dugu:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{x}{4} & x \in (-2, 0)\text{bada} \\ \frac{1}{2} - \frac{x}{4} & x \in (0, 2) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

Kalkulatu:

a.– $E[X]$ eta σ_X^2.

b.– $P(\mid X \mid > 1.5)$.

d.– Tchebychev-en bornapenak betetzen direla froga ezazu.

e.– Kalkula ezazu moda, eta kurtosi eta asimetria koefizienteak.

- 7.- Hegazkin konpainia batek, Santiagotik Valentziara linea erregular bat du, Bilbon eskala egiten duena.

  Hiri honetan bidaiariak igo daitezke, baina ez da inor jaisten.

Txartel eskaera Santiagotik a.a. bat da, bere batezbestekoa 100 txartel eta desbidazioa 25 txartel direlarik. Txartel eskaera Bilbotik a.a. bat da baita ere, eta aurrekoarekin independentea, batezbestekoa 120 eta desbidazioa 30 direlarik.

Zerbitzua egiten duen hegazkinak 300 bidaiarirentzako kapazitatea baldin badu, kalkula ezazu, hegalaldi honetan Valentziara joan nahi duen bidaiari batek, txartelik ez lortzeko probabilitate kota bat.

- 8.- Bitez hurrengo zenbatasun funtzioak dituzten X eta Y a.a. independente bi:

  $P_X(0) = P_X(2) = \frac{1}{4}$; $P_X(1) = \frac{1}{2}$

  $P_Y(0) = P_Y(2) = \frac{1}{4}$; $P_Y(1) = \frac{1}{2}$

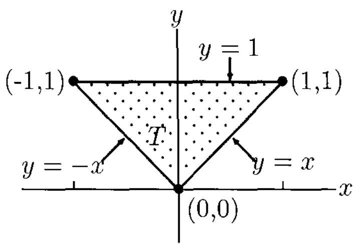
  a.– Adierazi grafikoki (X, Y) a.a.-ren probabilitate banaketa bateratua OXY planoan.

  b.– $U = \text{maximo}\{X, Y\}$ definitzen badugu, aurki ezazu U a.a.-aren zenbatasun funtzioa (laguntza: adibidez $X = 0$ eta $Y = 2$ badira, orduan $U = 2$).

  d.– Kalkula ezazu U a.a.-ren batezbestekoa eta bariantza.

10. GAIA: Banaketen momentuak R^n-n. Erregresioa

- 1.- Izan bedi (X, Y), T azaleran dentsitate funtzio konstantea duen a.a. bat:



Froga ezazu X eta Y ez daudela koerlatuak, baina ez direla independenteak ere.

- 2.- X eta Y batera definituak eta independenteak diren a.a.-k badira, hurrengo adierazpenen artean esan zein den zuzena (agertzen diren momentu guztiak existitzen direla suposatzen da):

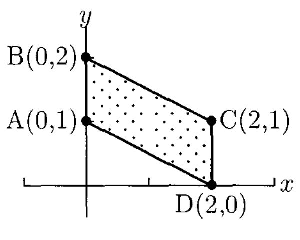
a.– $\text{Bar}(aX + b) = a^2\text{Bar}(X) + b^2$

b.– $E(aX^2 + bY) = a\text{Bar}(X) + b\text{E}(Y)$

d.– $\text{Bar}(X - Y) = \text{Bar}(X) + \text{Bar}(Y)$

e.– $\text{Bar}(aX + bY) = a^2\text{Bar}(X) + b^2\text{Bar}(Y)$.

- 3.- $ABCDA$ azaleran, dentsitate konstantearekin (X, Y) a.a. bidimentsional bat definituta dago.



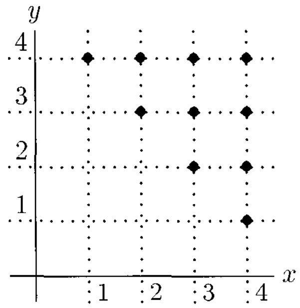
Eskatzen da:

a.– X eta Yren arteko koerlazio koefizientea.

b.– Erregresio zuzenen ekuazioak.

d.– $X = 0.3$ dela ikusi bada, kalkula ezazu Yren aurresan optimoa.

- 4.- (X, Y) a.a.-ren probabilitate banaketa hurrengo grafikoaren bidez definitzen da: (• puntu bakoitzari 0.1eko probabilitatea ematen zaio.)



Aurkitu:

a.– X eta Yren arteko koerlazio koefizientea.

b.– Erregresio zuzenen ekuazioak.

d.– $Y = 2$ dela ikusi bada, kalkulatu Xen aurresan optimoa.

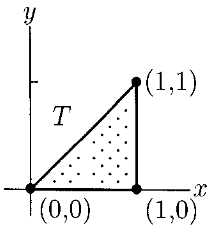
- 5.- Enpresa baten sarrera eta gastuak aleatorioak dira. Beraien probabilitate banaketak ezezagunak dira, baina badakigu sarreren batezbesteko balioa eta desbidazio tipikoa milioika pezetatan $m_x = 1.500$, $\sigma_x = 100$ direla; eta gastuenak $m_y = 1.200$, $\sigma_y = 80$, sarrera eta gastuen arteko koerlazio koefizientea $\rho = 0.8$ dela jakinik. Hau bada:

$$Mozkina = Sarrerak - Gastuak = X - Y.$$

a.– Kalkula ezazu mozkin horrek 210 eta 390 milioi pezeten artean egoteko duen probabilitatearen kota bat.

b.– Enpresaren gastuak momentu konkretu batean 1.000 milioi pezetakoak direla jakinik, zein izango da momentu horretako sarreren aurresana?

- 6.- Har ezazu hurrengo moduan definitzen den dentsitate funtzio bat duen (X, Y) a.a. bat:



$$f(x,y) = \begin{cases} k & (x,y) \in T \text{ bada} \\ 0 & (x,y) \notin T \text{ bada} \end{cases}$$

a.– Zein da koerlazio koefizientea?

b.– Lor ezazu Xekiko Yren erregresio zuzena.

d.– Yrekiko Xen erregresio zuzena berdina da? Zergatik?

e.– Esan X eta Y korrelagabeak diren. Independenteak dira?

- 7.-Bitez X eta Y a.a.-k non:
  $P_Y(1) = \frac{1}{4}$, $P_Y(2) = \frac{3}{4}$
  $P(X=0|Y=1) = \frac{1}{3}$, $P(X=1|Y=1) = \frac{2}{3}$
  $P(X=0|Y=2) = \frac{2}{3}$, $P(X=1|Y=2) = \frac{1}{3}$

a.– Kalkula ezazu (X, Y) a.a.-ren zenbatasun funtzio bateratua.

b.– Lor ezazu bere kobariantza eta bariantza matrizea.

d.– Bedi Z a.a. bat non $Z = \frac{X}{Y}$ den. Kalkula ezazu aldagai aleotorio berri honen zenbatasun funtzioa.

11. GAIA: Banaketen funtzio karakteristikoak R -n

- 1.- Izan bedi X hurrengo zenbatasun funtzioa duen a.a. diskretu bat:

x	-1	0	1
$P(x)$	$1/4$	$1/2$	$1/4$

Kalkulatu:

a.– $Z = X^2$ a.a.-ren zenbatasun funtzioa.

b.– Z a.a.-ren funtzio karakteristikoa.

d.– Zren batezbesteko balioa eta bariantza, funtzio karakteristikoaren bidez.

- 2.- Izan bitez X eta Y banaketa berdina duten bi a.a. independente. Bakoitzaren funtzio karakteristikoa hau da:

$$\psi(u) = a + bu + cu^2 + \dots$$

a.– a, b, c kalkulatu, X eta Yren batezbesteko balioa $m = 2$ eta desbidazio tipikoa $\sigma = 3$ izan daitezen.

b.– $3X$ a.a.-ren funtzio karakteristikoa aurkitu.

d.– $2X + Y$ a.a.-ren funtzio karakteristikoa aurkitu.

- 3.- Izan bitez X_1, X_2, X_3 hiru a.a. independente batezbesteko balio berdinarekin, 5, eta desbidazio tipiko berdinarekin, 0.1. Bakoitzaren funtzio karakteristikoa hau da:

$\psi_1(u)$, $\psi_2(u)$, $\psi_3(u)$.

Z X_1, X_2, X_3 a.a.-ren batezbesteko aritmetikoa bada, kalkulatu:

a.– $\psi_1(u)$ -ren Mac-Laurin-en garapenaren lehen terminoak.

b.– Zren funtzio karakteristikoaren adierazpena, $\psi_1(u)$, $\psi_2(u)$, $\psi_3(u)$ -en funtzioan idatzita eta bere Mac-Laurin-en garapenaren lehen terminoak.

- 4.- Aurkitu hurrengo dentsitate funtzioa duen X a.a.-ren momentuen funtzio sortzailea:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \text{ bada} \\ xe^x & 0 \leq x \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & x > 1 \text{ bada} \end{cases}$$

Momentuen funtzio sortzailea erabili, batezbesteko balioa eta bariantza aurkitzeko.

- 5.- Suposa itzazu X eta Y hurrengo funtzio karakteristikoak dituzten bi a.a. independente:

$$\psi_X(u) = 1 + (iu) + \frac{3}{2}(iu)^2 + \ldots \qquad \psi_Y(u) = 1 - (iu) + \frac{5}{2}(iu)^2 + \ldots$$

a.– Lortu (X, Y)ren kobariantza matrizea.

b.– Zein da $Z = 2X + 3Y$ a.a.-ren bariantza?

d.– Zein da $W = X + Y$ a.a.-ren funtzio karakteristikoa -u^2 ordenako terminora arte-?

- 6.- Izan bedi X hurrengo moduan adierazten den banaketa bat duen a.a. bat:

$$X = \begin{cases} 1 & p \text{ probabilitatearekin} \\ 0 & q = 1 - p \text{ probabilitatearekin} \end{cases} \tag{1}$$

a.– Froga ezazu X a.a.-ren funtzio karakteristikoa hau dela: $\psi_X(u) = q + pe^{iu}$.

b.– X_1, X_2, X_3 hiru a.a. independente badira, (1) banaketarekin (p parametrozko bitar banaketa), lortu $Z = X_1 + X_2 + X_3$ a.a.-ren funtzio karakteristikoa. Esan zein den Zk har ditzakeen balioen S multzoa (edo Z-ren *euskarria*).

d.–

$$\psi_Z(u) = Ee^{iuZ} = \sum_{z \in S} P_Z(z) e^{iuz} \tag{2}$$

dela kontutan hartuz, lortu $P_Z(z)$, eta konparatu (2), **b.**– atalean lortutako funtzio karakteristikoarekin (laguntza: binomio baten n-garren potentzia hurrengo moduan ematen da $(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \ldots + \binom{n}{n} a^0 b^n$).

e.– **b.**– atalean lortutako funtzio karakteristikoa erabiliz, lortu $E[Z]$ eta $\mathrm{Var}(Z)$.

- 7.- Emakume batek seme-alabak izatea erabakitzen du, bata neska izan arte, edo guztira bost mutil eduki arte; kasu horretan neskaren bat edukitzeko ahaleginean etsi egiten du. Bedi X, "seme-alaben kopurua" a.a., eta suposa dezagun Prob(Mutila) = Prob(Neska) = $\frac{1}{2}$ dela.

  a.– Zein da X a.a-ren zenbatasun funtzioa? Emakume emankor bat dela suposatzen da eta beraz Prob$(X = 0) = 0$ dela.

  b.– Zein da X a.a.-ren funtzio karakteristikoa?

  d.– Funtzio karakteristiko hori erabiliz (nahiz eta kasu honetan abantailarik ez izan), kalkula ezazu Xen batezbestekoa eta bariantza.

  e.– Suposa ezazu, aurreko emakumea bezalako hiru ditugula. Izan bitez X, Y eta Z bakoitzaren seme-alaben kopurua eta $T = X + Y + Z$. Funtzio karakteristikoa erabiliz, kalkula ezazu Prob$(T = 4)$.

12. GAIA: Banaketa normal laburtua $N(0,1)$ eta normal orokorra $N(m,\sigma^2)$

- 1.- Izan bedi Z banaketa normal laburtua duen a.a. bat $N(0,1)$. Kalkulatu:

  a.–$P(Z \leq 0.60)$ **b.**–$P(Z > 0.35)$ **d.**– $P(Z \leq -0.30)$

  e.– $P(Z > -1.60)$ **f.**– $P(1.30 < Z < 1.40)$ **g.**– $P(\mid Z \mid \leq 2)$

  h.– $P(\mid Z \mid > 2)$ **i.**– $P(Z \leq 3.275)$ **j.**– $P(1.35 \leq Z < 1.45)$

  k.– $P(-0.33 < Z \leq 0.563)$

- 2.- Izan bedi Z banaketa normal laburtua duen a.a. bat $N(0,1)$. Kalkula ezazu a-ren balioa hurrengo kasuetan:

  a.– $P(Z \leq a) = 0.8264$ **b.**– $P(Z \leq a) = 0.1314$

  d.– $P(-0.5 < Z < a) = 0.6687$ **e.**– $P(Z \geq a) = 0.9032$

  f.– $P(Z > a) = 0.2177$ **g.**–$P(\mid Z \mid \leq a) = 0.2$

- 3.- Izan bedi $X \in N(0,1)$ eta $Y = X^2$.

  a.– Froga ezazu $E[Y] = 1$ dela.

  b.– Froga ezazu Yren bariantza, σ_Y^2, 2 dela.

  d.– Lortu Yren dentsitate funtzioa.

  (Laguntza: gogora ezazu banaketa normalaren bikoiti ordenako momentu zentratuak hurrengoak direla: $\alpha_{2k} = \frac{(2k)!}{2^k k!}$).

- 4.- Banaketa bat hurrengo dentsitate funtzioaren bidez definitzen da:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} & x > 0 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

  a.– Aurkitu X a.a.-ren banaketa funtzioa, $N(0,1)$ banaketa funtzioaren bidez adierazita. Eta kalkula ezazu $P(X < 1)$.

  b.– $E[X] = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$ dela froga ezazu.

d.– Bikoiti ordenako momentuak lortu, $N(0,1)$ banaketarenak kontutan hartuz.

e.– $\sigma_X^2 = \frac{\pi-2}{\pi}$ dela frogatu.

- 5.- Izan bedi $X \in N(0,1)$ eta $Y = c + e^X$.

a.– Kalkulatu Yren dentsitate funtzioa.

b.– $E[Y] = c + e^{\frac{1}{2}}$ dela frogatu.

d.– $\sigma_Y^2 = e^2 - e$ dela frogatu.

- 6.- Izan bedi X banaketa $N(2, \sigma^2 = 4)$ bat duen a.a. bat. Aurkitu:

a.– $P(X \leq 3)$; $P(X > 3)$; $P(1 < X < 3)$.

b.– $P(X < \mathbf{k}) = 0.975$ betetzen duen **k** balio bat.

d.– $P(X > \mathbf{k}) = 0.975$ betetzen duen **k** balio bat.

e.– 0.95eko probabilitateko batezbesteko balioan zentratuta dagoen tarte bat.

f.– 0.70eko probabilitateko batezbesteko balioan zentratuta dagoen tarte bat.

- 7.- Makina bateko piezen orduko produkzioak, banaketa $N(6, \sigma^2 = 0.81)$ bat jarraitzen du. Produkzio ordu bakoitzean makinak 30.000 pezeta gastatzen dituela suposatzen badugu, eta produzitu den pieza bakoitzak ematen duen irabazia 6.000 pezetakoa dela, kalkula ezazu:

a.– Makinak lan ordu bakoitzean ematen duen mozkinaren banaketa.

b.– Edozein ordutan, dirua galtzeko probabilitatea.

Fabrika batean horrelako 8 makina badaude, kalkulatu:

d.– Fabrikak lan ordu bakoitzean lortzen duen mozkinaren banaketa.

e.– Edozein ordutan, dirua galtzeko probabilitatea.

- 8.- Geltoki batera heltzen den tren baten bidaiarien kopuruak banaketa $N(100, \sigma^2 = 20)$ bat jarraitzen du. Geltoki honetan bidaiari batzuk trena uzten dute, beste batzuk bidaia jarraitzen dute eta bidaiari berri batzuk igo egiten dira. Geltokian trenetik jeisten diren bidaiarien kopuruak, $N(30, \sigma^2 = 12)$ banaketa du, eta igotzen diren bidaiarien kopuruak $N(40, \sigma^2 = 9)$ banaketa. A.a. bi hauek independenteak direla suposatuz, kalkula ezazu:

a.– Geltokia uzterakoan, trenak eramaten dituen bidaiarien kopuruaren banaketa.

b.– Zenbat jezarleku izan behar dituen trenak, geltoki horretatik aurrera zutik joan behar ez izateko probabilitatea 0.95ekoa izan dadin.

- 9.- Makina baten elementu bat, seriez fabrikatzen diren hiru pieza bilduz osatzen da. Hiru piezen luzeraren banaketa normala da:

A pieza :	$N(a, \sigma = 0.03)$
B pieza :	$N(b, \sigma = 0.04)$
C pieza :	$N(c, \sigma = 0.12)$

Banaketak independenteak direla suposatuz, kalkulatu, hiru pieza batu ondoren osatzen dugun elementuaren luzera, X, $a+b+c-0.15$ eta $a+b+c+0.20$ balioen artean egoteko probabilitatea.

- 10.- Hiru a.a. independente emanik: $U \in N(5, \sigma^2 = 4)$, $V \in N(6, \sigma^2 = 8)$, $W \in N(7, \sigma^2 = 8)$. $X \in N(m, \sigma^2)$ denean bere funtzio karakteristikoa $\varphi_X(u) = e^{ium - \frac{1}{2}u^2\sigma^2}$ dela erabiliz, lortu:

a.– $Z = 3U - 4V + W + 9$ a.a.-ren banaketa.

b.– $E[Z]$ eta Var(Z), $\varphi_Z(u)$ erabiliz.

d.– 0.95eko probabilitateko batezbesteko balioan zentratuta dagoen tarte bat Zrentzat.

- 11.- Zundaketa asko egin ondoren, galtzerdigile batek ontzat eman dezake gizon heldu baten oinaren luzeraren banaketa, $m = 24$ zm eta $\sigma = 3$ zm duen banaketa normal batera dagoen hurbiltasuna.

Tailak eta taila bakoitzeko zenbat unitate fabrikatu behar dituen erabakitzeko, hurrengo galderak egiten dira:

a.– Zein portzentaian ikusten da gizon helduen oinaren luzera 30 zm baino gehiagokoa dela? Eta 25 zm baino gehiagokoa? Eta 15 zm baino gutxiagokoa? Eta 21 zm baino gutxiagokoa?

b.– Zein dira a eta b, %30eko kasuetan oinaren luzera a baino handiagoa eta %20ko kasuetan oinaren luzera b baino txikiagoa izan dadin?

d.– Galtzerdigileak, bere produkzioa 5 tailatan banatzea erabakitzen du, bakoitza oinaren luzeraren tarte bati egokitua. Taila bakoitzean bezeroen % 20a izatea nahi badu, zeintzuk izango dira tarte hauek?

- 12.- Tailer batean transmisio-elektroniko mota bat konpontzeko behar den denborak, $\mu = 45$ min batezbestekoz eta $\sigma = 8$ min desbidazioz banaketa normala jarraitzen du. Zerbitzuko gerenteak, kotxea ordu batean prest egongo dela esaten dio bezeroari eta 10 minutu geroago konpontzen hasten da.

a.– Zein da bezeroak ordu bete barru bere kotxea konpondu gabe aurkitzeko probabilitatea?

b.– Gerenteak kotxearen konponketa sarrerako unetik 10 minututara hasten badu, noiz esan beharko dio bezeroari etortzeko, %90eko probabilitateaz kotxea konponduta eduki dezan?

- 13.- Komunitate autonomo batean urtegi bat dago. Urte batean urtegi berean lortzen den euri kopurua milaka metro kubikotan neurtuta $N(2000, \sigma = 500)$ banaketa normala duen a.a. bat da. Aipaturiko komunitatearen kontsumoa milaka metro kubikotan neurtuta beste a.a. bat da, aurrekoarekiko independentea eta bere banaketa $N(1500, \sigma = 200)$ izanik.

  a.– Kalkulatu urte jakin batean kontsumitutako ur kopurua, urtegian batutako ur kopurua baino handiagoa izateko probabilitatea.

  b.– Urte konkretu baten hasieran urtegian dagoen ur kopurua 800 mila metro kubikotakoa bada, zein izango da komunitateak kanpotik ura ekartzeko duen probabilitatea urtegiko ur guztia kontsumitu delako?

  d.– Auzoko komunitate autonomo batek eskastasun arazorik badu, urtegi honek komunitate berri honen kontsumoa hornitu beharko du. Bere banaketa lehenengo komunitatearen kontsumoarekiko eta urtegian bildutako ur kopuruarekiko independentea, eta $N(1200, \sigma = 150)$ bada, zein izango da ez ustutzeko probabilitatea, urtearen hasieran dugun ur kopurua kontutan izanik?

- 14.- Familia konkretu baten hileroko sarreren kopurua a.a. bat da, milaka pezetatan adierazia, $N(120, \sigma^2 = 100)$ banaketa duelarik. Aipaturiko familiaren gastu bakarrak, janari eta arropenak, a.a.-ak dira baita ere (milaka pezetatan adierazita), $N(70, \sigma^2 = 64)$ eta $N(20, \sigma^2 = 36)$ banaketak jarraitzen dituztelarik hurrenez hurren. Bi gastuen artean independentzia suposatzen da, baita gastu eta sarreren artean ere.

  a.– Zein izango da hilabete konkretu batean sarreren kopurua janari eta arropatan egindako gastu kopuru osoa baino txikiagoa izateko probabilitatea? Eta aipaturiko hilabetean 10.000 pezeta gutxienez aurrezteko probabilitatea?

  b.– Hilabete konkretu batean arropatan gastatutako kopurua 10.000 pezetakoa dela jakina bada, zein izango da sarreren kopurua janari eta arropatan egindako gastu kopuru osoa baino txikiagoa izateko probabilitatea?

  d.– Deskribatutakoa bezalakoak eta independenteak diren 40 familia kontsideratzen badira, zein izango da 40 familiek batera egindako aurrezkien banaketa?

- 15.- Demagun populazio konkretu bateko emakumeen altuerek, zentimetrotan, batezbestekoa 165 eta desbidazio tipikoa 10 duen banaketa normala jarraitzen dutela, eta gizonezkoen altuerek, batezbestekoa 168 eta desbidazio tipikoa 12 duen banaketa normala.

a.– Zoriz eta independenteki emakume bat eta gizon bat aukeratzen badira, zein izango da emakumea gizonezkoa baino altuagoa izateko probabilitatea?

b.– Zoriz eta independenteki 2 emakume eta 3 gizon aukeratzen badira, zein izango da batezbestekoz, emakumeak gizonak baino altuagoak izateko probabilitatea?

d.– Zoriz eta independenteki aukeratzen den emakumeen laginaren tamainua 500 bada eta gizonezkoena ere 500 bada, zein izango da emakumeen altuera totalak gizonezkoena 2 metrotan gutxienez gainditzeko probabilitatea?

- 16.- Pertsona talde batek egunkari berri bat ateratzea erabakitzen du. Demagun eguneroko salmentak 100.000 egunkari batezbestekoz eta 25.000 egunkari desbidazio tipikoz banaketa Normala jarraitzen duela.

  Eskatzen da:

  a.– Egun batean 150.000 egunkari baino gehiago saltzeko probabilitatea.

  b.– Saldutako egunkari bakoitzarekin lortutako mozkina 10 pezetakoa bada, zein izango da eguneroko mozkinaren banaketa?

  d.– Zein izango da eguneroko mozkina milioi bat pezeta baino handiagoa izateko probabilitatea?

  e.–Egunkariaren eguneroko salmentak independenteak direla suposatuz, zein izango da 30 eguneko hilabete batean 3.200.000 egunkari baino gehiago saltzeko probabilitatea?

- 17.- Gabonetako jaietan, denda batek belenak eta gabonetako postalak jartzen ditu salmentan. Produktu hauen eskaria ez da finkoa eta jabeak, aurreko urtetako esperientziagatik, badaki salmenten batezbestekoa 100 belenetakoa eta 1.200 postaletakoa izan dela, 10 eta 50eko desbidazioaz, hurrenez hurren, bi banaketa hauek, independenteak eta normalak izanik.

  a.– Zein izan beharko litzateke hasieran biltegian izan behar dituen belenen kopuru minimoa, jabeak 0.9koa baino txikiagoa ez den probabilitateaz, produktu horren eskari osoari aurre egin nahi badio? Eta zein izango litzateke aurreko baldintza bera betetzen duen postalen kopuru minimoa?

  b.– Aurreko atalean lortutako kopuru minimoekin, produkturen baten eskariari aurre ez egitearen probabilitatea 0.1ekoa baino handiagoa, txikiagoa edo berdina izango da?

  d.–Belen baten prezioa 5.000 pezetakoa bada eta postal batena 25 pezetakoa, zein izango litzateke jabeak lortutako sarrera totalak 500.000 pezeta baino gehiagokoak izateko probabilitatea?

- 18.- Familia baten hileroko energi elektrikoaren kontsumoak (kw/orduko), 500 batezbestekoz eta 100 desbidazio tipikoz lege normal bat jarraitzen du.

a.– Kw/orduko prezioa 16 pezetakoa dela jakinik, zein izango da aipatutako familiaren hileroko gastua 7.000 eta 9.000 pezeta artean egoteko probabilitatea?

b.– Har ditzagun hileroko kontsumo berdina eta elkarrekiko independenteak diren 400 familia. Zein izango da hilabete batean 400 familien batezbesteko kontsumoa 505 kw/ordu baino gehiagokoa izateko probabilitatea?

d.–Har ditzagun, orain, hileroko kontsumo berdina eta elkarrekiko independenteak diren 100 familia. Zein izango da hilabete batean 100 familien kontsumo totala 52.000 kw/ordu baino gehiagokoa **ez** izateko probabilitatea?

- 19.- A eta B, bi enpresen urteroko gastuek, G_A eta G_B (milioika pezetatan), aleatorioak eta elkarrekiko independenteak, $N(m_A = 100, \sigma_A = 20)$ eta $N(m_B = 150, \sigma_B = 50)$ lege normalak jarraitzen dituzte.

a.– Zein izango da urte batean B enpresaren gastuak A enpresarenak baino txikiagoak izateko probabilitatea?

b.– Zein izango da urte batean B enpresaren gastuak A enpresaren gastuak 55 milioi baino gehiagotan gainditzeko probabilitatea?

d.– Zein izango da bi enpresen artean egindako urteroko batezbesteko gastuaren, $\frac{G_A+G_B}{2}$, banaketa?

13. GAIA: Konbergentzia banaketan

- 1.- Kalkula ezazu " Txinoen jokorako " 6 jokalarirentzat eta hiru txanponekin, probabilitateen banaketa. Marraz ezazu zenbatasun funtzioa eta ikusi nola hurbiltzen zaion banaketa normal bati. Konpara itzazu banaketa bietan tarte desberdinen probabilitateak (egin adibidez hurrengo tarteekin $[6.5, 11.5]$ eta $[5.5, 12.5]$).

- 2.- Izan bedi X hurrengo probabilitate banaketa duen a.a. diskretu bat:

$P(x)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
x	1	2	3	4	5	6

(Adibidez, X izan zitekeen dado baten jaurtiketan lortutako emaitza).

Xen 100 obserbaziotako lagin aleatorio batek, $\overline{X}$ batezbesteko aritmetiko bat ematen du. Kalkulatu:

a.– $\overline{X}$en batezbesteko balioa eta bariantza.

b.– $\overline{X}$en banaketaren itxura.

- 3.- Lurrinezko artikuluak saltzera dedikatzen den denda kate batek penintsula osoan bananduta ditu bere dendak. Hiriburuetako 80 denden urteko mozkina uniformeki banatzen da (milioika pezetatan) $(5, 25)$ tartean. Hiriburuetatik kanpo dauden 60 dendetaz, batezbestekoa 10 eta desbidazio tipikoa 5 duen banaketa jarrai bat jarraitzen duela bakarrik dakigu. Kalkula ezazu urteroko mozkin totalak 1.700 milioi gainditzearen probabilitatea (denden mozkinak beraien artean independenteak direla suposatzen dugu).

- 4.- Artikulu baten eguneroko eskaera, milaka unitatetan, aleatorioa da hurrengo dentsitate funtzioarekin:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{18} & 0 < x \leq 2 \text{ bada} \\ \frac{x^2}{21} & 2 < x \leq 4 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan.} \end{cases}$$

Kalkula ezazu 189 egunetan eskaerak 560 mila unitate gainditzeko probabilitatea (egun bakoitzeko eskaerak independenteak direla suposatzen dugu).

- 5.- Zorizko joku bat 10 zenbakiz osatuta dago. Ateratzen den zenbakia igartzen duen pertsona bakoitzari, apostu eginiko kantitatea ematen zaio gehi bost bider kantitate hori. Jokalari batek jokaldi bakoitzean 50 pezeta apostatzen ditu, 25 zenbaki batera eta 25 beste batera. 100 aldiz jokatzen badu, zein da dirurik ez galtzeko duen probabilitatea?

- 6.- Hurrengo a.a. jarraien segida kontutan hartzen dugu: $\{X_n\}_{n\in N}$, hurrengo dentsitate funtzioekin:

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \text{ bada} \\ ne^{-nx} & x > 0 \text{ bada} \end{cases}$$

a.– Froga ezazu honela definitutako segidak banaketan konbergitzen duela $X = 0$ a.a. konstantera.

b.– $X_n$ren funtzio karakteristikoa $\varphi_n(u) = \frac{n}{n-iu}$ bada, erabili funtzio karakteristikoen jarraitasun teorema berdina frogatzeko.

- 7.- Pertsona batek txeke taloitegiaren solapan bere kontu korrontearen kontrola darama. Salerosketa bat egiten duen bakoitzean milako unitatera biribilduz apuntatzen du, honela 23.456 kopuruaz libratutako txeke bat 23.000 pezetakoa bezala kontabilizatzen du, ostera 32.678 pezetako bat 33.000 pezetakoa bezala. Hilero 100 salerosketa egiten baditu:

a.– Zein da egiten duen errorearen batezbestekoa eta bariantza?

b.– Tchebycheff-en desberdintasuna erabiliz, zein izango da hilabete osoan metatutako errorea 20.000 pezeta baino handiagokoa izateko probabilitate kota bat?

d.– Limitearen teorema zentrala erabiliz, zein izango da gutxi gora-behera aurreko galderan ikusitako gertaeraren probabilitatea?

(Laguntza: erabilitako aldagaiak jarraiak direla kontsidera dezakezu, nahiz eta salerosketak pezetatan emandako zenbaki osoak izan).

- 8.- A produktu konkretu baten eguneroko eskaria 200 unitateko batezbestekoz eta 40 unitateko desbidazio estandarraz banatzen da . B beste produktu baten eskaria ere 500 unitateko batezbestekoz eta 80 unitateko desbidazio estandarraz banatzen da. Produktu hauek saltzen dituen merkatari batek A produktuaren 6.500 unitate eta B produktuaren 16.500 unitate ditu bere biltegian (kontsideratu hilabete batean 30 egunetan edukitzen duela zabalik).

Eskatzen da:

a.– A produktuaren eguneroko eskariarentzako gutxienez %95eko probabilitatezko tartea lortu.

b.– Zein da Aren hileroko eskariaren banaketa gutxi gora-behera?

d.– Zein da hilean Aren unitate guztiak saltzeko probabilitatea?

e.– Zein da hilabeteko produktu bien eskatutako unitate guztien banaketa gutxi gora-behera?

OHARRA: Suposa ezazu egun desberdinen eskarien arteko eta produktu bien eskarien arteko independentzia.

- 9.- A eta B saskibaloiko jokalari bik, baloia duten bakoitzean hurrengo probabilitate banaketarekin puntuatzen dute: Arentzako, $P_A(0\,ptu) = 0.2$, $P_A(2\,ptu) = 0.4$, $P_A(3\,ptu) = 0.4$ eta Brentzako, $P_B(0\,ptu) = 0.1$, $P_B(2\,ptu) = 0.6$, $P_B(3\,ptu) = 0.3$. Bakarrik jokatzen duten entrenamendu batean, A jokalariak baloia 50 bider du, B jokalariak aldiz 60 bider.

a.– Jaurtiketa batean 3 puntu sartu badira, zein izango da A jokalaria izateko probabilitatea?

b.– Zein izango da A jokalariak lortutako puntuazioaren batezbesteko balioa jaurtiketa bakoitzean? Eta B jokalariarena?

d.– Zein izango da A jokalariak lortutako puntuazioaren bariantza jaurtiketa bakoitzean? Eta B jokalariarena?

e.– Entrenamenduan A jokalariak lortutako puntuazio totala B jokalariak lortutakoa baino handiagoa izateko probabilitatea kalkula ezazu.

- 10.- Bitez $X_1, X_2, \cdots, X_n$ independenteak eta $N(0,1)$ banaketa berdinarekin banatzen diren a.a.-ak. Hurrengoa definitzen badugu:

$$Z_n = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i + \frac{1}{n})}{\sqrt{n}}$$

a.– Lor ezazu $Z_n$ren funtzio karakteristikoa.

b.– Zein da $Z_n$ren funtzio karakteristikoaren limitea, $n \to \infty$ denean?

d.– a) eta b) ataleko emaitzak eta funtzio karakteristikoen jarraitasunaren teorema erabiliz, zein izango da Z_nk banaketan konbergitzen duen Z a.a.-ren banaketa?

$\boxed{\text{ESTATISTIKA I}}$

PROBLEMEN EMAITZAK

1.GAIA: Probabilitate espazioak

- 1.- Pr(Akastun pieza) = 0.06
- 2.- Pr(2 aurpegi eta gurutze bat) = $\frac{3}{8}$
- 3.- Pr(4 zuri) = $\frac{\binom{20}{4}}{\binom{50}{4}} = 0.021$
- 4.- Pr(6 asmatu) = $\frac{\binom{7}{6}}{\binom{49}{6}} = 5 \times 10^{-7}$
- 5.- Pr(Eskaerei aurre ez egin) = 0.69
- 6.- Pr(15eko saria lortu) = $\frac{1}{3^{15}}$
- 7.- Populazioaren %35ak egunkariren bat irakurtzen du.
- 8.- Pr(Saridun karta) = $\frac{33}{48}$
- 9.- Pr($HORROR$) = 0.0167
- 10.- Pr(b pieza akastunak lortu) = $\frac{\binom{N_2}{b}\binom{N_1}{a-b}}{\binom{N}{a}}$
- 11.- Pr(Batuketa 8) = $\frac{21}{6^3}$
- 12.- Pr(Aurpegi eta gurutzen txandakako segida) = $2(\frac{1}{2})^n$
- 13.- Pr(Gurutzeren bat) = $1 - (\frac{1}{2})^n$
- 14.- a.– Pr(Sari bakar bat) = $\frac{\binom{6}{1}\binom{44}{4}}{\binom{50}{5}} = 0.3844$

  b.– Pr(Hiru sari) = $\frac{\binom{6}{3}\binom{44}{2}}{\binom{50}{5}} = 0.0089$

  d.– Pr(Gutxienez hiru sari) = $\frac{\binom{6}{3}\binom{44}{2}+\binom{6}{4}\binom{44}{1}+\binom{6}{5}\binom{44}{0}}{\binom{50}{5}} = 0.0092$
- 15.- Pr(Gorririk ez eta gehienez zuri bat) = 0.35

- 16.- Pr(Parea erabilgarria) = 0.9315

- 17.- Pr(Onomastika desberdina izan) = 0.9836

- 18.- Pr(Inork ere ez hartu bere txapela) = $\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{10!}$

- 20.- **a.**– Pr(Agandik hornitua) = 0.7
  b.– Pr(A eta Bgandik hornitua) = 0.4
  d.– Pr(Agandik hornitua baina ez Bgandik) = 0.3

2. GAIA: Probabilitate baldintzatuak: Bayes-en teorema

- 1.- 4 pertsonetatik edozeinek saria lortzeko probabilitatea $\frac{1}{4}$ekoa izango da.

- 2.- Denek probabilitate berdina dute: $\frac{5}{20}$.

- 3.- **a.**– Pr(2 bola zuri) = $\frac{9}{25}$ **b.**– Pr(2 bola zuri) = $\frac{6}{20}$

- 4.- Pr(Txarto dago | lehenengoak bete izan du) = 0.31915

- 5.- **a.**– $P(F) = 0.5$ **b.**– $P(\text{Emakumea} \mid F) = 0.3$
  d.– $P(F \mid \text{Gizona}) = \frac{14}{22} = 0.6364$

- 6.- **a.**– Pr(2 pozoitsu) = $\frac{1}{15}$ **b.**– Pr(2 ez pozoitsu) = $\frac{6}{15}$
  d.– Pr(1 pozoitsua) = $\frac{8}{15}$ **e.**– Pr(Bizirik irten) = 0.806

- 7.- **a.**– Pr(urdinaren puntuazioa 2 baino txikiagoa edo berdina) = $\frac{2}{6}$
  b.– Pr(Dado zurien puntuazioa urdinarena baino handiagoa) = $\frac{55}{6^3}$
  d.– Pr(U 2 baino handiagoa | Zk U baino handiagoak) = $\frac{16}{55}$

- 8.- **a.**– Pr(Gainditu) = 0.62
  b.– Pr(Gainditu | A taldean ez dago) = 0.5
  d.– Pr(A taldean dago | Irakasgaia gainditu) = $\frac{16}{31}$

- 9.- **a.**– $P(DV \mid V) = 0.90$ **b.**– $P(DM \cap V) = 0.0833$
  d.– $P(DM) = 0.2167$; $P(DV) = 0.7833$
  e.– Pr(Erruduna kondenatu) = 0.2833

- 10.- **a.**– Biak berdin. **b.**– $P(3 \text{ bat lortu} \mid \text{Irabazi du}) = \frac{1}{3}$
  d.– Aukeratzen lehenengoa izatea komeni zaio.

- 11.-**a.**– Pr(Altzairuaren prezioa ez da igotzen / Ibertsioen igoera)=0.1
  b.– Pr(Altzairuaren prezioaren igoera)=0.7
  d.– Pr(Ibertsioen igoera / Altzairuaren prezioaren igoera)=0.77

- 12.- **a.**– $P(Z=0) = \frac{1}{4}$ $P(Z=1) = \frac{1}{2}$ $P(Z=2) = \frac{1}{4}$
  b.– $P(\text{Bakoitia} \cap \text{bakoitia}) = \frac{1}{4}$
  d.– $P(\text{Bonoetan inbertitzea}) = \frac{3}{8}$
  e.– $P(\text{Bi jaurtiketak behar izan / Bonoetan inbertitu}) = \frac{1}{3}$

- 13.- **a.**– $P(\text{Hondatu}) = \frac{0.8}{3}$
  b.– $P(\text{D eredua / hondatu egin da}) = \frac{5}{8}$
  d.– $P(\text{1. makina hondatu da } \cap \text{2. makina hondatu da}) = 0.1$

- 14.- **a.**– 0.2 **b.**– 0.3077 **d.**– 0.44

- 15.- **a.**– 0.5 **b.**– 0.6 **d.**– 0.066

- 16.- **a.**– 0.825 **b.**– 0.7826 **d.**– EZ=2.475

- 17.- **a.**– 0.558 **b.**– 0.762 **d.**– 0.905 **e.**– 0.0452

- 18.- **a.**– 0.9883 **b.**– 0.4414 **d.**– 0.083 **e.**– 0.875

3. GAIA: Aldagai aleatorioak

- 1.- Aldagai aleatorioa da.

- 2.- Ez da aldagai aleatorioa.

- 3.- **a.**– Ez da aldagai aleatorioa.
  b.– Adibidez $\mathcal{A} = \{\emptyset, \{\text{bastoak, urreak}\}, \{\text{bastoak, urreak}\}^C, \Omega\}$

- 4.- **b.**– $O_{[2,6]} = \{b, c\}$; $O_{]3,6]} = \emptyset$
  d.– $P(X \in [2,6]) = 0.9$; $P(X \in]3,6]) = 0$

4.GAIA: Probabilitate banaketak R eta R^n

- 1.- **a.**– $F(x,y) = \begin{cases} 0 & (x,y) \in I \text{ bada} \\ \frac{1}{4} & (x,y) \in II \text{ bada} \\ \frac{3}{4} & (x,y) \in III \text{ bada} \\ \frac{1}{2} & (x,y) \in IV \text{ bada} \\ 1 & (x,y) \in V \text{ bada} \end{cases}$

  b.– $F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 1, \text{ bada} \\ \frac{3}{4} & 1 \leq x < 2, \text{ bada} \\ 1 & x \geq 2, \text{ bada} \end{cases}$

- 2.- $P(1,3) = 0.28, P(1,9) = 0.12, P(2,3) = 0.42, P(3,9) = 0.18$

- 3.- **a.**– $F(4,9,7) = \frac{7}{30}, F(6,3,5) = \frac{1}{30}$
  b.– **OX** $P(2) = \frac{9}{30}, P(6) = \frac{21}{30}$ **OY** $P(3) = \frac{3}{30}, P(8) = \frac{27}{30}$
  OZ $P(1) = \frac{12}{30}, P(5) = \frac{12}{30}, P(9) = \frac{6}{30}$
  OXY $P(2,3) = \frac{2}{30}, P(2,8) = \frac{7}{30}, P(6,3) = \frac{1}{30}, P(6,8) = \frac{20}{30}$
  OXZ $P(2,1) = \frac{3}{30}, P(2,5) = \frac{4}{30}, P(2,9) = \frac{2}{30}, P(6,1) = \frac{9}{30}$,
  $P(6,5) = \frac{8}{30}, P(6,9) = \frac{4}{30}$
  OYZ $P(3,5) = \frac{1}{30}, P(3,9) = \frac{2}{30}, P(8,1) = \frac{12}{30}, P(8,5) = \frac{11}{30}, P(8,9) = \frac{4}{30}$
  d.– Ez dira independenteak.

- 4.- **a.**– $F(2.5,7) = 0.3, F(3,6) = 0.6$
  b.– $P(Y = 2 \mid X = 3) = \frac{1}{3}, P(Y = 4 \mid X = 3) = \frac{1}{3}$,
  $P(Y = 6 \mid X = 3) = \frac{1}{3}$ **d.**– Ez dira independenteak.

- 5.- **a.**– $F(x_1,x_2) = \begin{cases} 0 & x_1 < 1, x_2 < 0, \text{ bada} \\ \frac{1}{8} & 1 \leq x_1 < 2, 0 \leq x_2 < 1, \text{ bada} \\ \frac{4}{8} & 1 \leq x_1 < 2, 1 \leq x_2, \text{ bada} \\ \frac{3}{8} & 2 \leq x_1, 0 \leq x_2 < 1, \text{ bada} \\ 1 & 2 \leq x_1, 1 \leq x_2, \text{ bada} \end{cases}$

  b.– $F_{X_1}(x_1) = \begin{cases} 0 & x_1 < 1, \text{ bada} \\ \frac{1}{2} & 1 \leq x_1 < 2, \text{ bada} \\ 1 & x_1 \geq 2, \text{ bada} \end{cases}$ $F_{X_2}(x_2) = \begin{cases} 0 & x_2 < 0, \text{ bada} \\ \frac{3}{8} & 0 \leq x_2 < 1, \text{ bada} \\ 1 & x_2 \geq 1, \text{ bada} \end{cases}$

d.– Ez dira independenteak.

5.GAIA: Banaketa diskretuak

- 1.- $a = 015 \quad b = 0.45 \quad c = 0.25 \quad d = 0.75$

- 2.- **a.**– $c = \frac{1}{36}$ **b.**– $P(X = 2, Y = 3) = \frac{1}{6}$
  d.– $P(1 \leq X \leq 2, Y \leq 2) = \frac{1}{4}$

  e.– $P(Y = 3) = \frac{1}{2}$ **f.**– $F(x,y) = \begin{cases} 1 & x \geq 3, y \geq 3, \text{ bada} \\ \frac{1}{2} & 2 \leq x < 3, y \geq 3, \text{ bada} \\ \frac{1}{2} & x \geq 3, 2 \leq y < 3, \text{ bada} \\ \frac{1}{4} & 2 \leq x < 3, 2 \leq y < 3, \text{ bada} \\ \frac{1}{6} & 1 \leq x < 2, y \geq 3, \text{ bada} \\ \frac{1}{6} & x \geq 3, 1 \leq y < 2, \text{ bada} \\ \frac{1}{12} & 1 \leq x < 2, 2 \leq y < 3, \text{ bada} \\ \frac{1}{12} & 2 \leq x < 3, 1 \leq y < 2, \text{ bada} \\ \frac{1}{36} & 1 \leq x < 2, 1 \leq y < 2, \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

- 3.- **a.**– **OX** $P(1) = 0.5, P(2) = 0.5$ **OY** $P(1) = 0.4, P(2) = 0.3$
  $P(3) = 0.3$ **b.**– Ez dira independenteak.
  d.– $P(Y = 3 \mid X = 2) = 0.2$

- 4.- **b.**– $F(8,3,7) = \frac{22}{50}, F(6,7,10) = \frac{20}{50}$
  d.– **OX**$P(6) = \frac{20}{50}, P(8) = \frac{30}{50}$ **OY** $P(3) = \frac{22}{50}, P(5) = \frac{28}{50}$
  OZ $P(1) = \frac{26}{50}$, $P(4) = \frac{6}{50}, P(7) = \frac{18}{50}$
  OXY $P(6,3) = \frac{9}{50}, P(6,5) = \frac{11}{50}, P(8,3) = \frac{13}{50}, P(8,5) = \frac{17}{50}$
  OXZ $P(6,1) = \frac{10}{50}, P(6,4) = \frac{6}{50}, P(6,7) = \frac{4}{50}, P(8,1) = \frac{16}{50}, P(8,7) = \frac{14}{50}$
  OYZ $P(3,1) = \frac{7}{50}, P(3,4) = \frac{5}{50}, P(3,7) = \frac{10}{50}, P(5,1) = \frac{19}{50}$,
  $P(5,4) = \frac{1}{50}, P(5,7) = \frac{8}{50}$
  e.– Ez dira independenteak.

- 5.- **a.–** $F(x,y) = \begin{cases} 1 & x \geq 4, y \geq 2, \text{ bada} \\ \frac{1}{2} & x \geq 4, 1 \leq y < 2, \text{ bada} \\ \frac{1}{4} & 2 \leq x < 4, 1 \leq y < 2, \text{ bada} \\ \frac{2}{3} & 2 \leq x < 4, y \geq 2, \text{ bada} \\ \frac{1}{3} & 0 \leq x < 2, y \geq 2, \text{ bada} \\ \frac{1}{4} & 0 \leq x < 2, 1 \leq y < 2, \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  b.– OX $P(0) = \frac{1}{3}, P(2) = \frac{1}{3}, P(4) = \frac{1}{3}$ **OY** $P(1) = \frac{1}{2}, P(2) = \frac{1}{2}$

  d.– $P(Y = 1 \mid X = 0) = \frac{3}{4}$ $P(Y = 2 \mid X = 0) = \frac{1}{4}$

  e.– Ez dira independenteak.

6.GAIA: Banaketa jarraiak

- 1.- **a.–** $k = 1.000$ $F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1.000}{x} & x \geq 1.000, \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$ **b.–** $\frac{1}{2}$

  d.– $t = \frac{1.000}{0.7}$

- 2.- **a.–** $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x} & x \geq 0, \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$ **b.–** $e^{-10} - e^{-100}$ **d.–** e^{-100}

- 3.- **a.–** $k = \frac{5}{16}$ **b.–** $f_X(x) = \begin{cases} \frac{5}{32}x^4 & x \in (0,2), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{5y}{48}(8 - y^3) & y \in (0,2), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  d.– Ez dira independenteak.

- 4.- **a.–** $k = 1$ **b.–** $F(x,y) = \begin{cases} 1 & x \geq 2, y \geq 1, \text{ bada} \\ y^2 & x \geq 2, y \in [0,1), \text{ bada} \\ \frac{x^2}{4} & x \in [0,2), y \geq 1, \text{ bada} \\ \frac{x^2y^2}{4} & x \in [0,2), y \in [0,1), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  d.– $f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & x \in (0,2), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$ $f_Y(y) = \begin{cases} 2y & y \in (0,1), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  e.– $P(1 < X < 2; 0 < Y < \frac{1}{2}) = \frac{3}{16}$ **f.–** Independenteak dira. **g.–** 0

- 5.- $P(\text{Mozkina} > 2 \text{ milioi}) = \frac{1}{2}$

- 6.- **a.**– $f_X(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2} & x \in (0,1), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  $f_Y(y) = \begin{cases} y + \frac{1}{2} & y \in (0,1), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  b.– $P(\text{Mozkina} \leq 1 \text{ milioi}) = \frac{1}{3}$

- 7.- **a.**– $k = \frac{1}{\pi}$ **b.**– $P(Y \leq 2X) = \frac{1}{2}$

  d.– $f_X(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{1-x^2}}{\pi} & x \in (-1,1), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

- 8.- **a.**– $f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{4} & (x,y) \in (5,7)\text{x}(0,2), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  b.– $P(\text{Hilabete batean gastuen kopurua 6 unitate baino txikiagoa }) = \frac{1}{8}$

  d.– $P(6 \leq \text{gastuak} \leq 8) = \frac{3}{4}$

- 9.- **a.**– $f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{600} & x \in (0,30),\ y \in (0,20) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  b.– $P(X + Y < 40) = 0.91$,

  d.– 42.25 minutu hamabiak baino lehen.

- 10.- **a.**– $\frac{5}{16}$ **b.**– 0.0036

  d.– $f_X(x) = \begin{cases} \frac{5}{48}x(8 - x^3) & x \in (0,2) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

- 11.- **a.**– 1 **b.**– $f_X(x) = \begin{cases} \frac{10}{3}x(1 - x^3) & x \in (0,1) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  d.– 0.1146

- 12.- **a.**– c=8 **b.**– $f_X(x) = \begin{cases} 4x^3 & x \in (0,1) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  d.– 0.166

7.GAIA: Transformazioak

- 1.-

$P(z)$	0.7	0.3
z	1	17

$P(v)$	0.2	0.3	0.5
v	1	3	5

- 2.- $F_Z(z) = \begin{cases} e^{z-1} - e^{-z-1} & z \in [0,1), \text{ bada} \\ 1 - e^{-z-1} & z \in [1,\infty), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

- 3.- $f_Z(z) = \begin{cases} \frac{2}{81}(8-2z)^2 & z \in (1, \frac{11}{2}), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

- 4.- **a.**– $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{3}{2}(1-y^2) & y \in (0,1), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  b.– $f_Z(z) = \begin{cases} -\frac{3}{16}z^2 - \frac{3}{4}z & z \in (-2,0), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

- 5.-**a.**– $k = \frac{3}{4}$

  b.– $f_C(c) = \begin{cases} \frac{3}{4}(\frac{c-3.000}{10.000} - 1)(3 - \frac{c-3.000}{10.000})\frac{1}{10.000} & c \in (13.000, 33.000), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  d.– $f_A(a) = \begin{cases} \frac{3}{4}(\sqrt{\frac{a}{\pi}} - 1)(3 - \sqrt{\frac{a}{\pi}})\frac{1}{2\sqrt{\pi a}} & a \in (\pi, 9\pi), \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

- 6.-**a.**– $F_Z(z) = \begin{cases} 0 & z < 0, \text{ bada} \\ \frac{z}{2}(1 + \ln 2 - \ln z) & z \in [0,2), \text{ bada} \\ 1 & z \geq 2, \text{ bada} \end{cases}$

  b.– $F_V(v) = \begin{cases} 0 & v < 0, \text{ bada} \\ \frac{\sqrt{v}}{2} & v \in [0,4), \text{ bada} \\ 1 & v \geq 4, \text{ bada} \end{cases}$

- 7.- $f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y} & y \geq 0, \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

- 9.- $P(X - Y > 0) = \frac{1}{5} \quad P(X - Y \geq 1) = \frac{1}{5}e^{-\frac{1}{100}}$

- 10.- **a.**– a=6 **b.**– $P(Z \leq z) = z^3$

  d.–$f_Z(z) = \begin{cases} 3z^2 & z \in (0,1) \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

- 11.- **a.**– $f(z_1, z_2) = \begin{cases} 10z_2^2(z_1 - z_2) & (z_1, z_2) \in H \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

  b.– $f_{Z_1}(z_1) = \begin{cases} \frac{110z_1^4}{192} & 0 \leq z_1 \leq 1 \\ \frac{10(64z_1 - 48 - 5z_1^4)}{192} & 1 \leq z_1 \leq 2 \end{cases}$

8.GAIA: Batezbesteko balioak

- 1.- Berdin da zein aukeratu.
- 2.- $E[V] = 493.44$
- 3.- $E[XY] = 37 \quad E[(X+Y+1)(X+Y)] = 168.6$
- 4.- **a.**– $E[X] = 1.000$ unitate **b.**– $P(X > 1.5) = 0.125$
  d.– $E[\text{Mozkinak}] = 5.000$ pezeta
- 5.- $E[\text{Eskaera osoa}] = 4.5$
- 6.- **a.**– $E[XY] = \frac{40}{21}$ **b.**– $E[X] = \frac{5}{3}$, $E[Y] = \frac{10}{9}$ **d.**– Ez.
- 7.- **a.**– $E[X] = \frac{25}{3}$ **b.**– $E[Y] = 27.1875$
- 8.- **a.**– $P(\text{Ateratako lehen bola gorria da}) = \frac{r}{100}$
  $P(\text{Ateratako bigarren bola gorria da}) = \frac{r}{100}$
  b.– $P(\text{Ateratako hirugarren bola gorria da}) = \frac{r}{100}$
  d.– Esperotako bola gorrien kopurua ateratako 3ren artetik$= \frac{3r}{100}$
- 9.- **a.**– $k = 0.04$ **b.**– $M = 74.893$ pta. **d.**– 60.000 pta.

9.GAIA: Banaketen momentuak Rn

- 1.- $\sigma_X^2 = \frac{5}{9}$, Asimetria koef.: $\gamma_1 = -\frac{7\sqrt{5}}{25}$, Kurtosi koef.: $\gamma_2 = -\frac{24}{25}$.
- 2.- **a.**– $\frac{21}{6}$ **b.**– $\frac{35}{12}$ **d.**– $\frac{35}{12n}$ **e.**– $n \geq 5834$
- 3.- **a.**– $P(4.75 < X < 5.05) \geq 0.11$.
  b.– $P(4.75 < X < 5.05) = 0.63$.
- 4.- $E[X] = 50 \quad \sigma_X^2 = 2500$.

- 5.- **a.**– $f_z(z) = \begin{cases} \frac{3}{2}(1-z^2) & z \in (0,1), \text{bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$ **b.**– $E[Z] = \frac{3}{8}$.
  d.– $\sigma_Z^2 = \frac{19}{320}$.

- 6.- **a.**– $E[X] = 0$, $\sigma_X^2 = \frac{2}{3}$. **b.**– $P(\mid X \mid > 1.5) = \frac{1}{16}$.
  e.– Moda: $x = 0$, Asimetria koef.: $\gamma_1 = 0$, Kurtosi koef.: $\gamma_2 = -\frac{3}{5}$.

- 7.- Pr(Biletea ez lortu) ≤ 0.285

- 8.- **a.**– $P(0,0) = 1/16$, $P(0,1) = 1/8$, $P(0,2) = 1/16$,
  $P(1,0) = 1/8$, $P(1,1) = 1/4$, $P(1,2) = 1/8$,
  $P(2,0) = 1/16$, $P(2,1) = 1/8$, $P(2,2) = 1/16$
  b.– $P(0) = 1/16$, $P(1) = 1/2$, $P(2) = 7/16$
  d.– E(U)=22/16, Bar(U)=23/64

10.GAIA: Banaketen momentuak R^nn. Erregresioa

- 3.- **a.**– $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ **b.**– $y = -\frac{x}{2} + \frac{3}{2}$; $x = -y + 2$ **d.**– $Y = 1.35$

- 4.- **a.**– $\frac{-1}{2}$ **b.**– $y = -\frac{x}{2} + \frac{9}{2}$; $x = -\frac{y}{2} + \frac{9}{2}$ **d.**– $X = 3.5$

- 5.- $P(210 < \text{Mozkina} < 390) \geq 0.556$ $X = 1.300$ milioi.

- 6.- **a.**– $\frac{1}{2}$ **b.**– $y = \frac{x}{2}$. **d.**– Ez
  e.– Ez dira korrelagabeak. Ez dira independenteak.

- 7.- **a.**– $P(0,1) = 1/12$, $P(0,2) = 1/2$, $P(1,1) = 1/6$, $P(1,2) = 1/4$
  b.– $C_{XX} = 35/144$ $C_{XY} = -3/48$ $C_{YY} = 3/16$
  d.– $P(0) = 7/12$, $P(0.5) = 1/4$, $P(1) = 1/6$

11.GAIA: Banaketen funtzio karakteristikoak

- 1.- **a.**– $P_Z(1) = 0.5$ $P_Z(0) = 0.5$ **b.**– $\psi_Z(u) = \frac{1}{2}(1 + e^{iu})$
  d.– $E[Z] = \frac{1}{2}$ $\sigma_Z^2 = \frac{1}{4}$

- 2.- **a.**– $a = 1$; $b = 2i$; $c = -\frac{13}{2}$ **b.**– $\psi_{3X}(u) = 1 + 6iu - \frac{117}{2}u^2 + \dots$
  d.– $\psi_{2X+Y}(u) = 1 + 6iu - \frac{81}{2}u^2 + \dots$

- 3.- **a.**– $\psi_1(u) = 1 + 5ui - 12.505u^2 + \dots$
  b.– $\psi_Z(u) = \psi_1(\frac{u}{3})\psi_2(\frac{u}{3})\psi_3(\frac{u}{3}) = 1 + 5iu - \frac{75.01}{6}u^2 + \dots$

- 4.- $\alpha(u) = \frac{ue^{u+1}+1}{(u+1)^2}$ $E[X] = e - 2$ $\sigma_X^2 = 2 + 2e - e^2$

- 5.- **a.**– $\Sigma_{XY} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ **b.**– $\sigma_Z^2 = 44$ **d.**– $\psi_W(u) = 1 - 3u^2 + \dots$

- 6.- **b.**– $\psi_Z(u) = (q + pe^{iu})^3$; $S = \{0, 1, 2, 3\}$
  d.– $P_Z(0) = q^3$; $P_Z(1) = 3p^1q^2$; $P_Z(2) = 3p^2q^1$; $P_Z(3) = p^3$
  e.– $E[Z] = 3p$ $\sigma_Z^2 = 3pq$

- 7.- **a.**– $P_X(1) = \frac{1}{2}$; $P_X(2) = \frac{1}{4}$; $P_X(3) = \frac{1}{8}$; $P_X(4) = \frac{1}{16}$; $P_X(5) = \frac{1}{16}$
  b.– $\psi_X(u) = \frac{1}{2}e^{iu} + \frac{1}{4}e^{2iu} + \frac{1}{8}e^{3iu} + \frac{1}{16}e^{4iu} + \frac{1}{16}e^{5iu}$
  d.– $E[X] = \frac{31}{16}$; $\sigma_X^2 = \frac{367}{256}$ **e.**– $P(T = 4) = \frac{3}{16}$

12.GAIA: Banaketa normal laburtua $\mathbf{N(0, 1)}$ eta normal orokorra $\mathbf{N(m, \sigma^2)}$

- 1.- **a.**– 0.7257 **b.**– 0.3632 **d.**– 0.3821 **e.**– 0.9452
  f.– 0.0160 **f.**– 0.9544 **g.**– 0.0456 **h.**– 0.99947 **i.**– 0.0150
  j.– 0.3426

- 2.- **a.**– 0.94 **b.**– -1.12 **d.**– 2 **e.**– -1.2817 **f.**– 0.5243 **g.**– 0.2533

- 3.- **d.**– $f(y) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{y}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-y}{2}} & y > 0, \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

- 4.- **a.**– $F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0, \text{ bada} \\ 2\Phi(x) - 1 & x > 0, \text{ bada} \end{cases}$ $P(X < 1) = 0.6826$
  d.– $\alpha_{2k} = \frac{(2k)!}{2^k k!}$.

- 5.- **a.**– $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{y-c}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-[\log(y-c)]^2}{2}} & y \geq c, \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

- 6.- **a.**– $P(X \leq 3) = 0.6915$; $P(X > 3) = 0.3085$; $P(1 < X < 3) = 0.3830$
  b.– $\mathbf{k} = 5.92$ **d.**– $\mathbf{k} = -1.92$ **e.**– $(-1.92, 5.92)$
  f.– $(-0.0732, 4.0732)$

- 7.- **a.**– $N(6.000, \sigma = 5400)$ **b.**– 0.4439 **d.**– $N(48.000, \sigma = 5400\sqrt{8})$
  e.– 0.00085

- 8.- **a.**– $N(110, \sigma = \sqrt{41})$ **b.**– 121

- 9.- 0.8137

- 10.- **a.**– $N(7, 172)$ **d.**– $(-18.71, 32.71)$

- 11.- **a.**– 2.28% ; 36.94% ; 0.135% ; 15.39 **b.**– $a = 25.573$; $b = 21.475$
  d.– $(-\infty, 21.475)$; $(21.475, 23.4)$; $(23.4, 24.6)$; $(24.6, 26.525)$; $(26.525, \infty)$

- 12.- **a.**– 0.27 **b.**– 66 minutu gutxi gora-behera.

- 13.- **a.**– $P(X - Y < 0) = 0.1788$ **b.**– $P(X - Y < -800) = 0.005$
  d.– $P(Y + Z - X < 800) = 0.5714$

- 14.- **a.**– 0.0170, 0.9207 **b.**– 0.0009 **d.**– $Z_3 \in N[1200; \sigma^2 = 8.000]$

- 15.- **a.**– $\simeq 0.4247$ **b.**– 0.3821 **d.**– $\simeq 0$

- 16.- **a.**– 0.0228 **b.**– $Y \in N(1.000.000, \sigma^2 = 10^2 25.000^2)$ **d.**– 1/2
  e.– 0.0721

- 17.- **a.**– Belenak=113 eta portalak=1.264 **b.**– 0.1ekoa baino handiagoa
  d.– 0.7257

- 18.- **a.**– 0.4714 **b.**– 0.1587 **d.**– 0.9772

- 19.- **a.**– 0.1788 **b.**– 0.4642 **d.**– $Z \sim N(125, \sigma^2 = 725)$

13.GAIA: Konbergentzia banaketan

- 1.- $P([6.5, 11.5]) = 0.63$ $P([5.5, 12.5]) = 0.79$
- 2.- **a.**– $E[\overline{X}] = \frac{21}{6}$, $\sigma^2_{\overline{X}} = \frac{7}{240}$. **b.**– $\overline{X} \sim N(\frac{21}{6}, \sigma^2 = 0.029)$
- 3.- $P(\text{Mozkin osoa} > 1700) \simeq 0.939$
- 4.- $P(\text{Eskaera} > 560) \simeq 0.7642$
- 5.- $P(\text{Ez galdu}) \simeq 0.00043$
- 7.- **a.**– $E(\epsilon) = 0$ $\text{Var}(\epsilon) = 83333'3$
  b.– $P(\text{Errore metatua 20.000 pta baino gehiagokoa}) \leq 0.02$
  d.– $P(\text{Errore metatua 20.000 pta baino gehiagokoa}) = 0$
- 8.- **a.**– $(21'11, 378'88)$ **b.**– $Z \sim N(6.000, \sigma = 219'1)$
  d.– $P(Z \geq 6.500) = 0.013$ **e.**– $T \sim N(21.000, \sigma = 489'9)$
- 9.- **a.**– 0.5262 **b.**– E(A)=2, E(B)=2.1 **d.**– Bar(A)=1.2, Bar(B)=0.69
  e.– $\simeq 0.0049$
- 10.- **a.**– $e^{(\frac{iu}{\sqrt{n}} - \frac{u^2}{2})}$ **b.**– $e^{\frac{-u^2}{2}}$ **d.**– $N(0, 1)$ banaketa.

$\boxed{\text{ESTATISTIKA I}}$

GALDERA-SORTAK

GALDERA-SORTA 1

- **Hurrengo adierazburua 1etik 4ra doazen galderei dagokie.**

  Dado irregular batek 0.5eko probabilitatea duen aurpegi bat du eta beste aurpegi guztiak probabilitate berdinekoak dira, gelditzen den 0.5eko probabilitatea beraien artean bananduz. Aipaturiko dadoaren jaurtiketa batean lortutako puntuazioa X aldagai aleatorio bat da.

- 1.-$\{X = 3\}$ gertaeraren probabilitatea izango da:

  A) $\frac{1}{6}$
  B) $\frac{1}{3}$
  C) $\frac{1}{12}$
  D) $\frac{5}{6}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 2.-$\{X \geq 3\}$ gertaeraren probabilitatea izango da:

  A) $\frac{2}{3}$
  B) $\frac{1}{3}$
  C) $\frac{1}{2}$
  D) $\frac{3}{4}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 3.-"Emaitza bakoiti bat lortu" gertaeraren probabilitatea izango da:

  A) $\frac{1}{6}$
  B) $\frac{1}{3}$
  C) $\frac{1}{2}$
  D) $\frac{1}{4}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 4.-Aurreko galderetan kontsideratutako bezalako bi dado trukatu baditugu, dado biak jaurtikitzerakoan "3a gutxienez baten lortzeko" probabilitatea izango da:

  A) $\frac{11}{36}$
  B) $\frac{1}{3}$
  C) $\frac{1}{6}$
  D) $\frac{25}{36}$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 5 eta 6. galderei dagokie.

X aldagai aleatorioaren zenbatasun funtzioa hurrengoa izango da:

$$P(x) = k(|x| + 1)^2 \qquad \text{x = -1, 0, 1, bada.}$$

- 5.- k-ren balioa izangoda:

  A) $\frac{1}{9}$
  B) $\frac{1}{3}$
  C) $\frac{2}{9}$
  D) $\frac{5}{9}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 6.-$E[3X^2 - 2X + 4]$ren balioa izango da:

  A) $\frac{20}{3}$
  B) 6
  C) $\frac{8}{3}$
  D) 10
  E) Dena gezurrezkoa.

- 7.-Izan bitez A, B eta C hiru gertaera independente, non $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(C) = \frac{1}{4}$ diren . Orduan $P(A \cup B^C|C)$, izango da:

  A) $\frac{5}{6}$
  B) $\frac{5}{24}$
  C) $\frac{1}{2}$
  D) $\frac{1}{6}$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 8 eta 9. galderei dagokie.

Bi tiratzailek dianan joko dute $\frac{1}{2}$ eta $\frac{2}{3}$eko probabilitateaz hurrenez hurren. Aldi berean egiten dute tiro.

- 8.-Biak asmatzeko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{2}{5}$
  B) $\frac{1}{3}$
  C) $\frac{1}{2}$
  D) $\frac{2}{3}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 9.-Gutxienez batek asmatzeko probabilitatea izango da:

A) $\frac{1}{3}$
B) $\frac{5}{6}$
C) $\frac{1}{6}$
D) $\frac{2}{3}$
E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 10 eta 11. galderei dagokie.

X a.a.-ren dentsitate funtzioa hurrengoa da:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2 & x \in (-1,1) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

Izan bedi $Y = \frac{X^3+1}{2}$.

- 10.- Y a.a.-ren dentsitate funtzioa izango da:

A)$f(y) = \begin{cases} 1 & y \in (0,1) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

B)$f(y) = \begin{cases} \frac{3}{2}(2y-1)^{\frac{-2}{3}} & y \in (0,1) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

C)$f(y) = \begin{cases} \frac{3}{2}(2y-1)^{\frac{-4}{3}} & y \in (0,1) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

D)$f(y) = \begin{cases} (2y-1)^{\frac{-4}{3}} & y \in (0,1) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

E)Dena gezurrezkoa.

- 11.- $P\left(\frac{1}{2} \leq Y < 2\right)$ izango da:

A) $\frac{7}{16}$
B) $\frac{1}{2}$
C) $\frac{7}{8}$
D) $\frac{3}{4}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 12.-Independenteki 6 aldiz jarraian jaurtikitzen dugun 6 aurpegiko dado erregular bat daukagu. i-garren jaurtiketan, dadoaren i aurpegia lortzen bada puntu bat ematen da (adibidez, bigarren jaurtiketan 2 balioa lortzen bada). Gutxienez puntu bat lortzeko probabilitatea izango da:

A) $1-(1-\frac{1}{6})^6$

B) $1-(\frac{1}{6})^6$

C) $(\frac{1}{6})^6$

D) $(1-\frac{1}{6})$

E) Dena gezurrezkoa.

- 13.-Autobus bat geltoki konkretu batera 3 : 00 p.m. eta 3 : 30 p.m. bitartean heltzen dela jakina da. X : autobusaren heltze denborak minututan, $U(0,30)$ banaketa du. Autobusak 3:20 p.m. eta 3:25 p.m. bitartean heltzeko duen probabilitatea izango da:

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{2}{5}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 14.-Gertaera konkretu baten eta bere osagarriaren probabilitateen arteko biderkaketa k balio bat da. k-k hurrengo balioak har ditzake:

A) $k \in [0, \frac{1}{4}]$

B) $k \in [\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$

C) $k = \frac{1}{2}$

D) $k = 3$

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 15etik 18ra doazen galderei dagokie.

Txanpon erregular bat airera jaurtikitzen da hiru aldiz jarraian.

- 15.-Hiru jaurtiketa eginez gutxienez aurpegi bat lortzeko probabilitatea izango da:

A) $\frac{7}{8}$

B) $\frac{1}{8}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{3}{4}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 16.- X: hiru jaurtiketa eginez lortutako aurpegien kopurua, a.a. definitzen badugu, aipaturiko aldagaiaren euskarria izango da:

A) $\{0, 1, 2, 3\}$

B) $\{0, 3\}$

C) $\{0, 1, 2\}$
D) $\{1, 2, 3\}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 17.-Xen zenbatasun funtzioa izango da:

A) $P_X(0) = P_X(3) = \frac{1}{2}$
B) $P_X(0) = \frac{1}{8} = P_X(3),\ P_X(1) = P_X(2) = \frac{3}{8}$
C) $P_X(1) = P_X(2) = \frac{3}{8},\ P_X(3) = \frac{2}{8}$
D) $P_X(0) = P_X(1) = \frac{3}{8},\ P_X(2) = \frac{2}{8}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 18.-Xen funtzio karakteristikoa izango da:

A) $\psi_X(u) = \frac{1}{2}(e^{iu} + e^{2iu} + 1)$
B) $\psi_X(u) = \frac{3}{4}e^{3iu} + \frac{1}{4}$
C) $\psi_X(u) = \frac{3}{8}e^{iu} + \frac{3}{8}e^{2iu} + \frac{2}{8}e^{3iu}$
D) $\psi_X(u) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8}(e^{iu} + e^{2iu}) + \frac{1}{8}e^{3iu}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 19.-Izan bedi X aldagaia non $EX = 2$ eta $Bar(X) = 4$ diren. $Z = 3X - 2$ definitzen badugu, Z aldagaiaren eta 4 balioaren arteko diferentzia 12 baino txikiagoa izateko probabilitatea izango da:

A) $\geq 1 - \frac{1}{4}$
B) $\geq \frac{1}{4}$
C) $\leq 1 - \frac{1}{4}$
D) $\leq \frac{1}{4}$
E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 20 eta 21. galderei dagokie.

Estatistikako batzarre batera 100 pertsona joaten dira, bertan 20k frantsesez hitz egiten dute, 40k ingelesez eta gelditzen direnak bi hizkuntzetan hitz egiten dute.

- 20.- Zoriz aukeratutako pertsona bik elkar ez ulertzeko probabilitatea izango da:

A) $\frac{8}{99}$
B) $\frac{83}{99}$
C) $\frac{19}{316}$
D) $\frac{4}{20}$
E) $\frac{16}{99}$

- 21.- Zoriz aukeratutako pertsona bik ingelesez bakarrik hitz egiteko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{1}{20}$
  B) $\frac{1}{50}$
  C) $\frac{2}{5}$
  D) $\frac{26}{165}$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 22tik 24ra doazen galderei dagokie.

Izan bitez X eta Y, 3 batezbestekoz eta 3 desbidazioz banaketa berdinaz independenteak diren a.a. bi.

- 22.-Xen funtzio karakteristikoa izango da:

  A) $\psi_X(u) = 1 + 3iu - 9u^2 + ...$
  B) $\psi_X(u) = 1 + 3iu + 9u^2 + ...$
  C) $\psi_X(u) = 1 + 3iu - 18u^2 + ...$
  D) $\psi_X(u) = 1 + 3iu + 18u^2 + ...$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 23.- $Z = X + Y$ a.a. berri bat definitzen bada, batezbestekoan zentraturiko Zren gutxienez 0.95eko probabilitatezko tartea, gutxi gora-behera izango da:

  A) (6 ± 56.93)
  B) (6 ± 6.93)
  C) (6 ± 24.95)
  D) (6 ± 32.86)
  E) (6 ± 18.96)

- 24.-X eta Y aldagaien banaketa normala balitz, batezbestekoan zentraturiko Zren 0.95eko probabilitatezko tartea, gutxi gora-behera izango litzateke:

  A) (6 ± 24.95)
  B) (6 ± 317.52)
  C) (6 ± 56.95)
  D) (6 ± 8.31)
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 25etik 29ra doazen galderei dagokie.

Izan bedi (X, Y) aldagai bidimentsionala hurrengo dentsitate funtzioaz:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{4} & x \in (0,2),\ y \in (2,4) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 25.-Egiaztatzen da:

  A) $EX = EY$ dela.
  B) $Bar(X) = Bar(Y)$ dela.
  C) $EX = 2EY$ dela.
  D) $Bar(X) = 2Bar(Y)$ dela.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 26.-X eta Y aldagaiei buruz baiezta dezakegu:

  A) Banaketa berdina dutela.
  B) Independenteak direla.
  C) $\rho_{XY} = 1$ dela.
  D) $\rho_{XY} = -1$ dela.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 27.-$P(X = 1 \cap Y = 3)$ izango da:

  A) 0
  B) $\frac{1}{2}$
  C) $\frac{1}{4}$
  D) 1
  E) Dena gezurrezkoa.

- 28.-$P(X < Y)$ izango da:

  A) 0
  B) $\frac{1}{2}$
  C) $\frac{1}{4}$
  D) 1
  E) $\frac{3}{4}$

- 29.-$P(Y > \frac{X}{2})$ izango da:

  A) 0
  B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{3}{4}$

E) 1

- 30.-Izan bitez X_1, X_2 bi a.a. non $E(X_i) = \mu$, $Bar(X_i) = \sigma^2$, $1 \leq i \leq 2$, $Kob(X_i, X_j) = \rho\sigma^2$, $i \neq j$, diren. $\overline{X} = \frac{X_1+X_2}{2}$ bada. $\overline{X}$en bariantza, izango da:

  A) $\frac{\sigma^2}{2}$

  B) $\frac{\sigma^2}{2}\{\rho^2 - 1\}$

  C) ρ

  D) $\frac{\sigma^2}{2}\{1 + 1\rho\}$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 31tik 33ra doazen galderei dagokie.

Psikologi saiakuntza konkretu batean erreakzio denborak banaketa normala du, $m = 20$ seg batezbestekoz eta $\sigma = 4$ seg desbidazioz.

- 31.-Zein izango da saiakuntza hau aplikatzen zaion pertsona baten erreakzio denbora 15 eta 25 segundo bitartean izateko probabilitatea?

  A) 0.788

  B) 0.211

  C) 0.894

  D) 0.106

  E) 0.534

- 32.-Saiakuntza horretan erabilitako pertsona guztien artean %1a bakarrik, **azkarrenak izateko**, zein izango da erreakzio denbora?

  A) 29.32 seg.

  B) 10.68 seg.

  C) 23.96 seg.

  D) 19.96 seg.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 33.-Saiakuntza horretan erabilitako pertsona guztien artean %5a, **motelenak izateko**, zein izango da erreakzio denbora?

  A) 13.44 seg.

  B) 26.56 seg.

  C) 29.32 seg.

D) 10.68 seg.

E) Dena gezurrezkoa.

- 34.-Izan bedi (X, Y) a.a. bidimentsionala, bere koerlazio koefizientea $\rho_{xy} = -\frac{1}{2}$ da, eta Yren Xekiko erregresio zuzena hurrengoa delarik:

$$Y = -\frac{6}{9}X + c$$

Xen Yrekiko erregresio zuzena hurrengoa izango dela baiezta dezakegu:

A) $X = -\frac{9}{6}Y + d$

B) $X = -\frac{9}{24}Y + d$

C) $X = -\frac{6}{9}Y + d$

D) $X = -\frac{6}{9}\frac{1}{2}Y + d$

E) Dena gezurrezkoa.

- 35.-Funtzio karakteristikoen propietateak erabiliz, hurrengo funtzioetatik funtzio karakteristiko bat zein den adieraz ezazu:

A) $\psi(u) = 2 - u$

B) $\psi(u) = 2 + u$

C) $\psi(u) = 2exp\{iu^2\}$

D) $\psi(u) = exp\{-2(1 - e^{iu})\}$

E) $\psi(u) = \frac{2}{u}$

- 36.-X hurrengo dentsitate funtzioa duen a.a. bat bada:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)} & a < x < b \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

X aldagaiaren k ordenako momentu ez zentratua izango da:

A) $\frac{(b^{k+1} - a^{k+1})}{(k+1)(b-a)}$

B) $\frac{(b^{k+1} + a^{k+1})}{(k+1)(b-a)}$

C) $\frac{[1+(-1)^k](b-a)^k}{2^{k+1}(k+1)}$

D) $(a + b)^k$

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 37tik 39ra doazen galderei dagokie.

Izan bedi X, $N(2, \sigma^2 = 9)$ banaketa duen a.a. bat.

- 37.-Orduan, $P(|X - 2| < 0.9)$ izango da:

  A) 0.236
  B) 0.582
  C) 0.852
  D) 0.326
  E) 0.528

- 38.-$Y = \frac{1}{2}X - 3$ -en funtzio karakteristikoa izangoda:

  A) $\psi_Y(u) = e^{-(iu + \frac{9}{2}u^2)}$
  B) $\psi_Y(u) = e^{iu - \frac{9}{2}u^2}$
  C) $\psi_Y(u) = e^{-(2iu + \frac{9}{8}u^2)}$
  D) $\psi_Y(u) = e^{2iu - \frac{9}{8}u^2}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 39.-Yren banaketa izango da:

  A) $N(-2, \sigma^2 = \frac{9}{4})$
  B) $N(2, \sigma^2 = \frac{9}{4})$
  C) $N(1, \sigma^2 = 9)$
  D) $N(-1, \sigma^2 = 9)$
  E) Dena gezurrezkoa.

GALDERA-SORTA 2

- **Hurrengo adierazburua 1etik 4ra doazen galderei dagokie.**

  Enpresa batean 250 langilek lan egiten dute, eta horietatik 130ek erre egiten dute. Gizonezko 150 langileetatik, **erretzen ez duten** 65 daude. Zoriz langile bat aukeratzen da.

- 1.-Aukeratutako langilea erretzen duen emakume bat izateko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{45}{250}$
  B) $\frac{10}{25}$
  C) $\frac{45}{100}$
  D) $\frac{55}{250}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 2.-Pertsona erretzailea edo gizona izateko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{195}{250}$
  B) $\frac{28}{25}$
  C) $\frac{415}{750}$
  D) $\frac{205}{250}$
  E) $\frac{85}{130}$

- 3.-Aukeratutako pertsona emakumea bada, erretzailea ez izateko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{55}{100}$
  B) $\frac{55}{120}$
  C) $\frac{55}{250}$
  D) $\frac{100}{120}$
  E) $\frac{100}{250}$

- 4.-"Langileen Sexua" eta "Erretzeko ohitura" gertaerak izango dira:

  A) Independenteak.
  B) Bateraezinak.
  C) Osagarriak.
  D) Ezinezkoak.
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 5 eta 6. galderei dagokie.

Ruleta batek, 1etik 36ra, biak barne, probabilitate berdina duten zenbakiak ditu; zenbaki hauek gorritan (bikoitiak) eta beltzatan (bakoitiak) berdinki banatuta daude.

- 5.-12 baino txikiagoa den zenbaki bikoiti bat irteteko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{234}{1.369}$
  B) $\frac{234}{1.296}$
  C) $\frac{5}{36}$
  D) $\frac{12}{36}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 6.-12 baino txikiagoa edo gorria den zenbaki bat irteteko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{19}{36}$
  B) $\frac{826}{1.369}$
  C) $\frac{24}{36}$
  D) $\frac{715}{1.369}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 7.-Hiru opera kantarik, urtean zehar antzerkien kopuru osoa osatzen duten 50 antzerkietatik 35, 20 eta 26tan hurrenez hurren abesten dute. Beraien kontratuak **hiru manager desberdinek** eramaten dutela suposatuz, zein izango da antzerki konkretu batetik hiru kantariak pasatzeko probabilitatea gutxi gora-behera?

  A) 0.473
  B) 0.145
  C) 0.091
  D) 0.231
  E) 0.352

- 8.-A eta B bi gertaera independente direla suposa ezazu, non $P(A) = \frac{2}{3}$ eta $P(B) > 0$ diren. Zein izango da $P(A \cup B^c|B)$-ren balioa?

  A) $\frac{2}{3}$
  B) $\frac{1}{3}$
  C) $\frac{1}{2}$
  D) $\frac{1}{6}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 9.-(X,Y) a.a.-ren dentsitate funtzio bateratua hurrengoa da:

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{3}{2} & 0\le x\le 1,\ x^2\le y\le 1 \text{ bada}\\ 0 & \text{beste kasuetan}\end{cases}$$

orduan $P(\frac{1}{2}\le X\le 1;\frac{1}{4}\le Y\le 1)$ izango da:

A) $\frac{3}{16}$
B) $\frac{1}{8}$
C) $\frac{5}{8}$
D) $\frac{5}{16}$
E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 10etik 12ra doazen galderei dagokie.

(X,Y) bi aldagai aleatorio independentek hurrengo dentsitate funtzioak dituzte hurrenez hurren:

$$f(x)=\begin{cases}2e^{-2x} & x>0 \text{ bada}\\ 0 & \text{beste kasuetan}\end{cases}$$

$$g(y)=\begin{cases}ce^{-3y} & y>0 \text{ bada}\\ 0 & \text{beste kasuetan}\end{cases}$$

- 10.-c konstantearen balioa izango da:

A) 3
B) 1
C) Ezin da kalkulatu.
D) 9
E) Dena gezurrezkoa.

- 11.-$P(X+Y\ge 0)$ probabilitatearen balioa izango da:

A) 0
B) $\frac{3}{10}$
C) $9e^{-2}-14e^{-3}$
D) e^2-1
E) 1

- 12.-$P(Y\ge 1)$ probabilitatearen balioa izango da:

A) e^{-3}
B) $2e^{-1}+3e^{-2}$

C) $\frac{2}{5}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 13.-Demagun R-n definitutako probabilitate banaketa **jarrai** bat eta izan bitez a, b, c, hiru zenbaki erreal non $a < b < c$ den. Hurrengo adierazpenetatik (b, c) tartearen probabilitatea adierazten duena aukera ezazu:

A) $1 - F(b) + Pr[c, +\infty)$

B) $F(c) - F(a) - Pr(a, b)$

C) $1 - F(a) + Pr(a, b)$

D) $F(c) - F(a) + Pr(a, b)$

E) $F(b) - F(c)$

Hurrengo adierazburua 14tik 16ra doazen galderei dagokie.

Izan bedi (X, Y) a.a. hurrengo zenbatasun funtzioaz:

$$P(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{9}(y + 1 - x) & x = 0, 1, 2,\ y = 1, 2 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 14.-$P(Y = 1)$ probabilitatearen balioa izango da:

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{2}{39}$

D) $\frac{6}{13}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 15.-$(1, 1)$ puntuan banaketa funtzio bateratuaren balioa izango da:

A) $\frac{8}{9}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{3}{13}$

D) $\frac{1}{13}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 16.-$X = 1$ bada, $Y = 1$ izateko probabilitatea izango da:

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{3}{13}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{8}{12}$

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 17tik 18ra doazen galderei dagokie.

Izan bedi X, $[0,2]$ eta $[3,5]$ tarteetan probabilitate banaketa konstantea duen a.a..

- 17.-$X=1$ -en probabilitatea izango da:

  A) $\frac{1}{2}$
  B) $\frac{1}{3}$
  C) $\frac{1}{4}$
  D) 0
  E) Dena gezurrezkoa.

- 18.-Xen batezbestekoa izango da:

  A) $\frac{1}{2}$
  B) $\frac{22}{3}$
  C) $\frac{3}{2}$
  D) $\frac{5}{2}$
  E) 4

- 19.-Xen bariantza izango da:

  A) $\frac{4}{3}$
  B) $\frac{12}{7}$
  C) $\frac{31}{12}$
  D) $\frac{4}{5}$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 20tik 22ra doazen galderei dagokie.

Izan bedi (X,Y) hurrengo dentsitate funtzio bateratua duen aldagai aleatorio bidimentsionala:

$$f(x,y)=\begin{cases} kxy & x\in(0,2),\ y\in(0,3) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 20.-$P(0\leq X\leq \frac{1}{2}; 3\leq Y\leq 4)$ probabilitatearen balioa izangoda:

  A) k

B) 0

C) 1

D) $\frac{k}{2}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 21.-Yren bazter dentsitate funtzioa izango da:

A)

$$f_Y(y) = \begin{cases} 0 & y < 0 \text{ bada} \\ 2ky & 0 \leq y < 3 \text{ bada} \\ 1 & y \geq 3 \text{ bada} \end{cases}$$

B)

$$f_Y(y) = \begin{cases} 0 & y < 0 \text{ bada} \\ 2ky & 0 \leq y < 3 \text{ bada} \\ 0 & y \geq 3 \text{ bada} \end{cases}$$

C)

$$f_Y(y) = \begin{cases} 0 & x < 0 \text{ bada} \\ \frac{1}{2}kx & 0 \leq x \leq 2 \text{ bada} \\ 0 & x > 2 \text{ bada} \end{cases}$$

D)

$$f_Y(y) = \begin{cases} 0 & y < 0 \text{ bada} \\ \frac{1}{2}kx & 0 \leq y < 3 \text{ bada} \\ 1 & y \geq 3 \text{ bada} \end{cases}$$

E) Dena gezurrezkoa.

- 22.-Yren bazter banaketa funtzioa izango da:

A)

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y < 0 \text{ bada} \\ 1 & 0 \leq y \leq 3 \text{ bada} \end{cases}$$

B)

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y < 0 \text{ bada} \\ \int_0^y 2kydy & 0 \leq y < 3 \text{ bada} \\ 1 & y \geq 3 \text{ bada} \end{cases}$$

C)

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y < 0 \text{ bada} \\ \int_0^2 \int_0^2 kxydxdy & 0 \leq y < 3 \text{ bada} \\ 1 & y \geq 3 \text{ bada} \end{cases}$$

D)

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y < 0 \text{ bada} \\ \int_0^2 \int_0^3 kxydxdy & 0 \leq y < 3 \text{ bada} \\ 1 & y \geq 3 \text{ bada} \end{cases}$$

E) Dena gezurrezkoa.

- 23.-Izan bedi X hurrengo dentsitate funtzioa duen a.a.:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & -1 < x < 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

eta izan bedi $Y = X^2$. Yren batezbestekoa, m_Y, izango da:

A) $\frac{1}{3}$
B) $\frac{1}{4}$
C) $\frac{2}{3}$
D) 0
E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 24tik 26ra doazen galderei dagokie.

Izan bitez X eta Y a.a. bi non $m_X = 6$, $m_Y = -1$, $\sigma_X^2 = 4$, $\sigma_Y^2 = 6$ eta $Kob(X,Y) = -2$ diren.

- 24.-Yren Xekiko erregresio zuzena izango da:

A) $Y = -\frac{1}{2}X + 2$
B) $Y = \frac{1}{2}X + 2$
C) $Y = -\frac{1}{2}X - 2$
D) $Y = \frac{1}{2}X - 2$
E) Dena gezurrezkoa.

- 25.-$U = 2X - Y$ eta $V = X + 3Y$ badira, $Kob(U,V)$-ren balioa izango da:

A) -20
B) -16
C) 20
D) 16
E) Dena gezurrezkoa.

- 26.-U eta Vren bariantzak hurrenez hurren izango dira:

  A) $\sigma_U^2 = 30, \sigma_V^2 = 46$

  B) $\sigma_U^2 = 18, \sigma_V^2 = 46$

  C) $\sigma_U^2 = 30, \sigma_V^2 = 24$

  D) $\sigma_U^2 = 18, \sigma_V^2 = 10$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 27.-X, $m_X = 5$ batezbestekoz eta $\sigma_X^2 = 3$ bariantzaz a.a. bat bada, $Z = (X+1)^2$ transformazioaren batezbestekoa izango da:

  A) 25

  B) 37

  C) 39

  D) 43

  E) Dena gezurrezkoa.

- 28.-$m_X = 2$, $\sigma_X = 2$ eta $Z = \frac{X+1}{3}$ badira, Z aldagaia 0 eta 2 bitartean izateko probabilitatearen kota bat izango da:

  A) $\geq \frac{1}{2}$

  B) $\geq \frac{5}{9}$

  C) $\leq \frac{2}{3}$

  D) $\leq \frac{2}{5}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 29.-Izan bitez X eta Y batezbesteko eta bariantza bukakorrak dituzten a.a. independente bi. Orduan:

  A) Koerlazio koefizientea 0 izango da.

  B) Beraien banaketa bateratua endakatua da.

  C) Koerlazio koefizientea desberdin 0 izango da.

  D) Tipifikatuak daude.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 30.-X, $m_X = 10$ batezbestekoz eta $\sigma_X^2 = \frac{1}{2}$ bariantzaz a.a. bat bada eta Y, $m_Y = 125$ batezbestekoz eta $\sigma_Y^2 = \frac{4}{5}$ bariantzaz a.a. bat bada, X eta Yren arteko kobariantzaren balio absolutua izango da:

  A) $\sqrt{\frac{2}{5}}$ baino txikiagoa edo berdina.

  B) 0.7

  C) 0.8

D) Edozein balio.

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 31 eta 32. galderei dagokie.

X a.a.-k produktu konkretu baten kopurua adierazten du eta Y a.a.-k bere prezioa. X eta Yren batezbestekoak m_X eta m_Y dira. Hurrengoa suposatzen bada:

$$Y = \alpha + UX$$

α konstante positibo bat eta U, m_U batezbestekoz, Xekiko aldagai aleatorio independentea izanik.

- 31.-Yren batezbestekoa, m_Y, izango da:

  A) α

  B) $\alpha + m_U$

  C) m_U

  D) $\alpha + m_U m_X$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 32.-Yren bariantza izango da:

  A) $E(U - m_U)(X - m_X)$

  B) m_X^2

  C) $EU^2EX^2 - m_U^2 m_X^2$

  D) 0

  E) Dena gezurrezkoa.

- 33.-Izan bitez

$$X_k = \begin{cases} 1 & \frac{1}{2} \text{ probabilitateaz;} \\ -1 & \frac{1}{2} \text{ probabilitateaz.} \end{cases} \quad k = 1, ..., n$$

  n aldagai aleatorio independenteak. $Z = \frac{X_1+X_2+...+X_n}{\sqrt{n}}$ aldagai aleatorioaren funtzio karakteristikoa izango da:

  A) $[\frac{1}{2}e^{iu/\sqrt{n}} + \frac{1}{2}e^{-iu/\sqrt{n}}]^n$

  B) Ez dago definituta.

  C) $[\frac{1}{2}e^{iu/\sqrt{n}} - \frac{1}{2}e^{-iu/\sqrt{n}}]^n$

  D) $[\frac{1}{2}e^{iu/\sqrt{n}}]^n$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 34 eta 35. galderei dagokie.

X eta Y, $N(0,1)$ banaketa duten a.a. independenteak badira, orduan

- 34.-$Z = X + Y$ aldagaiaren funtzio karakteristikoa izango da:

  A) $\psi_Z(u) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}u^2}$
  B) $\psi_Z(u) = e^{-\frac{1}{2}u^2}$
  C) $\psi_Z(u) = e^{-u^2}$
  D) $\psi_Z(u) = \frac{1}{2}e^{u^2}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 35.-Z aldagaiaren probabilitate banaketa izango da:

  A) $N(0, \sigma_Z^2 = 1)$
  B) $N(2, \sigma_Z^2 = 1)$
  C) $N(0, \sigma_Z^2 = 2)$
  D) $N(1, \sigma_Z^2 = 1)$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 36 eta 37. galderei dagokie.
Izan bedi X, 2 batezbestekoz eta 9 bariantzaz banaketa normala duen a.a.

- 36.-Batezbestekoan zentraturiko 0.95eko probabilitatezko tartea izango da:

  A) $(-3.88, 7.88)$
  B) $(-2.92, 6.92)$
  C) $(-15.64, 19.54)$
  D) $(0, 7.88)$
  E) $(0, 6.92)$

- 37.-$P(X > k)$ 0.8 izateko zein izango da k-ren balioa gutxi gora-behera?

  A) -2.52
  B) 4.52
  C) -0.52
  D) 5.84
  E) 2.84

- 38.-Izan bitez X_1 eta X_2, $N(m, \sigma^2)$ banaketa berdina duten a.a. independente bi.
  $Z = X_1 + X_2$ eta $W = 2X_1$ definitzen baditugu:

  A) Zk Wk baino bariantza handiagoa du.

B) Wk Zk baino bariantza handiagoa du.

C) Z eta Wren banaketak bat datoz.

D) Z ez da normala.

E) W ez da normala.

- 39.-Izan bitez X eta Y hurrengo banaketak dituzten a.a. independente bi:

$$X \in N(1, \sigma^2 = 9) \quad Y \in N(2, \sigma^2 = 8)$$

$X - 2Y$ren funtzio karakteristikoa izango da:

A) $e^{-iu-\frac{41}{2}u^2}$

B) $e^{-3iu-\frac{23}{2}u^2}$

C) $e^{-3iu-\frac{25}{2}u^2}$

D) $e^{-iu-\frac{17}{2}u^2}$

E) $e^{-3iu-\frac{41}{2}u^2}$

GALDERA-SORTA 3

- 1.-Izan bedi $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dado bat botatzerakoan lortutako puntuazio posibleak biltzen dituen multzoa. Zeinek ez dauka hurrengo multzoetatik, Boolen σ-algebraren egitura ?

  A) $\mathcal{A} = \{\Omega, \emptyset, \{bikoitiak\}, \{bakoitiak\}\}$
  B) $\mathcal{A} = \{\Omega, \emptyset\}$
  C) $\mathcal{A} = \{\Omega, \emptyset, \{2 - ren\ anizkoitzak\}, \{3 - ren\ anizkoitzak\}\}$
  D) $\mathcal{A} = P(\Omega)$
  E) $\mathcal{A} = \{\Omega, \emptyset, \{1\}, \{2, 3, 4, 5, 6\}\}$

- 2.-Izan bitez A eta B bi gertaera estokastiko bateraezinak, eta C beste hirugarren gertaera bat. Orduan:

  A) $P(C \cap (A \cup B)) = P(C \cap A) + P(C \cap B)$
  B) $P(C \cap (A \cup B)) = P(C \cup A) + P(C \cup B)$
  C) $P(C \cap (A \cup B)) = P(C).P(A \cup B)$
  D) $P(C \cap (A \cup B)) = P(C \cap A).P(C \cap B)$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 3, 4 eta 5. galderei dagokie.

Erregular eta berdinak diren dado bi airera botatzen dira.

- 3.-Emaitza bat bikoitia eta bestea bakoitia izateko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{1}{2}$
  B) $\frac{1}{4}$
  C) 1
  D) 0
  E) Dena gezurrezkoa.

- 4.-Lortutako emaitzen batura, 6 izateko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{5}{36}$
  B) $\frac{1}{36}$
  C) $\frac{1}{6}$
  D) 0
  E) Dena gezurrezkoa.

- 5.-Zein da dado bietatik batean edo bietan 2 edo 5 zenbakia ateratzeko probabilitatea?

  A) $\frac{2}{3}$
  B) $\frac{1}{2}$
  C) $\frac{1}{4}$
  D) $\frac{1}{3}$
  E) $\frac{20}{36}$

Hurrengo adierazburua 6, 7 eta 8. galderei dagokie.

Izan bedi X $(-3,3)$ tartean banaketa uniformea duen a.a.. X a.a.-tik abiatuz $Z = |X - 2|$ a.a. berri bat definitzen dugu.

- 6.- Z aldagaiarentzat, balioen euskarria izango da:

  A) $(0,1)$
  B) $(-5,5)$
  C) $(0,5)$
  D) $(1,5)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 7.- Z a.a.-ren, $(z = 2)$ balioan, banaketa funtzioa izango da:

  A) $F_Z(2) = F_X(3) - F_X(0)$
  B) $F_Z(2) = F_X(2)$
  C) $F_Z(2) = F_X(2) - F_X(0)$
  D) $F_Z(2) = F_X(2) - F_X(-2)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 8.- Zren batezbestekoak adierazpen bezala izango du:

  A) $\int_{-3}^{2}(2-x)\frac{1}{6}dx + \int_{2}^{3}(x-2)\frac{1}{6}dx$
  B) $\int_{-3}^{0}(2-x)\frac{1}{6}dx + \int_{0}^{3}(x-2)\frac{1}{6}dx$
  C) $\int_{-\infty}^{0}(2-x)\frac{1}{6}dx + \int_{0}^{+\infty}(x-2)\frac{1}{6}dx$
  D) $\int_{-3}^{3}(x-2)\frac{1}{6}dx$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 9.-Izan bedi $X \in U(0,5)$. $Z = X^2$ aldagaiaren dentsitate funtzioa izango da:

  A) $f_Z(z) = f_X(\sqrt{z})$
  B) $f_Z(z) = f_X(\sqrt{z})\frac{1}{2\sqrt{z}}$

C) $f_Z(z) = f_X(\sqrt{z})\frac{1}{\sqrt{z}}$

D) $f_Z(z) = -f_X(\sqrt{z})\frac{1}{2\sqrt{z}}$

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 10 eta 11. galderei dagokie.

Izan bedi $(X,Y)^T$ aldagai bikoitza hurrengo momentuekin:

$$\alpha_{10} = 1, \alpha_{20} = 9, \alpha_{11} = 5, \alpha_{01} = 1, \alpha_{02} = 3$$

- 10.-Bariantzen eta kobariantzen matrizea izango da:

A) $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} \sqrt{8} & 4 \\ 4 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$

E)Dena gezurrezkoa.

- 11.- X eta Y aldagaiei buruz baiezta daiteke:

A) Independenteak dira.

B) (X,Y) puntuak zuzen baten gainean daude.

C) Korrelagabeak dira.

D) Dena gezurrezkoa.

E) Banaketa berdina dute.

Hurrengo adierazburua 12 eta 13. galderei dagokie.

Izan bitez X eta Y a.a.-k, hurrengo zenbatasun funtzio elkartuaz:

$Y \backslash X$	0	1
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

- 12.-Aldagaiak izango dira:

  A) Independenteak.

  B) Korrelagabeak.

  C) Korrelagabeak baina ez independenteak.

  D) Ez independenteak ez eta korrelagabeak ere.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 13.- $Z = X + Y$ aldagai aleatorioaren funtzio karakteristikoa, kasu honetan hurrengoa eginez lortuko da:

  A) $\psi_Z(u) = \psi_X(u)\psi_Y(u)$

  B) $\psi_Z(u) = \psi_X(u) + \psi_Y(u)$

  C) $\psi_Z(u) = \psi_{XY}(u)$

  D) $\psi_Z(u) = e^{iuX}\psi_Y(u)$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 14, 15 eta 16. galderei dagokie.

Informatika denda batean, batez ere artikulu bi saltzen dira . Alde batetik, ekipo informatikoak, non hauen eguneroko salmentak milioika pezetatan X a.a.-z adierazita dauden , hurrengo dentsitate funtzioa dutelarik.:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{si } 0 \leq x \leq 2; \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

Beste aldetik, aipaturiko ekipoentzat aplikazio-paketeak, non hauen eguneroko salmentak milioika pezetatan, Y a.a.-z adierazia dauden, hurrengo dentsitate funtzioa dutelarik:

$$f(y) = \begin{cases} 2(1 - \frac{y}{4}) & \text{si } 2 \leq y \leq 4; \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

Artikulu bien eguneroko salmentak independenteak kontsideratzen dira.

- 14.- Z aldagaiak dendan egunero saldutako artikuluen kopuru osoa adierazten badu, Zren batezbestekoa izango da:

  A) 2

  B) 6

  C) 1

  D) 0

  E) Dena gezurrezkoa.

- 15.-Egun konkretu batean, kategoria bakoitzetik milioi bat gutxienez sal dadin, probabilitatea izango da:

  A) $\int_1^2 \frac{x}{2}dx + \int_1^4 2(1-\frac{y}{4})dy$
  B) $\int_1^2 \frac{x}{2}dx$
  C) $\int_2^4 2(1-\frac{y}{4})dy$
  D) $\int_1^2 \frac{x}{2}dx + \int_2^4 2(1-\frac{y}{4})dy$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 16.-Egun konkretu batean bi milioi pakete eta bi milioi ekipo saltzeko, probabilitatea, gutxi gora-behera, izango da:

  A) $\frac{1}{4}$
  B) $\frac{16}{81}$
  C) 1
  D) 0
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 17, 18, 19 eta 20. galderei dagokie.

Indibiduo batek, aldi berean, 3 karta zoriz aukeratzen ditu, 40 karta dituen sorta batetik.

- 17.-Ateratako 3 kartak batekoak izan daitezen, probabilitatea izango da:

  A) $(\frac{1}{4})^3$
  B) $(\frac{4}{4})(\frac{3}{4})(\frac{2}{4})$
  C) $(\frac{1}{10})^3$
  D) $(\frac{4}{40})(\frac{3}{39})(\frac{2}{38})$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 18.-Ateraldia berrezarpenaz izan balitz, 3 bateko 3 ateralditan ateratzeko probabilitatea izango litzateke:

  A) $(\frac{1}{4})^3$
  B) $(\frac{4}{4})(\frac{3}{4})(\frac{2}{4})$
  C) $(\frac{1}{10})^3$
  D) $(\frac{4}{40})(\frac{3}{39})(\frac{2}{38})$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 19.-Izan bedi X, 1 balioa ematen zaion a.a. 3 bateko lortzen badira 3 karta berrezarpenaz ateratzean, eta 0 balioa ematen zaio beste kasuetan. X aldagai aleatorioaren funtzio karakteristikoa izango da:

A) $1-(\frac{1}{10})^3+(\frac{1}{10})^3e^{iu}$
B) $1+(\frac{1}{4})^3e^{iu}$
C) $1+(\frac{1}{10})^3e^{iu}$
D) $1-(\frac{1}{4})^3+(\frac{1}{4})^3e^{iu}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 20.- e^x funtzioaren seriezko garapena erabiliz, ($e^x = 1+x+\frac{x^2}{2}+\cdots$), hurrengoa lor daiteke:

A) $\alpha_2 = (\frac{1}{10})^3(1-(\frac{1}{10})^3)$
B) $\alpha_2 = 1-(\frac{1}{10})^3$
C) $BarX = (\frac{1}{10})^3(1-(\frac{1}{10})^3)$
D) $BarX = (\frac{1}{10})^3$
E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 21etik 25era doazen galderei dagokie.
Izan bedi X, $N(0,1)$ banaketa duen a.a..

- 21.- Bere bikoiti ordenako momentu ez zentratuen espresio orokorra izango da:

A) $\alpha_{2k} = \frac{(2k)!}{2^k k!}$
B) $\alpha_{2k} = 0$
C) $\alpha_{2k} = \frac{k!}{2^k(2k)!}$
D) $\alpha_{2k} = 1$
E) Dena gezurrezkoa.

- 22.- $Y = 3X+2$ aldagaia definitzen da X aldagaiatik abiatuz. Orduan Y aldagaiak izango du:

A) $m_Y = 2$ eta $\sigma_Y^2 = 9$
B) $m_Y = 2$ eta $\sigma_Y^2 = 3$
C) $m_Y = 6$ eta $\sigma_Y^2 = 9$
D) $m_Y = 2$ eta $\sigma_Y^2 = 12$
E) Dena gezurrezkoa.

- 23.- $P(|Y-2|) < 3.9)$-ren balioa , gutxi gora-behera izango da:

A) 0.8
B) 0.2
C) 0.6
D) 0.5
E) 1

- 24.- Xen banaketa ezezaguna izango balitz, $P(|Y-2|) < 3.9)$ balioaren behe bornea, gutxi gora-behera izango litzateke.:

  A) 0.59
  B) 0.41
  C) 0.35
  D) 0.61
  E) 0.21

- 25.- k-ren edozein baliorentzako, egiaztatzen da:

  A) $P(X < k) = 1 - P(X > -k)$
  B) $P(X < k) = P(X < -k)$
  C) $P(X < k) = P(X > -k)$
  D) $P(X > k) = 1 - P(X < -k)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 26.-Izan bedi X, hurrengo funtzio karakteristikoa duen a.a.:

$$\psi_X(u) = 1 - u^2 + o(u^2)$$

  Orduan, baiezta daiteke aipaturiko aldagaiak:

  A) Batezbestekoz 1 balioa du.
  B) $X = 1$ balioan endakatua da.
  C) $p = \frac{1}{2}$ duen bitar banaketa du.
  D) Batezbestekoa berdin 0 eta bariantza berdin 2 dira.
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 27tik 30era doazen galderei dagokie.

Izan bedi (X, Y) a.a. non bere dentsitate funtzioa:

$$f(x,y) = \begin{cases} ky & 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1 - x \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 27.-k-ren balioa izango da:

  A) 6
  B) 1
  C) $\frac{1}{6}$
  D) $\frac{1}{3}$
  E) 3

- 28.- X aldagaiarentzat bazter dentsitate funtzioa izango da:

A) $f(x) = \begin{cases} 3(1-x)^2 & 0 \leq x \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

B) $f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

C) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & 0 \leq x \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

D) $f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 29.- Y aldagaiaren bazter dentsitate funtzioa izango da:

A) $f(y) = \begin{cases} 3(1-y)^2 & 0 \leq y \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

B) $f(y) = \begin{cases} 6y(1-y) & 0 \leq y \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

C) $f(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}y & 0 \leq y \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

D) $f(y) = \begin{cases} 1 & 0 \leq y \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 30.-Aurreko galderetatik ondorioztatzen da:

A) X eta Y a.a. independenteak dira.

B) Xek, $(0,1)$ tartean banaketa uniformea du.

C) X eta Yk banaketa berdina dute.

D) Yk, $(0,1)$ tartean banaketa uniformea du.

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 31 eta 32. galderei dagokie.

Garagardo marka konkretu baten garagardo botilatxoen edukinak, zentimetro kubikotan, $N(250, \sigma^2 = 25)$ banaketa jarraitzen du. Bere edukina 235 zentimetro kubikoetakoa baino txikiagoa bada botilatxoa salmentarako ez dela egokia kontsideratzen da. Garagardo kaxa batek 12 botilatxo ditu.

- 31.-Botilatxo bat salmentarako egokia izateko, probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

A) 0.998

B) 0.001

C) 0.725

D) 0.274

E) 0.555

- 32.-Kaxa batean salmentarako egokia ez den botilatxo bat gutxienez aurkitzeko probabilitatea izango da:

A) $(0.001)^{12}$

B) $(0.998)^{12}$

C) $1-(0.998)^{12}$

D) 0.274^{12}

E) $(0.555)^{12}$

Hurrengo adierazburua 33 eta 34. galderei dagokie.

Izan bedi X, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ duen a.a..

- 33.-Aipaturiko aldagaiaren bariantza izango da:

A) 1

B) 2

C) 0

D) $\frac{1}{2}$

E) $\frac{1}{4}$

- 34.- $X = 1$ izateko probabilitatea izango da:

A) 1

B) 0

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{4}$

E) $\frac{1}{3}$

Hurrengo adierazburua 35 eta 36. galderei dagokie.

Izan bedi X, $N(2, \sigma^2 = 4)$ banaketa duen a.a..

- 35.- Zein probabilitatez hartuko ditu X aldagaiak 3 baino balio handiagoak?

A) 0.6915

B) 0.5987

C) 0.4013

D) 0.3085

E) 0.0001

- 36.- X aldagaia $(1.80, 2.20)$ tartearen barnean egoteko probabilitatea izango da:

  A) 0.0796

  B) 0.750

  C) 1

  D) 0.0478

  E) 0.5497

- 37.-Izan bedi $X \in N(m, \sigma^2)$. Jakina da $Pr(X > 0) = 0.5$ eta $Pr(X < 2) = 0.8413$. Orduan m eta σ^2 balioak hurrenez hurren izango dira:

  A) 0 eta 2

  B) 0.5 eta 2

  C) 0 eta 4

  D) 0.5 eta 4

  E) Dena gezurrezkoa.

- 38.-Izan bedi $\psi_X(u) = 1 + 2iu - \frac{29}{2}u^2 + o(u^2)$, X aldagai baten funtzio karakteristikoaren seriezko garapena. Orduan, X a.a.-ri buruz honako hau baiezta daiteke:

  A) Batezbestekoz 2 eta bariantzaz 25 ditu.

  B) Batezbestekoz 2 eta bariantzaz 29 ditu.

  C) $N(2, \sigma^2 = 25)$ banaketa jarraitzen du.

  D) $N(2, \sigma^2 = 29)$ banaketa jarraitzen du.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 39.-Aldagai baten funtzio karakteristikoa hurrengoa bada:

$$\psi_X(u) = e^{2iu - \frac{25}{2}u^2}$$

  Orduan , baiezta daiteke:

  A) $X \in N(2, \sigma^2 = 25)$

  B) $X \in N(1, \sigma^2 = 25)$

  C) X aldagaiak banaketa uniformea du.

  D) Xen batezbestekoa berdin 2 eta bariantza berdin $\frac{25}{2}$ dira.

  E) Dena gezurrezkoa.

GALDERA-SORTA 4

- 1.-Saiakuntza bat egiten dugu non A_1, A_2 edo A_3 gertaeretatik bakarrik bat gertatu ahal den. $P(A_1) = 2P(A_2) = 3P(A_3)$ dela badakigu, orduan $P(A_2)$ izango da:

  A) $\frac{6}{11}$
  B) $\frac{5}{11}$
  C) $\frac{3}{11}$
  D) $\frac{2}{11}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 2.-Izan bitez A eta B bi gertaera non $P(A) = P(B) = \frac{1}{3}$ eta $P(A \cap B) = \frac{1}{10}$ diren. Orduan $P(A^c \cap B^c)$ izango da:

  A) $\frac{13}{30}$
  B) $\frac{4}{9}$
  C) $\frac{2}{3}$
  D) $\frac{17}{30}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 3.-Kutxa bi ditugu. I. kutxak 5 bola gorri eta 3 zuri ditu, aldiz II. kutxak 3 bola gorri eta 7 zuri. Zoriz kutxa bat aukeratzen da eta bola bat ateratzen da. Ateratako bola zuria bada, zein izango da II. kutxatik atera izanaren probabilitatea:

  A) $\frac{43}{80}$
  B) $\frac{15}{43}$
  C) $\frac{37}{80}$
  D) $\frac{28}{43}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 4.- X aldagai aleatorio bat bada hurrengo zenbatasun funtzioaz $P(x) = k\,\frac{(x+1)}{2}$, $x = -1, 0, 1$. Orduan k-ren balioa izango da:

  A) $\frac{2}{3}$
  B) $\frac{3}{2}$
  C) 2
  D) $\frac{1}{2}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 5.- X aldagai aleatorioaren banaketa funtzioa hurrengoa bada:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 10 \text{ bada} \\ \frac{1}{4} & 10 \leq x < 15 \text{ bada} \\ \frac{3}{4} & 15 \leq x < 20 \text{ bada} \\ 1 & x \geq 20 \text{ bada} \end{cases}$$

Orduan Xen batezbestekoa izango da:

A) 10

B) 15

C) 17.50

D) 20

E) Dena gezurrezkoa.

- 6.-Kutxa batek 20 txartel berdin ditu, 17 "EZ DAGO SARIA "-rekin markaturik eta 3 "SARIA"-rekin markaturik. Juan eta Vicentek birjarpengabe eta txandaka txartel bat ateratzera jokatzen dute. "SARIA"-rekin markaturik dagoen HIRUGARREN TXARTELA ateratzen duenak jokua irabazten du eta gainera Juan hasten da jokatzen. Ez du axola nork atera dituen "SARIA"-rekin markaturiko lehen bi txartelak. Juanek bere LAUGARREN TXANDAN (hau da, zazpigarren txartela ateratzerakoan) jokua irabazteko probabilitatea izango da:

A) 0.1842

B) 0.0132

C) 0.1500

D) 0.0307

E) 0.3600

- 7.- X aldagai aleatorio baten momentuen funtzio sortzailea $\alpha_X(u) = (1-u)^{-2}, \quad u < 1$ da. Orduan Xen batezbestekoa izango da:

A) 2

B) $\frac{1}{2}$

C) 1

D) 4

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 8, 9 eta 10. galderei dagokie.

Hurrengo saiakuntza egiten da: 2 etxekoandreri arropa leunkaria ohituraz erabiltzen duten galdetzen diegu. Erantzunak baiezkoak edo ezezkoak izan daitezke bakarrik.

- 8.-Saiakuntzaren Ω emaitzen multzoa, izango da:

  A) {(bai,ez), (bai,bai), (ez,bai), (ez,ez)}
  B) {(bai,ez)}
  C) {(bai,ez), (bai,bai), (ez,ez)}
  D) Dena gezurrezkoa.

- 9.-Saiakuntzaren emaitza bakoitzari bi erantzunak berdinak badira 1 zenbakia eta desberdinak badira 0 zenbakia ematen dien $X : \Omega \rightarrow \Re$ aplikazioa $\{\Omega, \mathcal{A}\}$rekiko aldagai aleatorioa izango da, $\mathcal{A}$ hurrengoa bada:

  A) Ez da a.a..
  B) $\mathcal{A} = \{$(bai,bai), (ez,ez), $\emptyset$, $\Omega\}$
  C) $\mathcal{A} = \{$(biak berdinak), (biak berdinak)^c, $\emptyset$, $\Omega\}$
  D) $\mathcal{A} = \{$(bai,bai), (bai,bai)$^c\}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 10.-Etxekoandreen %30ak leunkaria erabiltzen duela jakinik, eta populaziotik zoriz bi aukeratzen badira, bi etxekoandreek leunkaria erabiltzeko probabilitatea izango da:

  A) 0.09
  B) 0.18
  C) 0.073
  D) 0.60
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 11 eta 12. galderei dagokie.

Izan bitez X eta Y aldagai aleatorio independente bi, dentsitate funtzioak hurrenez hurren hurrengoak izanik $f(x) = \frac{1}{2}$, $x \in (0,2)$ eta $f(y) = 2(1-y)$, $y \in (0,1)$.

- 11.- $E(XY)$ izango da:

  A) 0 independenteak direlako.
  B) $E(X)E(Y)$
  C) Kalkulua egiteko ez dugu nahiko informazio.
  D) $BAR(X) + BAR(Y)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 12.-Izan bedi $Z = X^3$ aldagai aleatorioa; bere batezbestekoa izango da:

  A) 1
  B) $(EX)^3$
  C) 2
  D) 4
  E) Dena gezurrezkoa.

- 13.-Izan bedi Z, independenteak eta bakoitzak $N(2, \sigma^2 = \frac{1}{3})$ banaketa duen 3 aldagai aleatorioren batura. Z aldagai aleatorioa 4 eta 8 artean egoteko probabilitatea izango da:

  A) 0.9544
  B) 1
  C) ≤ 0.25
  D) $\frac{1}{2}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 14.-Pertsona batek telefono zenbaki bat markatzerakoan azken hiru zenbakiak ahaztu egiten ditu, zenbaki hauek desberdinak direla bakarrik gogoratuz; zenbaki zuzena markatzeko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{1}{720}$
  B) $\frac{121}{360}$
  C) $\frac{1}{1.000}$
  D) $\frac{239}{360}$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 15 eta 16. galderei dagokie.

Okindegi batek egunero saldutako ogi kopurua (milaka kilotan), hurrengo dentsitate funtzioa duen X aldagai aleatorioa da:

$$f(x) = \begin{cases} cx & 0 \leq x < 3 \text{ bada} \\ c\,(6 - x) & 3 \leq x < 6 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 15.-$f(x)$ dentsitate funtzio bat izan dadin c kostantearen balioa izango da:

  A) $\frac{1}{9}$
  B) $\frac{1}{36}$
  C) 36
  D) Dena gezurrezkoa.
  E) 9

- 16.-Egun batean saldutako ogi kiloen kopurua 1.500 eta 4.500 kiloen artean egoteko probabilitatea izango da:

  A) Dena gezurrezkoa.

  B) $\frac{3}{16}$

  C) $\frac{3}{4}$

  D) $\frac{1}{4}$

  E) $\frac{1}{2}$

Hurrengo adierazburua 17 eta 18. galderei dagokie.

Izan bitez X eta Y hurrengo zenbatasun funtzio bateratua duten a.a. -ak:

$X \backslash Y$	0	2
1	0.40	0.10
2	0.20	0.30

- 17.- $Y = 2$ balioaz baldintzatutako Xen zenbatasun funtzioa izangó da:

  A) $P(x|y=2) = \begin{cases} 0.75 & x = 1 \text{ bada} \\ 0.25 & x = 2 \text{ bada} \end{cases}$

  B) $P(x|y=2) = \begin{cases} 0.25 & x = 1 \text{ bada} \\ 0.75 & x = 2 \text{ bada} \end{cases}$

  C) $P(x|y=2) = \begin{cases} 0.50 & x = 1 \text{ bada} \\ 0.50 & x = 2 \text{ bada} \end{cases}$

  D) $P(x|y=2) = \begin{cases} 0.70 & x = 1 \text{ bada} \\ 0.30 & x = 2 \text{ bada} \end{cases}$

  E) $P(x|y=2) = \begin{cases} 0.40 & x = 1 \text{ bada} \\ 0.60 & x = 2 \text{ bada} \end{cases}$

- 18.-Hurrengo baieztapenetatik zein izango da zuzena?

  A) X eta Y independenteak dira.

  B) X eta Y koerlatuak dira.

  C) X eta Y korrelagabeak dira.

  D) (X, Y) a.a.-ak banaketa singularra du.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 19.-Demagun X a.a., m batezbestekoa eta σ^2 bariantza ezagutuz. X eta bere batezbestekoaren artean dagoen distantzia hiru bider desbidazio tipikoa baino txikiagoa izateko probabilitatea izango da:

  A) $\geq \frac{1}{9}$

  B) $\geq \frac{8}{9}$

  C) Dena gezurrezkoa.

  D) $\leq \frac{1}{9}$

  E) Gutxi gora-behera $\frac{1}{3}$.

Hurrengo adierazburua 20 eta 21. galderei dagokie.

Pieza konkretu bat pisatzerakoan egiten den errorea, 0 gramo batezbestekoz eta 20 gramo desbidazio tipikoz banaketa normala duen X a.a. da.

- 20.-Pieza konkretu bat 10 gramo baino handiagoa ez den errore absolutuarekin pisatzeko probabilitatea izango da:

  A) 0.617

  B) 0.4085

  C) 0.6915

  D) 0.383

  E) Dena gezurrezkoa.

- 21.-Pieza pisatzerakoan errorerik ez izateko probabilitatea izango da:

  A) 1

  B) 0.617

  C) 0.383

  D) 0.4085

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 22, 23 eta 24. galderei dagokie.

Enpresa batean, dieta kontzeptu bezala langile bakoitzak egindako gastuen kopurua hilabete batean a.a. bat da non batezbestekoa eta bariantza (milaka pezetatan adierazita) hurrenez hurren 12 eta 48 diren.

- 22.-Hilabete determinatu batean langile batek egindako gastuen kopurua $(3, 21)$ tartean egoteko probabilitatea izango da:

  A) $\geq \frac{16}{27}$

  B) $\geq \frac{11}{27}$

  C) $\leq \frac{16}{27}$

D) $\leq \frac{11}{27}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 23.-Gastuen banaketa $(0, K)$ tartean uniformea dela esaten badigute zein izango da gastuen kopurua $(3, 21)$ tartean egoteko probabilitatea?

A) $\frac{1}{3}$
B) $\frac{2}{3}$
C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{3}{4}$
E) Ezin daiteke kalkulatu.

- 24.-Enpresa batean 100 langile badaude, dieta kontzeptu bezala langile bakoitzaren gastu kopuruak independenteak badira eta azaldutako banaketa jarraitzen badute (hau da, 12 batezbestekoz eta 48 bariantzaz), zein izango da aipaturiko enpresan langileko **batezbesteko gastuaren** banaketa gutxi gora-behera?

A) $N(1200,\ \sigma^2 = 4800)$
B) $N(1200,\ \sigma^2 = 480000)$
C) $N(12,\ \sigma^2 = 48)$
D) $N(12,\ \sigma^2 = 4.8)$
E) $N(12,\ \sigma^2 = 0.48)$

Hurrengo adierazburua 25 eta 26. galderei dagokie.

Izan bitez X eta Y hurrengo zenbatasun funtzio bateratua duten a.a. bi:

$$P(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{8} & (x,y) = (1,1) \text{ bada} \\ \frac{2}{8} & (x,y) = (1,2) \text{ bada} \\ \frac{3}{8} & (x,y) = (2,1) \text{ bada} \\ \frac{2}{8} & (x,y) = (2,2) \text{ bada} \end{cases}$$

- 25.- X eta Y a.a.-en funtzio karakteristikoak hurrenez hurren izango dira:

A) $\psi_X(u) = \frac{3}{8}e^{iu} + \frac{5}{8}e^{2iu}$ eta $\psi_Y(u) = \frac{1}{2}(e^{iu} + e^{2iu})$
B) $\psi_X(u) = \frac{5}{8}e^{iu} + \frac{3}{8}e^{2iu}$ eta $\psi_Y(u) = \frac{1}{2}(e^{iu} + e^{2iu})$
C) $\psi_X(u) = \frac{3}{8}e^{iu} + \frac{5}{8}e^{2iu}$ eta $\psi_Y(u) = \frac{1}{2}e^{3iu}$
D) $\psi_X(u) = \frac{1}{2}(e^{iu} + e^{2iu})$ eta $\psi_Y(u) = \frac{1}{2}(e^{iu} + e^{2iu})$
E) Dena gezurrezkoa.

- 26.-Zein izango da $W = X + Y$ a.a.-ren funtzio karakteristikoa?

A) $\psi_W(u) = \frac{1}{8}e^{2iu} + \frac{5}{8}e^{3iu} + \frac{2}{8}e^{4iu}$

B) $\psi_W(u) = \frac{1}{2}(e^{iu} + e^{2iu})\left(\frac{3}{8}e^{iu} + \frac{5}{8}e^{2iu}\right)$

C) $\psi_W(u) = \frac{1}{3}(e^{2iu} + e^{3iu} + e^{4iu})$

D) $\psi_W(u) = \frac{1}{4}e^{2iu} + \frac{1}{2}e^{3iu} + \frac{1}{4}e^{4iu}$

E) $\psi_W(u) = \frac{2}{8}e^{2iu} + \frac{5}{8}e^{3iu} + \frac{1}{8}e^{4iu}$

Hurrengo adierazburua 27, 28 eta 29. galderei dagokie.

Izan bedi $\psi_X(u) = \left(1 - \frac{iu}{\lambda}\right)^{-1}$ funtzio karakteristikoa duen X a.a.

- 27.-Aldagai aleatorio honen batezbestekoa izango da:

  A) λ
  B) $\frac{1}{\lambda}$
  C) $-\lambda$
  D) $-\frac{1}{\lambda}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 28.-Aldagai aleatorio honen bariantza izango da:

  A) λ^2
  B) $\frac{1}{\lambda^2}$
  C) λ
  D) $\frac{1}{\lambda}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 29.-Elkarrekiko independenteak eta X aldagaiarena bezalako banaketaz 100 a.a. baditugu, $X_1 + \ldots + X_{100} \in \left(\frac{100}{\lambda} \pm \frac{19.6}{\lambda}\right)$ izateko gutxi gora-beherazko probabilitatea izango da:

  A) Ezin dugu jakin.
  B) 0.95
  C) 0.05
  D) 0.975
  E) 0.025

Hurrengo adierazburua 30, 31 eta 32. galderei dagokie.

Argitaletxe bateko argitarapen zuzendariak estatistikako testu berri bat argitaratu behar duen erabakitzen dago. Aurrez argitaratutako estatistikako testuliburuek, %10ak arrakasta handia duela, %20ak nahiko arrakasta, %40ak arrakastarik ez eta %30ak galerak ematen dituela adierazten dute. Erabaki bat hartu aurretik kritikoek liburua aztertzen dute. Aurreko kasuetan arrakasta handia zutenen %90ak, nahiko arrakasta zutenen %70ak, arrakasta ez zutenen %40ak eta galerak zituztenen %20ak aldeko kritikak jaso zituzten.

- 30.-Aldeko kritikak jasotzen dituen testuliburuen portzentaia izango da

  A) %55
  B) %45
  C) %39
  D) %23
  E) Dena gezurrezkoa.

- 31.-Testuak aldeko kritika jasotzen badu, arrakasta handia lortzeko probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.51
  B) 0.20
  C) 0.31
  D) 0.23
  E) Dena gezurrezkoa.

- 32.-Aldeko kritika eta aldi berean nahiko arrakasta izateko probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.23
  B) 0.09
  C) 0.14
  D) 0.51
  E) Dena gezurrezkoa.

- 33.-Izan bitez X eta Y hurrengo dentsitate funtzio bateratua duten a.a.-ak:

$$f(x,y) = \begin{cases} 2 & x \leq y \leq 1,\ 0 \leq x \leq 1, \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

  Orduan $P(Y - X \geq \frac{1}{2})$ izango da:

  A) $\frac{1}{8}$
  B) $\frac{3}{4}$
  C) $\frac{1}{4}$
  D) $\frac{7}{8}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 34.-X a.a. diskretuaren funtzio karakteristikoa $\psi_X(u) = [\frac{2}{3} + \frac{1}{3}e^{iu}]^2$ bada. Orduan $P(X \leq 1)$ izango da:

  A) $\frac{8}{9}$

B) $\frac{5}{9}$

C) $\frac{1}{9}$

D) $\frac{4}{9}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 35.- Hurrengoa betetzen duten X_1, X_2 eta X_3 a.a.-ak badira:

$$E(X_1) = 2 \quad E(X_2) = -1 \quad E(X_3) = 4$$

eta bariantza eta kobariantza matrizea:

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 1 & 6 & 0 \\ -1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

Orduan $Z = 3X_1 - 6X_3$ aldagiaren bariantza izango da:

A) 324

B) 360

C) 288

D) 72

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 36, 37 eta 38. galderei dagokie.

Izan bitez X eta Y aldagai aleatorioak elkarrekiko independenteak, $m_X = 5$ eta $m_Y = 7$ batezbestekoak izanik.

- 36.-Hurrengo matrizeetatik zein izango da bi aldagai hauen bariantza eta kobariantza matrizea?

A) $\begin{pmatrix} -16 & 4 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 4 & -25 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 16 & 4 \\ 4 & 25 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} -16 & 0 \\ 0 & -25 \end{pmatrix}$

- 37.-Aurreko galderan aukeratutako matrizea benetako bariantza eta kobariantza matrizea dela suposatuz, Xekiko Yren erregresio zuzena izango da:

A) $y = 7$

B) $y = 5$

C) $y = \frac{x}{4} + \frac{23}{4}$

D) $y = \frac{x}{4}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 38.-Erregresio zuzen hau eta Yrekiko Xena bat datoz?

A) Bai.

B) Ez.

C) Ez dago datu nahikorik.

- 39.-Izan bedi $\{X_n\}_{n\in\mathcal{N}}$ a.a.-ren segida bat:

$$X_n = \begin{cases} 1 & 1 - \frac{1}{n} \text{ probabilitateaz} \\ \\ 0 & \frac{1}{n} \text{ probabilitateaz} \end{cases}$$

Orduan:

A) $X_n \xrightarrow{p} 1$

B) $X_n \xrightarrow{p} 0$

C) $\{X_n\}_{n\in\mathcal{N}}$ segida dibergentea da.

D) $X_n \xrightarrow{b} X$, non

$$X = \begin{cases} 1 & \frac{1}{2} \text{ probabilitateaz} \\ \\ 0 & \frac{1}{2} \text{ probabilitateaz} \end{cases}$$

E) Dena gezurrezkoa.

GALDERA-SORTA 5

- 1.-Izan bitez A, B eta C, beraien artean independenteak diren hiru gertaera estatistiko, non $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{8}$ eta $P(C) = \frac{1}{4}$ diren. Orduan, $P(A^c \cup B^c \cup C^c)$ izango da:

  A) $\frac{15}{64}$
  B) $\frac{49}{64}$
  C) $\frac{63}{64}$
  D) $\frac{1}{64}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 2.- 2 semealaba dituen familia bat hartu da zoriz. Suposa dezagun, haur bakoitzaren sexua aleatorioki eratzen dela $\frac{1}{2}$ probabilitateaz. Izan bedi X, familiak dituen seme kopurua jasotzen duen aldagai aleatorioa. Familiak bi seme izateko probabilitatea, gutxienez seme bat duela kontutan izanik, izango da:

  A) $\frac{1}{4}$
  B) $\frac{1}{3}$
  C) $\frac{1}{2}$
  D) $\frac{2}{3}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 3.-X aldagai aleatorio batek honako banaketa funtzioa du:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \text{ bada} \\ \frac{x}{2} & 0 \leq x < 1 \text{ bada} \\ x - \frac{1}{2} & 1 \leq x < \frac{3}{2} \text{ bada} \\ 1 & x \geq \frac{3}{2} \text{ bada} \end{cases}$$

  Orduan $P(X \geq \frac{1}{2})$ eta $P(X = 1)$ izango dira , hurrenez hurren:

  A) $\frac{3}{4}$ eta 0
  B) $\frac{1}{4}$ eta 0
  C) $\frac{3}{4}$ eta $\frac{1}{2}$
  D) $\frac{1}{4}$ eta $\frac{1}{2}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 4.-Izan bitez X eta Y, hurrengo dentsitate funtzio bateratua duten bi aldagai aleatorio:

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1 \text{ badira} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

  Orduan $P(\frac{X}{2} < Y < \frac{3}{2}X)$ izango da:

A) $\frac{5}{12}$
B) $\frac{7}{12}$
C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{4}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 5.-Hurrengo funtzio karakteristikoetatik, zein EZ da X aldagai aleatorio bati dagokiona?

A) $\psi(u) = \cos(u^2)$
B) $\psi(u) = \frac{e^{2(e^{iu}-1)}}{e^2}$
C) $\psi(u) = e^{-|u|}$
D) $\psi(u) = \cos^2(u)$
E) $\psi(u) = e^{-\frac{u^2}{2}}$

- 6.-A eta B gertaerak izanik, non $P(A) = 0.70$, $P(B) = 0.50$ eta $P((A \cup B)^c) = 0.10$ diren, orduan $P(B|A)$ izango da:

A) $\frac{3}{7}$
B) $\frac{3}{5}$
C) $\frac{3}{10}$
D) $\frac{9}{10}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 7.-X aldagai aleatorioak hurrengo dentsitate funtzioa izanik:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2 & -1 < x < 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

$Y = \frac{(X^3+1)}{2}$ bada, orduan $P(Y \geq \frac{3}{4})$ izango da:

A) $\frac{37}{128}$
B) $\frac{1}{4}$
C) $\frac{91}{128}$
D) $\frac{3}{4}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 8.-Kutxa batean tamainu berdina duten 20 sagar daude; horietatik 8 golden dira eta beste 12ak reineta. Aleatorioki 2 sagar aukeratzen dira kutxatik birjarpenik gabe. Bat goldena eta bestea reineta aukeratzeko probabilitatea izango da:

A) $\frac{192}{380}$
B) $\frac{188}{380}$

C) $\frac{96}{380}$

D) $\frac{284}{380}$

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 9 eta 10. galderei dagokie.

Izan bitez X eta Y hurrengo dentsitate funtzio bateratua duten aldagai aleatorioak.

$$f(x,y) = \begin{cases} 4xy & 0 < x < 1,\ 0 < y < 1 \text{ badira} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 9.-X aldagai aleatorioaren bazter dentsitate funtzioa $(0,1)$ tartean izango da:

  A) $2x$

  B) $2y$

  C) 1

  D) $\frac{1}{2}$

  E) $2x^2$

- 10.-$E(XY)$ izango da:

  A) $\frac{1}{9}$

  B) 1

  C) $\frac{1}{4}$

  D) $\frac{4}{9}$

  E) 0

Hurrengo adierazburua 11 eta 12. galderei dagokie.

Izan bedi X hurrengo probabilitate banaketa duen aldagai aleatorioa:

$$P(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} & x = -2 \text{ bada} \\ \frac{1}{2} & x = 0 \text{ bada} \\ \frac{1}{3} & x = 4 \text{ bada} \end{cases}$$

- 11.-EX eta EX^2 dira hurrenez hurren:

  A) 1 eta 6

  B) 1 eta 1

  C) 0 eta 6

  D) 0 eta 1

  E) 1 eta 5

- 12.-$E[(2X+1)^2]$ izango da:

  A) 29
  B) 25
  C) 24
  D) 9
  E) 28

- 13.-Izan bedi Z aldagai aleatorioa, $(1,3)$ tartean banaketa uniformea duten 3 aldagai aleatorio independenteren batura. Z aldagai aleatorioa 4 eta 8 artean egoteko probabilitatearen kota izango da:

  A) $\geq \frac{3}{4}$
  B) $\geq \frac{19}{20}$
  C) $\leq \frac{1}{4}$
  D) $\frac{1}{2}$
  E) $\frac{4}{6}$

Hurrengo adierazburua 14 eta 15. galderei dagokie.

3 dado erregular eta berdin jaurtikitzen dira.

- 14.-Horietatik bitan 1 zenbakia eta bestean beste zenbaki desberdin bat ateratzeko probabilitatea izango da:

  A) Dena gezurrezkoa.
  B) $\frac{5}{216}$
  C) $\frac{15}{216}$
  D) $\frac{6}{216}$
  E) $\frac{108}{216}$

- 15.-Bi dadotan zenbaki berdina eta bestean desberdin bat ateratzeko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{90}{216}$
  B) Dena gezurrezkoa.
  C) $\frac{30}{216}$
  D) $\frac{15}{216}$
  E) $\frac{108}{216}$

- 16.-Gasolindegi batean asteko gasolina litro kopurua (milakatan) aleatorioki banatzen da hurrengo dentsitate funtzioarekin:

$$f(x) = \begin{cases} 2\,(1-x) & 0 < x < 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

Suministroek aste bat irauten badute eta gasolindegiko depositua beteta badago, orduan, eskaerari aurre egin ahal ez izateko 0.01eko probabilitateaz, deposituaren gutxi gora-beherazko edukiera izango da:

A) 600 litro
B) 400 litro
C) 900 litro
D) 1.000 litro
E) 500 litro

- 17.-Izan bedi $f_X(x)$, $-\infty < x < \infty$, X aldagai aleatorioaren dentsitate funtzioa. Orduan, $Y = e^{-x}$ aldagai aleatorioaren dentsitate funtzioa izango da:

A) $f_Y(y) = (f_X(-\ln y) + f_X(\ln y))$, $0 < y < \infty$
B) $f_Y(y) = \frac{1}{y}\, f_X(-\ln y)$, $0 < y < \infty$
C) $f_Y(y) = f_X(-\ln y)$, $0 < y < \infty$
D) $f_Y(y) = \frac{1}{y}\, [f_X(-\ln y) + f_X(\ln y)]$, $0 < y < \infty$
E) $f_Y(y) = e^y\, f_X(e^y)$, $-\infty < y < \infty$

Hurrengo adierazburua 18 eta 19. galderei dagokie.

Izan bedi X aldagai aleatorio bat hurrengo dentsitate funtzioarekin:

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & 0 < x < 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 18.-X a.a.-ren batezbestekoa da:

A) Dena gezurrezkoa.
B) 3
C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{5}{3}$
E) 1

- 19.-X a.a.-ren bariantza da:

A) $-\frac{1}{6}$
B) $\frac{1}{18}$

C) Dena gezurrezkoa.

D) $\frac{5}{18}$

E) $\frac{1}{2}$

Hurrengo adierazburua 20, 21 eta 22. galderei dagokie.

Izan bedi X, $N(5, \sigma^2 = 16)$ banaketa duen aldagai aleatorio bat.

- 20.-Orduan, $P[X \notin (5 \pm 4t_\alpha)]$ izango da:

  A) α

  B) $1 - \alpha$

  C) 2α

  D) $1 - 2\alpha$

  E) $1 - \frac{\alpha}{2}$

- 21.-Baldin $Z \in N(0,1)$, eta Z a.a.-rentzako $\alpha_{2k} = \frac{(2k)!}{2^k k!}$ bada, Xen 3 eta 4. ordenako batezbestekoan zentratutako momentuak izango dira:

  A) $\mu_3 = 0, \ \mu_4 = 768$

  B) $\mu_3 = 5, \ \mu_4 = 48$

  C) $\mu_3 = 0, \ \mu_4 = 48$

  D) $\mu_3 = 5, \ \mu_4 = 768$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 22.-$Y = 2X - 1$ a.a.-ren funtzio karakteristikoa izango da:

  A) $\psi_Y(u) = e^{9iu - 64\frac{u^2}{2}}$

  B) $\psi_Y(u) = e^{9iu - 32\frac{u^2}{2}}$

  C) $\psi_Y(u) = 2e^{9iu - 16\frac{u^2}{2}}$

  D) $\psi_Y(u) = e^{5iu - 16\frac{u^2}{2}}$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 23, 24, 25 eta 26. galderei dagokie.

Izan bitez X eta Y hurrengo zenbatasun funtzio bateratua duten bi aldagai aleatorio:

$$P(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{8} & (x,y) = (1,1) \text{ bada} \\ \frac{2}{8} & (x,y) = (1,2) \text{ bada} \\ \frac{3}{8} & (x,y) = (2,1) \text{ bada} \\ \frac{2}{8} & (x,y) = (2,2) \text{ bada} \end{cases}$$

- 23.-Xen bazter zenbatasun funtzioa izango da:

A) $P_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & x = 1 \text{ bada} \\ \frac{1}{2} & x = 2 \text{ bada} \end{cases}$

B) $P_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{8} & x = 1 \text{ bada} \\ \frac{5}{8} & x = 2 \text{ bada} \end{cases}$

C) $P_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & x = 1 \text{ bada} \\ \frac{3}{4} & x = 2 \text{ bada} \end{cases}$

D) $P_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} & x = 1 \text{ bada} \\ \frac{1}{4} & x = 2 \text{ bada} \end{cases}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 24.-$Y = 2$ balioan baldintzatutako Xen bazter zenbatasun funtzioa izango da:

A) $P(x|y = 2) = \begin{cases} \frac{1}{2} & x = 1 \text{ bada} \\ \frac{1}{2} & x = 2 \text{ bada} \end{cases}$

B) $P(x|y = 2) = \begin{cases} \frac{3}{8} & x = 1 \text{ bada} \\ \frac{5}{8} & x = 2 \text{ bada} \end{cases}$

C) Dena gezurrezkoa.

D) $P(x|y = 2) = \begin{cases} \frac{1}{4} & x = 1 \text{ bada} \\ \frac{3}{4} & x = 2 \text{ bada} \end{cases}$

E) $P(x|y = 2) = \begin{cases} \frac{3}{4} & x = 1 \text{ bada} \\ \frac{1}{4} & x = 2 \text{ bada} \end{cases}$

- 25.-X eta Y aldagaiak independenteak dira?

A) Bai.

B) Ez.

C) Ezin daiteke jakin.

D) Dena gezurrezkoa.

- 26.-$W = X + Y$ a.a.-ren zenbatasun funtzioa izango da:

A) $P_W(w) = \begin{cases} \frac{1}{8} & w = 2 \text{ bada} \\ \frac{5}{8} & w = 3 \text{ bada} \\ \frac{2}{8} & w = 4 \text{ bada} \end{cases}$

B) $P_W(w) = \begin{cases} \frac{3}{16} & w = 2 \text{ bada} \\ \frac{8}{16} & w = 2 \text{ bada} \\ \frac{5}{16} & w = 4 \text{ bada} \end{cases}$

C) $P_W(w) = \begin{cases} \frac{1}{3} & w = 2 \text{ bada} \\ \frac{1}{3} & w = 3 \text{ bada} \\ \frac{1}{3} & w = 4 \text{ bada} \end{cases}$

D) $P_W(w) = \begin{cases} \frac{1}{4} & w = 2 \text{ bada} \\ \frac{1}{2} & w = 3 \text{ bada} \\ \frac{1}{4} & w = 4 \text{ bada} \end{cases}$

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 27, 28 eta 29. galderei dagokie.

Izan bitez X eta Y zentratutako edozein aldagai aleatorio bi.

- 27.-Hurrengo matrizeetatik zein izan daiteke aldagai aleatorio hauen bariantza eta kobariantza matrizea?

  A) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

  B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

  C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

  D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

  E) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

- 28.-Aurreko galderaren erantzuna aldagai horien benetako bariantza eta kobariantza matrizea dela suposatuz, Yren Xekiko erregresio zuzena izango da:

  A) $y = 2x$

  B) $y = \frac{1}{2}x$

  C) $y = 4x + 4$

  D) $y = 2x - 2$

  E) Ezin daiteke lortu.

- 29.-Erregresio zuzen hau Xen Yrekiko erregresio zuzenarekin bat dator?

  A) Bai.

  B) Ez.

  C) Ezin daiteke zehaztu.

- 30.-X, $\psi_X(u) = (1 - 2iu)^{-2}$ funtzio karakteristikoa duen aldagai aleatorioa bada, orduan, $Z = \frac{X}{2} + 4$ aldagai aleatorioaren funtzio karakteristikoa izango da:

A) $\psi_Z(u) = e^{4iu}(1-2iu)^{-2}$

B) $\psi_Z(u) = e^{4iu}(1-iu)^{-2}$

C) $\psi_Z(u) = e^{-4iu}(1-2iu)^{-2}$

D) $\psi_Z(u) = e^{-4iu}(1-iu)^{-2}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 31.-Ingeniaritzako klase bateko kalifikazioek batezbesteko 3.50 eta desbidazio tipikoa 2 duen banaketa normala jarraitzen dute. Irakasleek %5 kalifikazio handienen ikasleen taldeari bikaina ematea erabaki dute. Zein kalifikazioei dagokie bikaina, gutxi gora-behera?

A) 6.78 eta handiagoak.

B) 7.42 eta handiagoak.

C) 7.50 eta handiagoak.

D) 9 eta handiagoak.

E) 8 eta handiagoak.

- 32.-X, $f(x) = c\, e^{-(x-2)^2}$, $-\infty < x < \infty$ banaketa normal orokorreko dentsitate funtzioa duen aldagai aleatorioa bada, orduan, c konstantearen balioa izango da:

A) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$

B) $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

C) $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

D) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

E) $\sqrt{\pi}$

- 33.-Izan bitez X eta Y, $\alpha_X(u) = e^{u^2+3u}$ eta $\alpha_Y(u) = e^{u^2+3u}$ momentuen funtzio sortzaileak dituzten bi aldagai aleatorio independente. $Z = 2X - 3Y + 4$ bada, Zren funtzio karakteristikoa izango da:

A) $\alpha_Z(u) = e^{13u^2+10u}$

B) $\alpha_Z(u) = e^{13u^2-3u}$

C) $\alpha_Z(u) = e^{13u^2+u}$

D) $\alpha_Z(u) = e^{13u^2-5u}$

E) $\alpha_Z(u) = e^{-13u^2+u}$

Hurrengo adierazburua 34 eta 35. galderei dagokie.

8 dado ditugu. Horietatik hiru dadok, 6 aldeetan $\{1,1,2,2,3,3\}$ zenbakiak dituzte, bi dadok $\{4,4,5,5,6,6\}$ zenbakiak eta gainontzeko hirurak dado normalak dira, hau da, $\{1,2,3,4,5,6\}$ zenbakiak dituzte beraien aldeetan.

- 34.-Dado bat zoriz aukeratu eta jaurtikitzen bada, zenbaki bikoiti bat lortzeko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{24}{48}$
  B) $\frac{32}{48}$
  C) $\frac{23}{48}$
  D) $\frac{16}{48}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 35.-Zoriz dado bat aukeratzen bada, jaurtiki, eta ondoren besteekin batera jartzen bada, orduan berriro beste dado bat ateratzen da. Bi jaurtiketetan zenbaki bakoitia lortzeko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{625}{2.304}$
  B) $\frac{529}{2.304}$
  C) $\frac{1.150}{2.304}$
  D) $\frac{575}{2.304}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 36.-Izan bedi X, $N(0,1)$ banaketa duen aldagai aleatorio bat. k-ren edozein baliorentzako, zera betetzen da:

  A) $P(X < k) = 1 - P(X > -k)$
  B) $P(X < k) = P(X < -k)$
  C) $P(X < k) = P(X > -k)$
  D) $P(X > k) = 1 - P(X < -k)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 37.-Garagardo marka konkretu bateko botilen edukinak zentimetro kubikotan, $N(250, \sigma^2 = 25)$ banaketa jarraitzen du. Botila baten edukina 235 zentimetro kubiko baino gutxiago bada, salmentarako ez duela balio kontsideratzen da. Garagardo kaxa batek 12 botila ditu; zein da kaxa batean **salmentarako balio ez duen** botila bat gutxienez egoteko probabilitatea?

  A) $(0.001)^{12}$
  B) $(0.998)^{12}$
  C) $1 - (0.998)^{12}$
  D) 0.274^{12}
  E) $(0.555)^{12}$

- 38.-Izan bedi $Y \in N(m, \sigma^2)$. $X_1, \ldots, X_{25}$ Yren banaketa berdina duten aldagai aleatorio independenteak dira. Gainera, $Z = \bar{X}$ bada, orduan $P(Z > -1) = 0.8413$ eta $P(Z < 2) = 0.9772$ dakigu. Orduan, m eta σ^2-k balio dute hurrenez hurren:

A) 0 eta 25

B) -4 eta 225

C) -4 eta 15

D) 4 eta 225

E) Dena gezurrezkoa.

- 39.-Izan bedi $\{X_n\}_{n\in\mathcal{N}}$ txanpon erregular bat jaurtikitzean lortutako emaitzei dagokien aldagai aleatorioen segida bat ; hau da, $X_n = 1$ aurpegia irtetzen bada eta $X_n = 0$ gurutzea irtetzen bada, biak $p = q = \frac{1}{2}$ probabilitatearekin. $\{X_n\}_{n\in\mathcal{N}}$ aldagai aleatorioen segidak:

A) Segidaren terminu bakoitzarekin bat egiten duen banaketa duen aldagai aleatorio batetara banaketan konbergitzen du.

B) $X = \frac{1}{2}$-ra banaketan konbergitzen du.

C) $X = 0$-ra probabilitatean konbergitzen du.

D) $X = 1$-ra probabilitatean konbergitzen du.

E) Dena gezurrezkoa.

GALDERA-SORTA 6

- 1.-Txanpon erregular bat 6 bider jaurtikitzen da. Izan bedi A lehen jaurtiketan aurpegi bat lortzeko gertaera eta B laugarren jaurtiketan aurpegi bat lortzeko gertaera. Gertaera biak izango dira:

  A) Kontrakoak.
  B) Bateraezinak.
  C) Independenteak.
  D) Ezinezkoak.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 2.-Suposa ezazu $P(A) = 0.6$ eta $P(A^C \cap B) = 0.1$. Orduan, $P(A^C \cap B^C)$ izango da:

  A) 0.4
  B) 0.3
  C) 0.7
  D) 0.9
  E) Dena gezurrezkoa.

- 3.-Joku konkretu bat irabazteko probabilitatea $\frac{1}{20}$ekoa da. 20 bider jokatzen bada, independentzia suposatuz, gutxienez baten irabazteko probabilitatea izango da:

  A) $1 - \left(\frac{1}{20}\right)^{20}$
  B) $1 - \left(\frac{19}{20}\right)^{20}$
  C) $\left(\frac{19}{20}\right)^{20}$
  D) $\left(\frac{1}{20}\right)^{20}$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 4 eta 5. galderei dagokie.

Ekonomiako ikasle batek iratzargailu bat du, eta iratzargailu honek 0.7ko probabilitateaz joko du finkatutako orduan. Jotzen badu, garaiz esnatuko da estatistikako klasera heltzeko 0.8ko probabilitateaz. Ez badu jotzen, klasera heltzeko probabilitatea 0.3koa izango da.

- 4.-Egun batean estatistikako klasera heltzeko probabilitatea izango da:

  A) 0.23
  B) 0.75

C) 0.65

D) 0.35

E) Dena gezurrezkoa.

- 5.-Ikaslea estatistikako klasean aurkitzen dugu. Iratzargailuarekin esnatu izanaren probabilitatea izango da:

  A) 0.531

  B) 0.342

  C) 0.861

  D) 0.723

  E) Dena gezurrezkoa.

- 6.-Suposa ezazu ikasgela bateko 26 ikasle aleatorioki talde bitan banatzen direla, 9 estatistikari teorikoak eta 17 estatistikari aplikatuak. 26 ikasleetatik idazkari bat eta ordezkari bat aukeratzen badituzte, zein izango da biak talde teorikokoak izateko probabilitatea?

  A) $\frac{9\cdot 8}{26\cdot 25}$

  B) $\frac{17\cdot 16}{26\cdot 25}$

  C) $\frac{9\cdot 17}{26\cdot 25}$

  D) $1-\frac{17\cdot 16}{26\cdot 25}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- **Hurrengo adierazburua 7tik 9ra doazen galderei dagokie.**

  X a.a.-ren dentsitate funtzioa hurrengoa da:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{8}x & x\in(0,4) \text{ bada}\\ 0 & \text{beste kasuetan}\end{cases}$$

- 7.- $P(X\leq t)=\frac{1}{4}$ bada, t-ren balioa izango da:

  A) 2

  B) 3

  C) 1

  D) $\frac{1}{2}$

  E) $\frac{1}{3}$

- 8.-Xen batezbestekoa izango da:

  A) $\frac{8}{3}$

  B) $\frac{22}{3}$

C) 5

D) 6

E) Dena gezurrezkoa.

- 9.-Xen bariantza izango da:

A) $\frac{8}{9}$

B) $\frac{8}{3}$

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{1}{2}$

E) 2

Hurrengo adierazburua 10etik 12ra doazen galderei dagokie.

X a.a.-ren dentsitate funtzioa hurrengoa da:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & x \in (2,5) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 10.- $Z = X^2$ a.a.-ren dentsitate funtzioa izango da:

A)$f(z) = \begin{cases} \frac{1}{3\sqrt{z}} & z \in (4,25) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

B)$f(z) = \begin{cases} \frac{1}{6\sqrt{z}} & z \in (4,25) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

C)$f(z) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{z}} & z \in (4,25) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

D)$f(z) = \begin{cases} \frac{\sqrt{z}}{3} & z \in (4,25) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

E)Dena gezurrezkoa.

- 11.-X a.a.-ren funtzio karakteristikoa izango da:

A) $\frac{1}{3}\frac{1}{iu}(e^{5iu} - e^{2iu})$

B) $\frac{1}{iu}(e^{3iu})$

C) $\frac{1}{3}(e^{5iu} - e^{2iu})$

D) $\frac{1}{3}\frac{1}{iu}(e^{3iu})$

E) Dena gezurrezkoa.

- 12.- $X_1, X_2, \cdots, X_n$, n a.a. elkarrekiko independenteak badira, denak X a.a.-ren banaketa berdinarekin, $Y = \frac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{n}$ a.a.-ren funtzio karakteristikoa izango da:

A) $\left(\frac{n}{3iu}(e^{\frac{5iu}{n}} - e^{\frac{2iu}{n}})\right)^n$

B) $\left(\frac{1}{3iu}(e^{5iu} - e^{2iu})\right)^n$

C) $\left(\frac{1}{3}(e^{\frac{5iu}{n}} - e^{\frac{2iu}{n}})\right)^n$

D) $\frac{1}{3}(e^{\frac{5iu}{n}} - e^{\frac{2iu}{n}})$

E) Dena gezurrezkoa.

- 13.-$E[X] = 2$, $E[Y] = 3$, $E[XY] = 10$, $E[X^2] = 9$, $E[Y^2] = 16$, kontutan izanik, X eta Y bi aldagai aleatorioen arteko koerlazio koefizientea izango da:

A) 4

B) $\frac{4}{35}$

C) $\frac{4}{\sqrt{35}}$

D) $\frac{-4}{35}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 14.-Izan bedi (X, Y) a.a. bidimentsional bat non $E[X] = E[Y]$ eta $E[X^2] = E[Y^2]$. Orduan:

A) X eta Y a.a.-ek dentsitate funtzio berdina dute.

B) $Kob(X + Y, X - Y) = 0$

C) $Bar(X) = 2Bar(Y)$

D) $Bar(Y) = 2Bar(X)$

E) Dena gezurrezkoa.

- 15.-Izan bitez X_1, X_2, $\cdots$, X_n, n a.a. independenteak eta probabilitate banaketa jarrai berdinaz 6.5 batezbestekoz eta 4 bariantzaz . $\overline{X_n} = \frac{X_1+\cdots+X_n}{n}$ bada, hurrengo erlazioa betetzeko n-ren balio nahikoa izango da:

$$P(6 \leq \overline{X_n} \leq 7) \geq 0.8$$

A) 50

B) 60

C) 40

D) 80

E)Dena gezurrezkoa.

- 16.-X a.a. batentzako, $E(X + 4) = 10$ eta $E((X + 4)^2) = 116$, betetzen denez, Xen bariantza izango da:

A) 106

B) 16

C) 116

D) Ezin da kalkulatu.

E) Dena gezurrezkoa.

- 17.-Izan bedi X a.a. hurrengo funtzio karakteristikoaz, $\psi(u) = \frac{1}{2}(e^{iu} + e^{-iu})$. A. a. honen probabilitate banaketa izango da:

A) $P(X = -1) = P(X = 1) = \frac{1}{2}$

B) $P(X = -2) = P(X = 2) = \frac{1}{4}$, $P(X = 0) = \frac{1}{2}$

C) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$ $x \in (-\infty, \infty)$ bada

D) $f(x) = \frac{1}{x}$ $x \in [1, e]$ bada

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 18 eta 19. galderei dagokie.

Izan bedi (X, Y) a.a. bidimentsionala non $\sigma_X = 2$, $\sigma_Y = 3$ eta $kob(X, Y) = -6$ diren.

- 18.-Y a.a.-ren Xekiko erregresio zuzena hurrengoa bada:

$$Y = -\frac{3}{2}X + b$$

baiezta daiteke Xen Yrekiko erregresio zuzena izango dela:

A) $X = -\frac{3}{2}Y + b$

B) $X = -\frac{2}{3}Y + \frac{2}{3}b$

C) $X = -\frac{2}{3}Y + b$

D) $X = -\frac{3}{2}Y + \frac{2}{3}b$

E) Dena gezurrezkoa.

- 19.- $m_X = 4$ eta $m_Y = 3$ direla jakina bada, Y aldagaiaren Xekiko erregresio zuzena izango da:

A) $Y = -\frac{3}{2}X + 9$

B) $Y = -\frac{3}{2}X + 6$

C) $Y = -\frac{2}{3}X - 9$

D) $Y = -\frac{2}{3}X - 6$

E) Dena gezurrezkoa.

- 20.-Izan bedi $N(0,1)$ banaketa duen T a.a. . Aipaturiko a. aleatorioa $(-t_{\alpha}, t_{2\alpha})$ tartean egoteko probabilitatea izango da:

  A) 3α
  B) $1-3\alpha$
  C) α
  D) $1-\alpha$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 21.-Bitez A eta B gertaera bi non $P(A)=\frac{3}{4}$, $P(B)=\frac{1}{8}$ eta $P(A\cap B)=\frac{1}{10}$ diren. $P(A^C|B)$-ren probabilitatea izango da:

  A) $\frac{4}{5}$
  B) $\frac{1}{5}$
  C) $\frac{3}{4}$
  D) $\frac{1}{4}$
  E) Ezin da kalkulatu.

- 22.-Bitez A eta B edozein gertaera bi. $A\subset B$ bada beti egiaztatzen da:

  A) $P(A)\leq P(A|B)$
  B) $P(B)\leq P(A)$
  C) A eta B independenteak dira.
  D) $P(A|B)<P(A)$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 23, 24 eta 25. galderei dagokie.

Bedi (X,Y) hurrengo dentsitate funtzioa duen a.a. bikoitza:

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{4}(x+y) & x\in[1,2],\ y\in[2,3] \text{ bada}\\ 0 & \text{beste edozein kasutan}\end{cases}$$

- 23.-Xen bazter dentsitate funtzioa izango da:

  A) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}x+\frac{5}{8} & x\in[1,2] \text{ bada}\\ 0 & \text{beste kasuetan}\end{cases}$
  B) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}x+\frac{5}{8} & x\in[2,3] \text{ bada}\\ 0 & \text{beste kasuetan}\end{cases}$
  C) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}x+\frac{5}{8} & x\in[0,1] \text{ bada}\\ 0 & \text{beste kasuetan}\end{cases}$
  D) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{8}+\frac{1}{4}y & x\in[1,2] \text{ bada}\\ 0 & \text{beste kasuetan}\end{cases}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 24.- $P(\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{2}, 2 \leq Y \leq 3)$ izango da:

  A) $\frac{15}{32}$
  B) 0
  C) 1
  D) $\frac{17}{32}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 25.-Bedi $Z = \frac{1}{4}X$. Zren dentsitate funtzioa izango da:

  A) 0, Zren balio guztientzako.
  B) Dena gezurrezkoa.
  C) $\frac{1}{4}f_X(\frac{z}{4})$, $\frac{1}{4} \leq z \leq \frac{1}{2}$ bada
  D) $4f_X(4z)$, $\frac{1}{4} \leq z \leq \frac{1}{2}$ bada
  E) $4f_X(x)$, $\frac{1}{4} \leq z \leq \frac{1}{2}$ bada

- 26.-Bedi X a.a. bat non $X \in N(0, \sigma^2)$ den. Orduan hurrengoa egia izango da:

  A) $P[X < -1.623] = P[X < 1.623]$
  B) $\sigma < 1$
  C) $P[1 < X < 2] > P[2 < X < 3]$
  D) $\sigma \geq 1$
  E) $P[X > 0] > P[X > -1]$

- 27.-Demagun populazio konkretu bateko indibiduoek lan konkretu bat egiterakoan erabiltzen duten denbora banaketa normal batez banatzen dela, $m = 196$ segundoko batezbestekoz eta $\sigma = 32$ segundoko desbidazioarekin. Lana egiterakoan indibiduo **azkarrenen** %12.3a osatzen duten indibiduoek, hurrengo denbora baino gutxiago erabiliko dute:

  A) 158.88 segundu.
  B) 233.12 segundu.
  C) 196 segundu.
  D) 164 segundu.
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 28 eta 29. galderei dagokie.

Talde bateko indibiduoen alkoholdun edarien ohiturei buruzko ikerketa batek hiru indibiduo mota daudela ondorioztatu zuen:

A MOTA: egunero 5 edari baino gehiago kontsumitzen dute.

B MOTA: egunero 1 eta 5 edarien artean kontsumitzen dute.

C MOTA: egunero edari 1 baino gutxiago kontsumitzen dute.

$P(A) = 0.30$, $P(B) = 0.35$ eta $P(C) = 0.35$ izanik.

A motako indibiduoen %50a, B motako indibiduoen %25a eta C motako indibiduoen %5a beraien bizitzako momenturen batean alkoholeztatuko zirela esaten zuen ikerketak.

- 28.-Zoriz hartutako indibiduo bat alkoholeztatzeko probabilitatea izango da:

  A) 0.255
  B) 0.802
  C) 0.745
  D) 0.588
  E) Dena gezurrezkoa.

- 29.-Indibiduoa alkoholeztatu bada, A motakoa izateko probabilitatea izango da:

  A) 0.152
  B) 0.306
  C) 0.501
  D) 0.588
  E) Dena gezurrezkoa.

- 30.-Bedi probabilitate berdinarekin $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ balioak hartzen dituen X a.a. bat. $Y = X^2 - X$ bada, orduan, $P[Y = 2]$ izango da:

  A) $\frac{1}{7}$
  B) $\frac{2}{7}$
  C) $\frac{3}{7}$
  D) 0
  E) Dena gezurrezkoa.

- 31.-Bitez X eta Y hurrengo dentsitate funtzio bateratua duten a.a. jarrai bi:

$$f(x,y) = \begin{cases} 12y^2 & 0 \leq y \leq x \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

  Orduan, $E(XY)$ izango da:

  A) $\frac{3}{2}$
  B) $\frac{1}{2}$
  C) $\frac{1}{4}$
  D) 1
  E) Dena gezurrezkoa.

- 32.-Bitez X eta Y a.a. independente bi, bakoitza hurrengo funtzio karakteristikoaz $\psi(u) = e^{2iu-3u^2}$. $Z = 2X - 3Y + 4$ bada, orduan Zren funtzio karakteristikoa izango da:

  A) $e^{2iu+15u^2}$
  B) $e^{-2iu-39u^2}$
  C) $e^{2iu-39u^2}$
  D) $e^{-2iu+15u^2}$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 33tik 36ra doazen galderei dagokie.

Bedi X a.a. hurrengo funtzio karakteristikoaz:

$$\psi_X(u) = \frac{1}{6}(4 + e^{iu} + e^{-iu})$$

- 33.-X a.a.-ren batezbestekoa izango da:

  A) $\frac{2}{3}$
  B) $\frac{2}{6}$
  C) $\frac{5}{6}$
  D) 0
  E) Dena gezurrezkoa.

- 34.-X a.a.-ren bariantza izango da:

  A) $\frac{1}{3}$
  B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
  C) $\frac{1}{18}$
  D) $\frac{1}{\sqrt{18}}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 35.-Bitez $X_1, \cdots, X_{10}$ elkarrekiko a.a. independenteak eta denak zehaztutako funtzio karakteristikoaz. $Z = X_1 + \cdots + X_{10}$ bada, orduan, $P(|Z| > 2)$ izango da:

  A) $\frac{5}{6}$ baino handiagoa edo berdina.
  B) $\frac{5}{6}$ baino txikiagoa edo berdina.
  C) $\frac{1}{6}$ baino handiagoa edo berdina.
  D) $\frac{1}{6}$ baino txikiagoa edo berdina.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 36.-Orain $Z = X_1 + \cdots + X_{300}$ bada, non $X_1, \cdots, X_{300}$ elkarrekiko independenteak eta deskribatutako banaketa berdina duten a.a.-ak diren, orduan, $P(|Z| > 20)$ gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.0228

  B) 0.9772

  C) 0.0456

  D) 0.9544

  E) 0.6842

- 37.-Bitez X eta Y a.a. bi non $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ den. Orduan, $Kob(X+Y, X-Y)$ izango da:

  A) Positiboa.

  B) Negatiboa.

  C) 0

  D) Erantzuteko ez dago informazio nahikorik.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 38.-Bitez X eta Y a.a. diskretu bi hurrengo zenbatasun funtzio bateratuaz:

$$P(x,y) = \frac{(x+1)(y+1)}{25}; \qquad x = 0,1,2, \qquad y = 0,1,2, \qquad x \leq y$$

  Orduan, $P[X = 1]$ izango da:

  A) $\frac{10}{25}$

  B) $\frac{15}{25}$

  C) $\frac{12}{25}$

  D) $\frac{9}{25}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 39.-Bedi X a.a. bat non $X \in N(16, \sigma^2 = 4)$ den. Orduan, $P[X > 16 | X < 20]$ izango da:

  A) 0.4772

  B) 0.9772

  C) 0.4883

  D) 1

  E) Dena gezurrezkoa.

GALDERA-SORTA 7

- **Hurrengo adierazburua 1etik 4ra doazen galderei dagokie.**

  Kutxa batek 3 bola gorri eta 2 urdin ditu. Zoriz bola bat ateratzen da eta kolorea begiratzen da. Bola hori kutxara itzultzen da eta ateratako bolaren kolore berdineko beste 10 bola sartzen dira baita ere. Aleatorioki bigarren bola bat ateratzen da, zein kolore duen begiratzen da eta ateratako bolaren kolore berdineko beste 10 bolarekin kutxara sartzen da. Bola bat ateratzen den bakoitzean, prozesu berdina errepikatzen da.

- 1.-Bola bi atera badira, lehena gorria eta bigarrena urdina izateko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{2}{25}$
  B) $\frac{6}{25}$
  C) $\frac{23}{25}$
  D) 1
  E) Dena gezurrezkoa.

- 2.-Ateratako bi boletatik, bata gorria eta bestea urdina izateko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{4}{25}$
  B) $\frac{12}{25}$
  C) $\frac{4}{50}$
  D) $\frac{3}{25}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 3.-Ateratako bigarren bola urdina izan dela jakina bada, lehenengoa ere urdina izateko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{1}{2}$
  B) $\frac{1}{4}$
  C) $\frac{2}{7}$
  D) $\frac{3}{7}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 4.-Hiru bola ateratzen badira, lehenengo biak gorriak eta hirugarrena urdina izateko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{26}{25^2}$
  B) $\frac{6}{25^2}$
  C) $\frac{39}{25^2}$

D) $\frac{14}{25^2}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 5.-Izan bitez A eta B gertaera bi bateraezinak eta C hirugarren gertaera bat, Orduan:

  A) $Pr\Big((A \cup B) \cap C\Big) = Pr(A \cup B)Pr(C)$

  B) $Pr\Big((A \cup B) \cap C\Big) = Pr(A)Pr(C) + Pr(B)Pr(C)$

  C) $Pr\Big((A \cup B) \cap C\Big) = Pr(A \cup C) + Pr(B \cup C)$

  D) $Pr\Big((A \cup B) \cap C\Big) = Pr(A \cap C) + Pr(B \cap C)$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 6.-Izan bitez A eta B bi gertaera independente eta $0 < Pr(B) < 1$. Orduan $Pr(A^c/B)$ren balioa izango da:

  A) $1 - Pr(A)$

  B) $Pr(B)$

  C) $1 - Pr(B)$

  D) $Pr(A)$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 7tik 8ra doazen galderei dagokie.

Izan bitez X,Y,Z a.a.-k, hurrengoa ezagutuz $Kob(X,Y) = Kob(Y,Z)$.

- 7.-X,Y eta Zri buruz beti baiezta daiteke:

  A) X,Y,Z banaketa berdina dutela.

  B) $E(XY) = E(YZ)$

  C) $E(X)E(Y) = E(Y)E(Z)$

  D) X eta Zren arteko koerlazio koefizienteak 1 balio duela, $\rho_{XZ} = 1$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 8.-Gainera $Kob(X,Y) = Kob(Y,Z) = 0$ dela jakingo balitz, orduan hurrengoa baieztatuko litzateke:

  A) $Kob(X,Z) = 0$

  B) X,Y,Z elkar independenteak dira.

  C) $E(XY) = E(YZ) = 0$

  D) Y eta Zren arteko koerlazio koefizienteak 0 balio du, $\rho_{YZ} = 0$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 9tik 11ra doazen galderei dagokie.

Izan bedi $(X,Y,Z)^T$ a.a. bat, hurrengo probabilitate banaketa elkartuarekin:

$P(x,y,z)$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{6}{16}$
(x,y,z)	1,2,2	1,1,2	2,1,1	2,2,1

- 9.-Egiaztatzen da:

  A) X eta Zk bazter probabilitate banaketa berdina dute.

  B) X,Y eta Zk bazter probabilitate banaketa berdina dute.

  C) $EZ = 2EX$

  D) $EX = EY$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 10.-(X,Z)ren bazter zenbatasun funtzioa izango da:

  A)

$P(x,z)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
(x,z)	1,2	2,1

  B)

$P(x,z)$	$\frac{5}{16}$	$\frac{11}{16}$
(x,z)	1,1	2,2

  C)

$P(x,z)$	$\frac{7}{16}$	$\frac{9}{16}$
(x,z)	1,2	2,1

  D)

$P(x,z)$	$\frac{5}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{6}{16}$
(x,z)	1,1	1,2	2,1	2,2

  E) Dena gezurrezkoa.

- 11.-$Y = 2$ balioaz baldintzatutako (X,Z)ren bazter zenbatasun funtzioa izango da:

  A)

$P(x,z)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
(x,z)	1,2	2,1

B)

$P(x,z)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
(x,z)	$1,2$	$2,1$

C)

$P(x,z)$	$\frac{3}{16}$	$\frac{13}{16}$
(x,z)	$1,2$	$2,1$

D)

$P(x,z)$	$\frac{7}{16}$	$\frac{9}{16}$
(x,z)	$1,2$	$2,1$

E) Dena gezurrezkoa.

- 12.-Komunitate batean lapurtutako kotxe guztien % 60a berreskuratzen dela, eta urte batean, kotxe bat lapurtua izateko probabilitatea % 2koa dela jakinik, zein izango da kotxe bat lapurtua izateko eta bere jabeak inoiz ez berreskuratzeko probabilitatea?

  A) 0.008
  B) 0.40
  C) 0.012
  D) 0.88
  E) Dena gezurrezkoa.

- 13.-Izan bedi X dado baten jaurtiketaren emaitzak biltzen dituen a.a.. Egiaztatzen da $E(-X)^2$ dela:

  A) $\left(\frac{21}{6}\right)^2$
  B) $-\left(\frac{21}{6}\right)^2$
  C) $\left(\frac{91}{6}\right)$
  D) $-\left(\frac{91}{6}\right)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 14.-Izan bedi X, $(2,5)$ tartean banaketa uniformea duen a.a.. $Y = 3 + 4X$ a.a.-ren funtzio karakteristikoa izango da:

  A) $e^{15iu} - e^{11iu}$
  B) $\frac{1}{3iu}[e^{20iu} - e^{8iu}]$
  C) $\frac{1}{12iu}[e^{23iu} - e^{11iu}]$
  D) $\frac{1}{12iu}[e^{20iu} - e^{8iu}]$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 15.- Ekainean ikasle batek 12 azterketa egin behar ditu. Demagun azterketen asignazioa aleatorioki egiten dela 25 egunen artean. Zein izango da egun berean azterketak ez kointziditzeko probabilitatea?

  A) $\left(\frac{12}{25}\right)^{12}$
  B) $\left(1-\frac{12}{25}\right)^{12}$
  C) $1 \times \frac{24}{25} \times \frac{23}{24} \times \ldots \times \frac{14}{15}$
  D) $1 \times \frac{24}{25} \times \frac{23}{25} \times \ldots \times \frac{14}{25}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 16.- $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ gertaera independenteak dira , horietariko bakoitza 0.9ko probabilitateaz, eta $B_n = \cap_{i=1}^{n} A_i$, B_n-ren probabilitatea n handia egiten denean, zein zenbakirantz joango da?

  A) 0
  B) 1
  C) 0.9
  D) $\frac{0.9}{n}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 17.- X eta Y a.a.-ak batera definiturik daude, eta biek lehen eta bigarren ordenako momentu finituak dituzte. Esan aurreko berdintasunetatik zein **EZ DEN NAHITAEZ** zuzena:

  A) $E[X+Y] = E[X] + E[Y]$
  B) $E[XY] = E[X]E[Y]$
  C) $E[5Y] = 5E[Y]$
  D) $E[5Y^2] = 5E[Y^2]$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 18.- Bitez $X_1, \ldots, X_n$ a.a. independenteak eta berdin banatuak, bakoitza hurrengo funtzio karakteristikoarekin $\varphi_X(u) = (p + qe^{iu} + re^{2iu})$. Datu bakar horrekin esan dezakegu X_1 a.a.-ak hurrengo balioak hartuko dituela:

  A) Errealak, 0 eta 2ren artean.
  B) Osoak, 0 eta 2ren artean.
  C) Errealak, -2 eta 2ren artean.
  D) Osoak, -2 eta $2n$-ren artean.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 19.- Aurreko galderan definituriko $X_1, \ldots, X_n$ a.a.-ekin, $Z = X_1 + \ldots + X_n$ bada, orduan Zk hurrengo balioak hartuko ditu:

A) Errealak, 0 eta $2n$-ren artean.

B) Osoak, 0 eta $2n$-ren artean.

C) Errealak, $-2n$ eta $2n$-ren artean.

D) Osoak, $-2n$ eta $2n$-ren artean.

E) Dena gezurrezkoa.

- 20.- Xen funtzio karakteristikoa $\varphi_X(u) = pe^{iu} + pqe^{2iu} + pq^2e^{3iu} + pq^3e^{4iu} + \ldots$, dela jakinik, berehala ateratzen da Prob$\{X = 5\}$ dela:

  A) p^5

  B) $(pq)^5$

  C) pq^4

  D) p^4q

  E) Dena gezurrezkoa.

- 21.- Dentsitate funtzioa hau bada,

$$f_X(x) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x} & x > 0 \text{ denean} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

  eta dagokion funtzio karakteristikoa hau dela jakinik,

$$\varphi_X(u) = \frac{1}{1 - iu/\theta}$$

  erraz ikusten da $E[X]$ dela:

  A) θ

  B) θ^{-1}

  C) $1 - \theta$

  D) $\sum_{t=0}^{\infty} \theta^t$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 22.- Banaketa normalaren kurtosi balio tipikoak $\gamma_2 = \mu^4/\sigma^4 - 3$ hartzen duen balioa izango da:

  A) 0

  B) 1

  C) > 0

  D) < 0

  E) Dena gezurrezkoa.

- 23.- (X,Y) a.a. bikoitzak hurrengoa betetzen du: $\sigma_X^2 = 10$, $\sigma_Y^2 = 9$ eta $\rho_{XY} = 0.8$ ($\rho_{XY} = X$ eta Yren arteko koerlazio koefizientea). Lortu dezakegun $\hat{Y} = a+bX$ hurbilketa linealik onenak egiaztatzen du errore karratuaren batezbesteko balioa, $E[\hat{Y} - Y]^2$, izango dela:

  A) ≥ 9
  B) 9
  C) 3.24
  D) 4.78
  E) Dena gezurrezkoa.

- 24.- (X,Y) a.a. bikoitzak, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ kobariantza matrizea dauka. Esan dezakegu $Z = X + Y$-ren bariantza izango dela:

  A) 0
  B) 1
  C) 5
  D) 9
  E) Dena gezurrezkoa.

- 25.- Aurreko galderan, Zren kasuan bezala, $W = X - Y$ definituko bagenu, (Z,W) a.a.-ren kobariantza matrizea izango litzateke:

  A) $\begin{pmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
  B) $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$
  C) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 14 \end{pmatrix}$
  D) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 26.- (X,Y) a.a. bikoitzak $f_{XY}(x,y) = (2\pi)^{-1}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$ dentsitate funtzio elkartua du plano erreal osoan. Dentsitate funtzioa aztertzerakoan ikus daitekeenez, X eta Y independenteak dira. X a.a. -1.96 eta 1.96ren artean egoteko probabilitatea izango da:

  A) 0.95
  B) 0.99
  C) 0.975
  D) 0.05
  E) Dena gezurrezkoa.

- 27.- Enpresa batek test psikoteknikoa erabiliko du berak uste duen hautagai desegokienak baztertzeko. Testak jarrera bi neurtzen ditu, X eta Y bi nota independente emanez, bere banaketak hauek direlarik: $N(5, \sigma = 4)$ eta $N(6, \sigma = 3)$. 20.80 puntu edo gehiago lortzen dituenak bakarrik onartzen badira, hautagaien zein portzentaia izango da baztertua?

  A) % 95
  B) % 97.5
  C) % 90
  D) % 99
  E) Dena gezurrezkoa.

- 28.-Kapitalista batek, urte batera eta arrisku gabe errenta finkoko bi inbertsioen artean aukeratu behar du, bata EUROtan eta bestea pezetatan. Lehenengoak % 8a ematen du eta bigarrenak % 15.5. Kapitalistak kontsideratzen du urte barruan pezetak EUROarekiko % 5ean depreziatzeko 0.80ko probabilitatea duela eta 0.20ko probabilitatea % 1ean apreziatzeko. Zertan inbertitzea komeni zaio (espero den batezbesteko mozkinaren arabera)?

  A) EUROtan.
  B) Pezetatan.
  C) Berdin da.
  D) Erdi bana.
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 29tik 30era doazen galderei dagokie.

Txanpon erregular bat airera birritan botatzen da. Izan bedi Z "agertzen diren aurpegien kopurua" adierazten duen a.a..

- 29.-Z a.a-ren banaketa izango da:

  A) $P(Z = 0) = 0.25$, $P(Z = 1) = 0.5$, $P(Z = 2) = 0.25$, $P(Z \neq 0, 1, 2) = 0$
  B) $P(Z = 0) = 0.5$, $P(Z = 1) = 0.5$, $P(Z \neq 0, 1) = 0$
  C) $P(Z = 0) = 0.5$, $P(Z = 2) = 0.5$, $P(Z \neq 0, 2) = 0$
  D) $P(Z = 1) = 0.5$, $P(Z = 2) = 0.5$, $P(Z \neq 1, 2) = 0$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 30.-Zren batezbestekoa eta bariantza izango dira:

  A) $m_Z = 1$, $\sigma_Z^2 = 0.5$
  B) $m_Z = 0.5$, $\sigma_Z^2 = 1$
  C) $m_Z = 2$, $\sigma_Z^2 = 0.5$

D) $m_Z = 1, \sigma_Z^2 = 1$

E) Dena gezurrezkoa.

- 31.-Zren funtzio karakteristikoa izango da:

A) $\psi(u) = \frac{1}{2}e^{iu} + \frac{1}{4}(e^{2iu} + 1)$
B) $\psi(u) = \frac{1}{4}e^{iu} + \frac{1}{4}(e^{2iu} + 1)$
C) $\psi(u) = \frac{1}{3}e^{iu} + \frac{2}{3}(e^{2iu} + 1)$
D) $\psi(u) = \frac{1}{2}e^{iu} + \frac{1}{2}e^{2iu}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 32.-Kutxa batean A motako 3 txanpon ditugu, B motakoak 4 eta C motakoak 2, non A aurpegi bi dituen txanpona den, B gurutze bi dituena eta C berriz txanpon erregularra. Txanpon guztiek aukeratuak izateko probabilitate berdina badute, zoriz bat aukeratu, jaurtiki eta aurpegia lortzeko probabilitatea izango da:

A) $\frac{4}{9}$
B) $\frac{5}{9}$
C) $\frac{6}{9}$
D) $\frac{8}{9}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 33.-Minbiziaren mota berezi bat detektatzeko proba bat aurkitu da. Minbizi mota hau duen pertsona batek, erreakzio positibo bat izateko probabilitatea 0.95ekoa da eta minbizia ez duen batek erreakzio berbera izateko probabilitatea 0.05ekoa. 1.000 biztanleko populazio batean, jakina da pertsona batek minbizi mota hau duela. Zoriz aukeratutako pertsona batek proban erreakzio positiboa badu, minbizi mota hau izateko probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

A) 0.9813
B) 0.0010
C) 0.0187
D) 0.9990
E) Dena gezurrezkoa.

- 34.-Bi dado erregular jaurtikitzerakoan, dadoen aurpegiak desberdinak direla baldintzatuz, 8 bat lortzeko probabilitatea izango da:

A) $\frac{13}{15}$
B) $\frac{4}{36}$
C) $\frac{30}{36}$
D) $\frac{2}{15}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 35.-Izan bitez X eta Y $N(0, \sigma_X^2 = 1)$ eta $N(1, \sigma_Y^2 = 4)$ banaketak dituzten a.a. independente bi. Gutxienez hauetariko aldagai batek balio negatibo bat hartzeko probabilitatea izango da:

  A) 0.5

  B) 0.6915

  C) 0.3458

  D) 0.6543

  E) Dena gezurrezkoa.

- 36.-A, Brekiko independentea bada eta B, Crekiko independentea. A, Crekiko independentea den ondorioa da:

  A) Egia.

  B) Gezurra.

- 37.-Izan bitez X eta Y a.a. independente bi hurrengo banaketekin:

$$X \in N(1, \sigma^2 = 9) \quad Y \in N(2, \sigma^2 = 8)$$

  $X - 2Y$-ren funtzio karakteristikoa izango da:

  A) $e^{-3iu - \frac{41}{2}u^2}$

  B) $e^{-3iu - \frac{23}{2}u^2}$

  C) $e^{-3iu - \frac{25}{2}u^2}$

  D) $e^{-iu - \frac{17}{2}u^2}$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 38 eta 39. galderei dagokie.

X a.a. baten funtzio karakteristikoa hurrengoa da:

$$\psi_X(u) = \frac{2}{5}e^{iu} + \frac{1}{5}e^{2iu} + \frac{2}{5}e^{3iu}$$

- 38.-Orduan, Xen batezbestekoa izango da:

  A) 2

  B) 4

  C) 1

  D) 0.5

  E) Dena gezurrezkoa.

- 39.-Xen bariantza izango da:

  A) $\frac{4}{5}$
  B) 2
  C) $\frac{24}{5}$
  D) 4
  E) Dena gezurrezkoa.

GALDERA-SORTA 8

- **Hurrengo adierazburua 1etik 7ra doazen galderei dagokie.**

Izan bedi (X, Y) a.a. bidimentsionala non bere zenbatasun funtzio bateratua hurrengoa den:

$Y \backslash X$	1	2	3
1	$\frac{2}{8}$	$\frac{4}{8}$	0
3	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$

- 1.- Xen bazter zenbatasun funtzioa izango da:

A)

X	1	2	3
$P(X)$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{8}$

B)

X	1	3
$P(X)$	$\frac{6}{8}$	$\frac{2}{8}$

C)

X	1	2	3
$P(X)$	$\frac{6}{8}$	$\frac{2}{8}$	0

D)

X	1	3
$P(X)$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 2.- $Y = 1$ balioaz baldintzatutako Xen zenbatasun funtzioa izango da:

A)

X	1	2	3
$P(X\|Y = 1)$	$\frac{2}{8}$	$\frac{4}{8}$	0

B)

X	1	2	3
$P(X\|Y = 1)$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{8}$

C)

X	1	2	3
$P(X\|Y = 1)$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$

D)

X	1	2	3
$P(X\|Y = 1)$	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$	0

E) Dena gezurrezkoa.

- 3.- Xen batezbestekoa izango da:

  A) $\frac{14}{8}$
  B) $\frac{12}{8}$
  C) $\frac{16}{8}$
  D) $\frac{32}{8}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 4.- X a.a.-en bariantza izango da:

  A) $\frac{28}{8}$
  B) $\frac{28}{64}$
  C) $\frac{24}{8}$
  D) $\frac{48}{64}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 5.- X eta Yren arteko kobariantza izango da:

  A) $\frac{8}{64}$
  B) $\frac{22}{8}$
  C) $\frac{28}{64}$
  D) $\frac{48}{64}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 6.- Y aldagaiaren Xekiko erregresio zuzena izango da:

  A) $(Y - m_Y) = \frac{8}{28}(X - m_X)$
  B) $(Y - m_Y) = \frac{22}{28}(X - m_X)$
  C) $(Y - m_Y) = \frac{176}{28}(X - m_X)$
  D) $(Y - m_Y) = \frac{22}{6}(X - m_X)$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 7 eta 8. galderei dagokie.

Motor bat akastuna izateko probabilitatea 0.05ekoa da. Garraioa kaxoietan egiten da, kaxoi bakoitzak lau motor dituelarik.

- 7.-Zoriz hartutako kaxoi batean akastun motore bat ere ez egoteko probabilitatea izango da:

  A) 0.8145
  B) 0.7263

C) 0.2451

D) 0.9123

E) 0.6932

- 8.-Gutxienez bat akastuna izateko probabilitatea izango da:

A) 0.1855

B) 0.2834

C) 0.2737

D) 0.7549

E) 0.3068

Hurrengo adierazburua 9 eta 10. galderei dagokie.

Kutxa batek 3 bola zuri eta 7 gorri ditu; beste kutxa batek 10 bola zuri eta 15 bola gorri ditu. Zein kutxa den jakin gabe kutxa bat zoriz aukeratzen da, eta ondoren, zoriz baita ere, bola bat aukeratzen da.

- 9.-Gorria izateko probabilitatea izango da:

A) $\frac{13}{20}$

B) $\frac{13}{10}$

C) $\frac{22}{35}$

D) $\frac{22}{70}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 10.-Gorria izanik, lehen kutxakoa izateko probabilitatea da:

A) $\frac{7}{13}$

B) $\frac{7}{10}$

C) $\frac{6}{13}$

D) $\frac{3}{10}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 11.-Izan bedi X $(-1,1)$ tartean dentsitate funtzio uniformea duen a.a.. $Y = X^3$ a.a-ren dentsitate funtzioa izango da:

A) $f(y) = \begin{cases} \frac{1}{6y^{\frac{2}{3}}} & y \in (-1,1) \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

B) $f(y) = \begin{cases} \frac{1}{2} & y \in (-1,1) \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

C) $f(y) = \begin{cases} \frac{1}{6y^3} & y \in (-1,1) \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

D) $f(y) = \begin{cases} \frac{1}{2y^{\frac{1}{3}}} & y \in (0,1) \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 12.- Bitez X eta Y elkarrekiko independenteak eta hurrengo funtzio karakteristikoak dituzten a.a.-ak: $\psi_X(u)$, $\psi_Y(u)$. $Z = 3X + 2Y$ a.a-ren funtzio karakteristikoa izango da:

  A) $\psi_X(3u)\psi_Y(2u)$

  B) $3\psi_X(u)2\psi_Y(u)$

  C) $\psi_X^3(u)\psi_Y^2(u)$

  D) $3\psi_X(u) + 2\psi_Y(u)$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 13.-Izan bitez X eta Y edozein a.a. bere momentuak: $\alpha_{10} = 2$, $\alpha_{20} = 13$, $\alpha_{01} = 3$, $\alpha_{02} = 25$ eta $\alpha_{11} = -12$ izanik. X eta Y a. aleatorioei buruz baiezta daiteke:

  A) Aldagai aleatorio independenteak dira.

  B) Aldagai aleatorio independenteak eta korrelagabeak dira.

  C) Aldagai aleatorio korrelagabeak dira.

  D) Aldagai aleatorio independenteak dira baina ez korrelagabeak.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 14.-Izan bedi T $N(0,1)$ banaketa normala duen a.a.. Orduan:

  A) $P(T < -t_\alpha) = P(T < t_\alpha)$

  B) $P(T > -t_\alpha) = 1 - P(T > t_\alpha)$

  C) $1 - P(T < t_\alpha) = P(T > -t_\alpha)$

  D) $P(T < t_\alpha) = 1 - P(T > -t_\alpha)$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 15.-Aurrekoaren bezalakoak eta elkarrekiko independenteak lau a.a. baditugu, orduan, $X = T_1 + \cdots + T_4$ aldagai aleatorioarentzat edozein α -rentzako betetzen da:

  A) $P(X \in (-2t_{\frac{\alpha}{2}}, 2t_{\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \alpha$

  B) $P(X \in (-4t_{\frac{\alpha}{2}}, 4t_{\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \alpha$

  C) $P(X \leq 4t_\alpha) = 1 - \alpha$

  D) $P(X \leq 2t_\alpha) = \alpha$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 16.-Jarraian agertzen den funtzioan,

$$f(x) = \begin{cases} ax^b & x \in (0,1) \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

dentsitate funtzio bat izan dadin, a eta b-ren balioak izango dira:

A) $a = -1$, $b = 1$

B) $a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{2}$

C) $a = 1$, $b = 3$

D) $a = 2$, $b = 2$

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 17tik 19ra doazen galderei dagokie.

Izan bedi X banaketa ezezaguna baina batezbestekoz 2 eta bariantzaz 4 duen a.a.. Orduan:

- 17.-Aldagai aleatorioaren eta 2 balioaren arteko distantzia 4 baino handiagoa izateko, probabilitatea izango da:

A) 0.25 baino handiagoa edo berdina.

B) 0.25 baino txikiagoa edo berdina.

C) 0.75 baino handiagoa edo berdina.

D) Gutxi gora-behera 0.05 izango da.

E) Dena gezurrezkoa.

- 18.-Orain aurrekoa bezalakoak eta elkarrekiko independenteak diren lau a.a. baditugu eta beraien lagineko batezbestekoa hartzen bada , lagineko batezbestekoaren eta benetako batezbesteko balioaren arteko distantzia 4 baino handiagoa izateko, probabilitatea izango da:

A) $\frac{1}{16}$ baino handiagoa edo berdina.

B) $\frac{1}{16}$ baino txikiagoa edo berdina.

C) $\frac{15}{16}$ baino handiagoa edo berdina.

D) 0 izango da.

E) Dena gezurrezkoa.

- 19.-4 aldagai aleatorioren batezbestekoa hartu beharrean 100 aldagai aleatoriorena hartzen bada, probabilitate horren hurbilketa bat izango da:

A) $\frac{1}{400}$ baino handiagoa edo berdina.

B) $\frac{399}{400}$ baino handiagoa edo berdina.

C) $\frac{1}{400}$

D) Gutxi gora-behera 0 izango da.

E) Dena gezurrezkoa.

- 20.-Har ditzagun hiru gertaera A, B eta C, elkarrekiko bateraezinak, non $A \cup B \cup C = \Omega$ den. Hurrengo baieztapenetatik, zein izango da zuzena?

  A) $P(A) + P(B) = P(C)$
  B) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
  C) $P(A) + P(B) + P(C) = 1$
  D) $P(A \cup B) = P(A \cup C)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 21.-Aurreko kasuan, $P(C) = 0.4$ eta $P(A \cup B^C) = 0.6$ badira, orduan $P(B \cup C)$ izango da:

  A) 0.8
  B) 0.2
  C) 0.3
  D) 0.4
  E) 0.9

  Hurrengo adierazburua 22, 23 eta 24. galderei dagokie.

  Postari ero batek hiru postontzi desberdinetan hiru eskutitz bota behar ditu, eta begiratu gabe banatzen ditu.

- 22.-Zein izango da hiru eskutitzak ondo banatzeko probabilitatea?

  A) $\frac{1}{3}$
  B) $\frac{1}{6}$
  C) $\frac{1}{2}$
  D) 0
  E) Dena gezurrezkoa.

- 23.-Zein izango da bat ere ez ondo banatzeko probabilitatea?

  A) $\frac{1}{3}$
  B) $\frac{1}{6}$
  C) $\frac{1}{2}$
  D) $\frac{1}{12}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 24.-Azken eskutitza bere postontzian ondo bota zuela badakigu, zein izango da aurreko biak ondo banatzeko probabilitatea?

  A) $\frac{1}{3}$
  B) $\frac{1}{2}$
  C) $\frac{1}{6}$
  D) $\frac{1}{4}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 25.-Izan bedi $f_X(x)$ dentsitate funtzioa duen X a.a. bat. $Y = 2X - 5$ a.a. definitzen badugu, zein izango da Y a.a.-ren dentsitate funtzioa?

  A) $\frac{1}{2} f_X\left(\frac{y+5}{2}\right)$
  B) $\frac{1}{2} f_X(2y-5)$
  C) $2 f_X\left(\frac{y+5}{2}\right)$
  D) $\frac{1}{2} f_X(y+5)$
  E) $f_X\left(\frac{y+5}{2}\right)$

  Hurrengo adierazburua 26, 27 eta 28. galderei dagokie.

  Izan bedi hurrengo dentsitate funtzioa duen (X, Y) a.a. bikoitza:

$$f(x,y) = \begin{cases} ky^2 & x \in (0,1) \text{ eta } y \in (0,1) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 26.- f dentsitate funtzio bat egiten duen k-ren balioa izango da:

  A) 1
  B) 0
  C) 1/3
  D) 3
  E) 1/6

- 27.- $x \in (0,1)$-rentzako, Xen bazter dentsitate funtzioa izango da:

  A) $f_X(x) = 1$
  B) $f_X(x) = x$
  C) $f_X(x) = 1/6$
  D) $f_X(x) = x/6$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 28.- X eta Y a.a. independenteak dira?

  A) Bai, $f(x,y) = f_X(x)f_Y(y)$ delako.
  B) Ez, $f(x,y) = f_X(x)f_Y(y)$ delako.
  C) Bai, $f(x,y) \neq f_X(x)f_Y(y)$ delako.
  D) Ez, $f(x,y) \neq f_X(x)f_Y(y)$ delako.

Hurrengo adierazburua 29tik 32ra doazen galderei dagokie.

Demagun, [0,2] tartean euskarria duten, X eta Y aldagai aleatorio independente bi, X uniformea eta $f_Y(y) = (1/2)y$ izanik.

- 29.-$0 \leq x \leq 2$rentzako, Xen dentsitate funtzioa izango da:

  A) $\frac{1}{4}$
  B) $\frac{1}{2}x$
  C) $\frac{1}{2}$
  D) 2
  E) Dena gezurrezkoa.

- 30.-X aldagaiaren α_k momentu ez zentratua izango da:

  A) $\frac{2^k}{k}$
  B) $\frac{2^{k+1}}{k+1}$
  C) $\frac{2^k}{k+1}$
  D) $\frac{2^{k+1}}{k}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 31.-$[0,2] \times [0,2]$ azaleran, (X,Y) a.a. bikoitzaren $f(x,y)$ dentsitate funtzio bateratua izango da:

  A) $\frac{1}{4}xy$
  B) $\frac{1}{2}xy$
  C) $\frac{1}{4}y$
  D) $\frac{1}{2}y$
  E) Ez dugu datu nahikorik.

- 32.-Bi aldagaien arteko kobariantza izango da:

  A) 0
  B) 1
  C) E(XY)
  D) 2
  E) Dena gezurrezkoa.

- 33.-Izan bitez X_i, $i = 1, \ldots, n$, 0 batezbestekoz eta 1 bariantzaz a.a. independenteak eta izan bedi $\overline{X}$ laginaren batezbestekoa. n-ren hurrengo balioetatik zeinek ziurtatzen du, berdin 0.96 edo handiagoa den probabilitatearekin $\overline{X}$ $(-0.1, 0.1)$ tartean dagoela?

  A) 96
  B) 2.500
  C) 25
  D) Emaitza hau ziurtatzen duen n-ren baliorik ez dago.
  E) 10

- 34.-A.a. batek batezbestekoa $1/\theta$ eta bariantza $1/\theta^2$ du. Bigarren mailako hurrengo garapenetatik zein dagokio bere funtzio karakteristikoari?

  A) $\psi(u) = 1 + \frac{1}{\theta}(iu) + \frac{1}{2\theta^2}(iu)^2 + \ldots$
  B) $\psi(u) = \frac{1}{\theta}(iu) + \frac{1}{\theta^2}(iu)^2 + \ldots$
  C) $\psi(u) = 1 + \frac{1}{\theta}(iu) + \frac{1}{\theta^2}(iu)^2 + \ldots$
  D) $\psi(u) = \frac{1}{\theta}(iu) + \frac{2}{\theta^2}(iu)^2 + \ldots$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 35.-Demagun $\{X_n\}_{n \in N}$ a.a.-ren segida, $X_n \in U(0, \frac{1}{n})$ izanik. Aipaturiko segidak banaketan konbergitzen du:

  A) $X \in U(0, a)$-ra $a > 0$-rentzako
  B) $X = 0$-ra
  C) Limite honek ez du existitzen.
  D) $X \in N(0, 1)$-ra
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 36, 37 eta 38. galderei dagokie.

Zentralita bateko distantzia luzeko telefono deien iraupenak, minututan adierazita, $N(m = 8, \sigma^2 = 4)$ banaketa du. Izan bedi $\overline{X}$, 25 telefono deien iraupenaren laginaren batezbestekoa.

- 36.-Laginaren batezbestekoaren $\sigma_{\overline{X}}$ desbidazio tipikoa izango da:

  A) $\frac{2}{25}$
  B) $\frac{4}{25}$
  C) $\frac{2}{5}$
  D) $\frac{4}{5}$
  E) $\frac{4}{25^2}$

- 37.-Batezbesteko iraupena 7.8 eta 8.2 minutu tartean egoteko probabilitatea izango da:

  A) 0.383

  B) 0.0796

  C) 0.936

  D) 0.617

  E) 0.432

- 38.- 25eko lagin bat hartu beharrean 100eko bat hartzen badugu, aurreko galderaren probabilitatea:

  A) Handitu egiten da.

  B) Txikitu egiten da.

  C) Berdin jarraitzen du.

  D) Beste elementuen menpe dago.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 39.-Kutxa batek, alde bietan aurpegia duten 3 txanpon ditu, alde bietan gurutzea duten 4 txanpon eta legezko txanpon bi. 9 txanpon hauetariko bat zoriz aukeratzen bada eta behin jaurtikitzen bada, aurpegi bat lortzeko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{3}{9}$

  B) $\frac{1}{9}$

  C) $\frac{2}{9}$

  D) $\frac{4}{9}$

  E) Dena gezurrezkoa.

GALDERA-SORTA 9

- **Hurrengo adierazburua 1etik 5era doazen galderei dagokie.**

Bi lagunek udako oporrak elkarrekin pasatzea erabakitzen dute baina ez dira ados ipintzen udaldiko tokiari buruz. Horietariko batek Alacantera joatea proposatzen du eta besteak Galiziara. Orduan, hurrengo jokoa egitea erabakitzen dute: bakoitzak aldi berean txanpon bat airera botatzea, emaitza kontutan hartu eta berriro txanponak jaurtiki. Izan bedi Z bi jaurtiketetan lortutako aurpegien kopuru totala adierazten duen aldagai aleatorioa.

- 1.-Zein balioak har ditzake Zk?

A) $(1, 2)$
B) $(0, 1, 2)$
C) $(1, 2, 3, 4)$
D) $(0, 1, 2, 3, 4)$
E) Dena gezurrezkoa.

- 2.-Zein da Zren probabilitate banaketa?

A)

$P(z)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
(z)	0	1	2	3	4

B)

$P(z)$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{16}$
(z)	1	2	3	4

C)

$P(z)$	$\frac{2}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{8}{16}$
(z)	0	1	2

D)

$P(z)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
(z)	1	2

E) Dena gezurrezkoa.

- 3.-Zein da Zren batezbesteko balioa?

  A) 2
  B) 3
  C) 1
  D) 4
  E) $\frac{1}{2}$

- 4.-Suposa ezazu, jokoaren emaitzak gurutze kopurua baino aurpegi kopuru handiagoa ematen badu, Alacantera joatea erabakitzen dutela lagun biek. Zein da udaldia Alacanten igarotzeko probabilitatea?

  A) $\frac{5}{16}$
  B) $\frac{76}{256}$
  C) $\frac{1}{16}$
  D) $\frac{87}{256}$
  E) $\frac{1}{2}$

- 5.-Jokoa 50 bider errepikatuko balute, eta aurpegien kopuru totala gurutzen kopuru totala baino handiagoa balitz Alacantera joatea erabakiko balute, zein izango litzateke, gutxi gora-behera, udaldia Alacanten igarotzeko probabilitatea?

  A) $\frac{5}{16}$
  B) $\frac{76}{256}$
  C) $\frac{1}{16}$
  D) $\frac{87}{256}$
  E) $\frac{1}{2}$

Hurrengo adierazburua 6tik 8ra doazen galderei dagokie.

Azterketa konkretu batera 5 mutil eta 10 neska aurkezten dira eta ikasle bakoitzak azterketa ez gainditzeko 0.2ko probabilitatea du.

- 6.-Zehazki 3 ikaslek azterketa ez gainditzeko probabilitatea izango da:

  A) 0.2502
  B) 0.0512
  C) 0.2013
  D) 0.6482
  E) 0.3980

- 7.-Azterketa zuzendu eta ez gaindituak 3 direla jakinda, hauek 3 mutilenak izateko probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.022
  B) 0.051
  C) 0.0055
  D) 0.6368
  E) 0.3662

- 8.-Ikasle bakoitzak azterketa ez gainditzeko 0.8ko probabilitatea balu (0.2koaren ordez), aurreko galderan eskatutako probabilitatea nahitaez:

  A) Handitu egingo litzateke.
  B) Txikitu egingo litzateke.
  C) Berdin mantenduko litzateke.
  D) Dena gezurrezkoa.

- 9.-Izan bedi $F(x)$ banaketa funtzioa duen X a.a. bat. Beti egiaztatzen da:

  A) $F(x) > 0$
  B) $F(x)$ monotono beherakorra dela.
  C) $F(x)$ monotono ez beherakorra dela.
  D) $F(x) \in (-1, 1)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 10.-Izan bitez X eta Y bi aldagai korrelagabe, hurrengo bariantzaz $\sigma_X^2 = 2$, $\sigma_Y^2 = 3$. Orduan beraien kobariantza izango da:

  A) 5
  B) 0
  C) 6
  D) ≤ 5
  E) Dena gezurrezkoa.

- 11.-X a.a. baten bigarren ordenako momentua $c \neq m$ balioan zentratua, $\alpha_{2,c}$, izango da:

  A) σ_X^2
  B) $\sigma_X^2 + c^2$
  C) $\sigma_X^2 + (m - c)^2$
  D) $E(X^2) - E(c)^2$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 12tik 13ra doazen galderei dagokie.

Izan bedi X λ parametroko banaketa esponentziala duen a.a..

- 12.-Xen funtzio karakteristikoa izango da:

  A) $\dfrac{1}{1-\frac{ui}{\lambda}}$
  B) $\frac{\lambda}{1-ui}$
  C) $1-\frac{ui}{\lambda}$
  D) $\frac{1-ui}{\lambda}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 13.-X a.a.-ren batezbestekoa izango da:

  A) λ
  B) $\sqrt{\lambda}$
  C) $\frac{1}{\lambda}$
  D) $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 14.-Izan bedi X batezbestekoz 0 eta bariantzaz 1 duen a.a.. Bere funtzio karakteristikoa $\psi_X(u)$ izango da:

  A) $e^{-\frac{1}{2u^2}}$
  B) $1-\frac{u^2}{2}+...$
  C) $1+iu-u^2+...$
  D) $1-u^2+...$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 15tik 16ra doazen galderei dagokie.

Izan bedi X a.a. diskretua hurrengo zenbatasun funtzioaz:

$P(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
(x)	-1	0	1

eta izan bedi $Z = \mid X \mid$, Xen a.a. transformatu bat.

- 15.-Z aldagai aleatorioaren banaketa izango da:

  A) Endakatua 1 puntuan.
  B) $p=\frac{1}{2}$ parametroko bitarra.
  C) $p=\frac{3}{4}$ parametroko bitarra.
  D) Kausala.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 16.-Z aldagai aleatorioaren batezbestekoa izango da:

  A) 0
  B) 1
  C) $\frac{1}{2}$
  D) $\frac{3}{4}$
  E) Ez du existitzen.

Hurrengo adierazburua 17 eta 18. galderei dagokie.

Lapurketak murrizteko asmotan, enpresa konkretu batek bere langile guztiak gezur detektatzaile batetik pasatzea erabaki du. Jakina da, ordea, detektatzaileak % 10eko kasutan huts egiten duela, bai errudun direnen artean eta baita errugabe direnen artean ere. Detektatzaileak erruduna dela badio, langilea enpresatik kanporatu egiten da. Langileen % 5a lapurketen erruduna dela baldin badakigu,

- 17.-Zein da langile bat kanporatua izateko probabilitatea?

  A) 0.14
  B) 0.90
  C) 0.32
  D) 0.86
  E) Dena gezurrezkoa.

- 18.-Zein da kanporatua izan den langile bat erruduna izateko gutxi gora-beherako probabilitatea?

  A) 0.32
  B) 0.14
  C) 0.86
  D) 0.68
  E) Dena gezurrezkoa.

- 19.-Izan bedi A gertaera "Aitak begi urdinak ditu" eta B gertaera "Semeak begi urdinak ditu". Gainera, honako hau ezagutzen da: $Pr(A \cap B) = 0.05$, $Pr(A \cap B^c) = 0.079$, $Pr(A^c \cap B) = 0.089$ eta $Pr(A^c \cap B^c) = 0.782$. Orduan, $Pr(B/A)$ probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.3597
  B) 0.3876
  C) 0.0581
  D) 0.1
  E) Dena gezurrezkoa.

- 20.- Izan bedi X hurrengo banaketa funtzioa duen a.a. bat:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{2} & x = 0 \\ \frac{1}{2} + \frac{x}{2} & 0 < x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

Orduan, $Pr(0 < X < \frac{1}{2})$ probabilitatea izango da:

A) 1/4

B) 1/2

C) 3/4

D) 1

E) Dena gezurrezkoa.

- 21.- X eta Y bi a.a. baldin badira, non $\sigma_X^2 = 9$, $\sigma_Y^2 = 4$ eta $Koer(X,Y) = \rho_{XY} = -\frac{1}{6}$ diren, orduan $Bar(X - 3Y + 4)$-k hurrengo balioa izango du:

A) 51

B) 45

C) 21

D) 44

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 22 eta 23. galderei dagokie.

A, B eta C hiru gaztek kristalezko lehio batera harriak jaurtikitzen dituzte. A gazteak 10 aldiz jaurtikitzen du eta jaurtiketa bakoitzean kristala jotzeko probabilitatea 0.30ekoa da. B gazteak 15 bider jaurtikitzen du eta jaurtiketa bakoitzean kristala jotzeko probabilitatea 0.20koa da. C gazteak 20 aldiz jaurtikitzen du eta bakoitzean kristala jotzeko probabilitatea 0.10ekoa da.

- 22.-Kristala jotzen den batezbesteko zenbakia izango da:

A) 6

B) 8

C) 3

D) 5

E) Dena gezurrezkoa.

- 23.-Kristala jotzen den zenbakiaren bariantza izango da:

A) 4.50

B) 3.90

C) 6.30

D) 2.40

E) Dena gezurrezkoa.

• 24.-Izan bedi X, Y a.a. bikoitza non batezbestekoen bektorea $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ eta kobariantza-matrizea $C = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}$ diren. $Z = \left(2X - \frac{Y}{2}\right)$ aldagai aleatorioak hurrengo batezbestekoa eta bariantza izango ditu hurrenez hurren:

A) 7 eta 20

B) 13 eta 20

C) 7 eta 18

D) 13 eta 18

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 25 eta 26. galderei dagokie.

Hegazkin konpainia batek A eta B hirien artean egiten du bere ibilbidea. Hegaldi bakoitzeko txartel eskaera Normala da non $m = 160$ eta $\sigma = 20$ diren. Ibilbide hori egiten duen hegazkinak 200 jezarleku ditu.

• 25.-Hegaldi horretan gutxienez 150 txartel saltzen badira konpainiak dirua ez duela galtzen uste du. Zein izango da hegaldi horretan dirurik ez galtzeko probabilitatea?

A) 0.6915

B) 0.3085

C) 0

D) 1

E) Dena gezurrezkoa.

• 26.-Konpainiak hegaldien % 20an azafata kopurua murriztea erabakitzen du. Erabaki honek bidaiari gutxi dituen hegaldiei eragingo die. Zein izango da bidaiari kopuru maximoa, kopuru horren azpitik konpainiak erabaki hori hartuko duelarik?

A) 160

B) 177

C) 150

D) 200

E) 144

Hurrengo adierazburua 27tik 30era doazen galderei dagokie.

X a.a. baten dentsitate funtzioa hurrengoa da:

$$f(x) = \frac{e^{\frac{-x^2}{4}}}{\sqrt{4\pi}} \qquad -\infty < x < \infty$$

- 27.-X aldagaiaren probabilitate banaketa izango da:

  A) $N(m = 0, \sigma^2 = 2)$
  B) $N(m = 0, \sigma^2 = 4)$
  C) $\chi^2_{(2)}$
  D) $t_{(2)}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 28.-$Z = \frac{X+7}{\sqrt{2}}$ aldagai aleatorioaren batezbestekoa izango da:

  A) 0
  B) 7/2
  C) $7/\sqrt{2}$
  D) 7
  E) Dena gezurrezkoa.

- 29.-$Z = \frac{X+7}{\sqrt{2}}$ aldagai aleatorioaren bariantza izango da:

  A) 1
  B) 1/2
  C) $1/\sqrt{2}$
  D) 2
  E) Dena gezurrezkoa.

- 30.-$Z = \frac{X+7}{\sqrt{2}}$ aldagai aleatorioaren funtzio karakteristikoa izango da:

  A) $\psi_Z(u) = e^{\frac{7iu}{\sqrt{2}}} e^{\frac{-u^2}{2}}$
  B) $\psi_Z(u) = e^{\frac{7iu}{\sqrt{2}}} e^{-2u^2}$
  C) $\psi_Z(u) = e^{\frac{-u^2}{2}}$
  D) $\psi_Z(u) = e^{-2u^2}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 31.- A, B eta C edozein hiru gertaera emanik, non $Pr(C) > 0$, $Pr(A \cup B|C)$-ren balioa izango da:

  A) $Pr(A|C) + Pr(B|C) - Pr(A \cap B|C)$
  B) $Pr(A|C) + Pr(B|C) + Pr(A \cap B|C)$
  C) $Pr(A|C) + Pr(B|C)$
  D) $Pr(A|C)Pr(B|C) - Pr(A \cap B|C)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 32.-Izan bitez A eta B bi gertaera independente non $Pr(A) = \frac{1}{3}$ eta $Pr(B) > 0$. $Pr(A \cup B^c|B)$-ren, balioa izango da:

  A) $\frac{1}{3}$
  B) 1
  C) 0
  D) $\frac{2}{3}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 33.-Estatistikarien %80a lotsatia dela jakina da, aldiz, ekonomilarien %15a bakarrik da. Bilera bateko pertsonen artean %90a ekonomilaria eta gainerako %10a estatistikaria, eta bertan pertsona lotsati bat ezagutzen da. Pertsona hori estatistikaria izateko probabilitatea izango da:

  A) 0.372
  B) 0.512
  C) 0.917
  D) 0.714
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 34tik 37ra doazen galderei dagokie.

Izan bitez X eta Y a.a. bi, non beraien dentsitate funtzio bateratua honela definitzen den:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{2}y^2 & 0 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 34.- X aldagaiarentzat bazter dentsitate funtzioa izango da:

  A) $f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & 0 \le x \le 2 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$
  B) $f_1(x) = \begin{cases} 3x^2 & 0 \le x \le 2 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$
  C) $f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & 0 \le x \le 2 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

D) $f_1(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 2 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 35.- Y aldagaiarentzat bazter dentsitate funtzioa izango da:

A) $f_2(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}y & 0 \leq y \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

B) $f_2(y) = \begin{cases} 3y^2 & 0 \leq y \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

C $f_2(y) = \begin{cases} 1 & 0 \leq y \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

D) $f_2(y) = \begin{cases} y & 0 \leq y \leq 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 36.-X eta Y aldagaiak independenteak dira?

A) Bai.

B) Ez.

C) Ezin da jakin.

D) Batzutan.

E) Dena gezurrezkoa.

- 37.-$\{X < 1\}$ eta $\{Y \geq \frac{1}{2}\}$ gertaerak izango dira:

A) Bateraezinak.

B) Elkar ukatzaileak.

C) Independenteak.

D) Ezinezkoak.

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 38tik 39ra doazen galderei dagokie.

Prezio baxuko jostailu berrien gama zabal bat merkaturatzen eta fabrikatzen duen enpresa batek, fabrikatzen duen jostailuen %40ak merkatuan gutxienez arrakasta moderatu bat duela aurkitu du.

- 38.-Merkatuan sartzeko 5 jostailu berri egin badira, gutxienez horietariko hiruk arrakasta moderatu bat izateko probabilitatea izango da:

A) 0.3174

B) 0.087

C) 0.9130

D) 0.6826

E) 0.5467

- 39.-Enpresak, garapen prozesuan dauden jostailuentzako, hurrengo merkaturatze prozesurako 60 ideia baditu, eta momentu konkretu batean, 60 jostailuak merkaturatzen badira, gutxienez horietariko 30ak merkatuan arrakasta moderatu bat izateko probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.074

  B) 0.9260

  C) 0.6549

  D) 0.1648

  E) 0.4269

$\boxed{\text{ESTATISTIKA I}}$

GALDERA-SORTEN EMAITZAK

GALDERA-SORTA 1

1: A	11: B	21: D	31: A
2: A	12: A	22: A	32: B
3: C	13: A	23: E	33: B
4: A	14: A	24: D	34: B
5: A	15: A	25: B	35: D
6: A	16: A	26: B	36: A
7: A	17: B	27: A	37: A
8: B	18: D	28: D	38: C
9: B	19: A	29: E	39: A

10: A 20: E 30: D

GALDERA-SORTA 2

1: A	11: E	21: B	31: D
2: A	12: A	22: B	32: C
3: A	13: B	23: A	33: A
4: E	14: B	24: A	34: C
5: C	15: B	25: A	35: C
6: C	16: A	26: A	36: A
7: B	17: D	27: C	37: C
8: A	18: D	28: B	38: B
9: D	19: C	29: A	39: E
10: A	20: B	30: A	

GALDERA-SORTA 3

1: C	11: B	21: A	31: A
2: A	12: D	22: A	32: C
3: A	13: E	23: A	33: C
4: A	14: E	24: B	34: A
5: E	15: B	25: C	35: D
6: C	16: D	26: D	36: A
7: A	17: D	27: A	37: C
8: A	18: C	28: A	38: A
9: B	19: A	29: B	39: A
10: B	20: C	30: E	

GALDERA-SORTA 4

1: C	11: B	21: E	31: B
2: A	12: C	22: B	32: C
3: D	13: A	23: D	33: C
4: A	14: A	24: E	34: A
5: B	15: A	25: A	35: B
6: B	16: C	26: A	36: D
7: A	17: B	27: B	37: A
8: A	18: B	28: B	38: A
9: C	19: B	29: B	39: A
10: A	20: D	30: B	

GALDERA-SORTA 5

1: C	11: A	21: A	31: A
2: B	12: A	22: A	32: C
3: A	13: A	23: B	33: C
4: A	14: C	24: A	34: C
5: B	15: A	25: B	35: A
6: A	16: C	26: A	36: C
7: B	17: B	27: D	37: C
8: A	18: C	28: A	38: A
9: A	19: B	29: A	39: A
10: D	20: C	30: B	

GALDERA-SORTA 6

1: C	11: A	21: B	31: B
2: B	12: A	22: A	32: C
3: B	13: C	23: A	33: D
4: C	14: B	24: A	34: A
5: C	15: D	25: D	35: B
6: A	16: B	26: C	36: C
7: A	17: A	27: A	37: C
8: A	18: B	28: A	38: A
9: A	19: A	29: D	39: C
10: B	20: B	30: B	

GALDERA-SORTA 7

1: A	11: B	21: B	31: A
2: A	12: A	22: A	32: A
3: E	13: C	23: C	33: C
4: A	14: C	24: D	34: D
5: D	15: D	25: A	35: D
6: A	16: A	26: A	36: B
7: E	17: B	27: B	37: A
8: D	18: B	28: B	38: A
9: A	19: B	29: A	39: A
10: A	20: C	30: A	

GALDERA-SORTA 8

1: A	11: A	21: A	31: C
2: D	12: A	22: B	32: A
3: A	13: E	23: A	33: B
4: B	14: B	24: B	34: C
5: A	15: A	25: A	35: B
6: A	16: E	26: D	36: C
7: A	17: B	27: A	37: A
8: A	18: B	28: A	38: A
9: A	19: D	29: C	39: D
10: A	20: C	30: C	

GALDERA-SORTA 9

1: D	11: C	21: A	31: A
2: A	12: A	22: B	32: A
3: A	13: C	23: C	33: A
4: A	14: B	24: A	34: A
5: E	15: C	25: A	35: B
6: A	16: D	26: E	36: A
7: A	17: A	27: A	37: C
8: C	18: A	28: C	38: A
9: C	19: B	29: A	39: A
10: B	20: A	30: A	

$\boxed{\text{ESTATISTIKA II}}$

PROBLEMAK

14. GAIA: Aldagai aleatorioen segiden limiteak

- 1.- Izan bedi X, $p = 1/2$ parametrozko bitar banaketa duen a.a. bat. Froga ezazu hurrengo moduan definitzen den segidak:

$$X_n = \begin{cases} X & n \text{ bikoitia bada} \\ 1 - X & n \text{ bakoitia bada,} \end{cases}$$

banaketan konbergitzen duela baina ez probabilitatean.

- 2.- Izan bedi X_n hurrengo banaketa duten a.a.-ren segida bat:

$P(x_n)$	$1 - 1/n$	$1/n$
x_n	0	n^2

Froga ezazu probabilitatean konbergitzen duela baina ez batezbesteko koadratikoan.

- 3.- Izan bedi X_n, $[0, 1/n]$ tartean banaketa uniformea duten a.a.-ren segida bat; begiratu segidaren konbergentzia banaketan, probabilitatean eta batezbesteko koadratikoan.

- 4.- Izan bedi X_n hurrengo banaketa duten a.a.-ren segida bat:

$P(x_n)$	$1 - 1/n$	$1/n$
x_n	0	1

($p = 1/n$ bitar parametrozko bitar banaketa).

Honela definituta dagoen segidaren konbergentzia begiratu, banaketan, probabilitatean eta batezbesteko koadratikoan.

15-16. GAIAK: Gamma banaketa eta beste batzuk. χ^2, Snedecor-en $\mathcal{F}$ eta Student-en t banaketak

- 1.- Izan bedi X gamma banaketa duen a.a. bat. $m_X = 1$ bada eta $\sigma_X^2 = 2$, zein da zehazki Xen banaketa?

- 2.- $X \in \gamma(a, r)$ dela jakinik, kalkula ezazu $Y = bX$, $(b > 0)$ a.a.-ren banaketa.

- 3.- Izan bedi $X \in \gamma(a, r)$. Eskatzen da $P(X > 2.67)$ eta k balioa kalkulatzea $P(X < k) = 0.95$ izan dadin, hurrengo kasuetan:

  a.– $a = 5 \quad r = 1$

  b.– $a = \frac{1}{2} \quad r = \frac{5}{2}$

- 4.- T zenbaki bat aleatorioki ematen duen mekanismo bat dugu, $-\infty < T < \infty$ izanik. Mekanismo hau dabilen moduan Tren emaitzek banaketa $N(0, 1)$ jarraitzen dute. Hurrengo jokoa proposatzen da: mekanismoa martxan jarri, emaitza ikusi eta T^2 kantitatea kobratzea, eta hau bi aldiz jarraian. Esan zein banaketa jarraitzen duten joko honen irabaziek. Kalkulatu jokoaren irabaziak 0.103 baino handiagoak izateko probabilitatea.

- 5.- Izan bitez X_1, X_2, X_3, X_4 eta X_5 bost a.a. independente hurrengo banaketekin:

$$X_1, X_4 \in N(1, \sigma^2 = 4), \quad X_2, X_5 \in N(2, \sigma^2 = 4), \quad X_3 \in N(-2, \sigma^2 = 4)$$

  a.– Zein da hurrengo a.a.-ren banaketa?

$$Y = (\frac{X_1 - 1}{2})^2 + (\frac{X_2 - 2}{2})^2 + (\frac{X_3 + 2}{2})^2 \qquad Z = \frac{3}{8}\frac{(X_4 - 1)^2 + (X_5 - 2)^2}{Y}$$

$$V = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{X_4 - 1}{\sqrt{Y}}$$

  b.– Kalkulatu:

  i.– $P(1.21 < Y < 11.3)$ **ii.**– $P(Z < 5.46)$ **iii.**– $P(|V| > 4.54)$

  d.– Kalkulatu k-ren balioa hurrengoa izateko:

i.– $P(Y \leq k) = 0.95$ ii.– $P(Z < k) = 0.95$

iii.– $P(|V| > k) = 0.8$

- 6.- Izan bitez X, Y, Z hurrengo banaketa duten a.a. independenteak:

$$X \in N(3, \sigma^2 = 2) \qquad Y \in N(0, \sigma^2 = 1) \qquad Z \in N(0, \sigma^2 = 4)$$

Aurkitu X, Y, Z konbinazio algebraikoak hurrengo banaketak izan ditzaten: χ^2, Snedecor-en $\mathcal{F}$ eta Student-en t, bakoitzaren askatasun graduak adieraziz.

- 7.- Ospitale zehatz batean, gaixo bati kasu egiteko beharrezkoa den denborak (ordutan) banaketa esponentzial bat jarraitzen du $\frac{1}{3}$ batezbestekoz. Ospitalean nahiko jendek lan egiten duenez, gaixoei kasu egiteko denborak independente bezala har ditzakegu. Ospitaleak 100 gela baditu eta hauetariko bakoitzean 4 gaixo badaude:

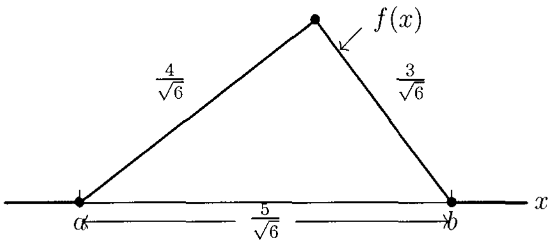
a.– Zein da, ospitale osotik zoriz aukeratutako gaixo bati, 30 minutu baino denbora gutxiagoan kasu egiteko probabilitatea?

b.– Har ezazu X aldagaia: "aipatutako ospitalearen gela bateko lau gaixoei kasu egiteko behar den denbora". Kalkulatu bere batezbestekoa eta bariantza. Zein da bere banaketa?

d.– Badakigu ospitaleko mediku bakoitzak egunero 5 ordu ematen dituela gaixoei kasu egiten. Zenbat mediku behar izango dira egunero, %90eko probabilitateaz ospitaleko gaixo guztiei kasu egiteko?

17.GAIA: Inferentzia: Parametroen estimazioa

- 1.- Izan bedi X hurrengo dentsitate funtzioa duen a.a. bat:



1 tamainuko lagin bat hartzen dugu, bere balioa 0 izanik, estima itzazu a eta b egiantz handiko metodoa jarraituz.

- 2.- Izan bedi X hurrengo probabilitate banaketa duen a.a. diskretu bat:

$P(x)$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2-\theta}{10}$	$\frac{\theta}{10}$	$\frac{6}{10}$
x	1	2	3	4

a.– Zein dira θk har ditzakeen balioak?

b.– L.a.b. batekin hurrengo balioak lortu baditugu:

$$1, 3, 3, 3, 1, 2, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4$$

d.– Zein da θren egiantz handiko estimazioa?

- 3.- Kalkula ezazu θren egiantz handiko estimatzailea, n tamainuko l.a.b. bat dugunean,

$$f(x, \theta) = (1 + \theta)x^{\theta}$$

dentsitate funtzioa duen populazio batetik hartuta.

- 4.- Makina mota bateko piezen bizitza banaketa ezezaguna duen aldagai aleatorio bat da. Hurrengo obserbazioak eman duen lagin bat duzu:

$$8.3, 9.7, 5.9, 4.3, 5.9, 12.1$$

beraien iraupena milaka ordutan adierazten dutelarik. Datu hauen laguntzaz banaketa esponentzial bat egokitzea erabakitzen duzu: ($f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0, \lambda > 0$). Arrazonatuz lortu λ -ren egiantz handiko estimatzailea.

- 5.- Banaketa baten zenbatasun funtzioa hurrengoa da:

$P(x)$	$\frac{5+\theta-\lambda}{12}$	$\frac{3-\theta}{12}$	$\frac{4+\lambda}{12}$
x	3	5	8

Estima itzazu λ eta θ, momentuen bidezko metodoa jarraituz eta hurrengo laginaren bitartez:

$$3, 5, 8, 8, 3, 8$$

- 6.- Badakigu auto garbiketa estazio batera heltzen diren bezero batetik bestera dagoen denbora diferentzia, banaketa esponentzial bat jarraitzen duen X a.a. bat dela, eta bere parametroa $\frac{\mathbf{k}}{60}$ dela, **k** ordu batean estaziora heltzen diren bezeroen batezbestekoa izanik. Estima ezazu **k** egiantz handiko metodoa eta momentuen metodoa erabiliz, hurrengo laginarekin:

$$3', 15', 15', 20', 7'$$

Emaitzak konparatu.

- 7.- Bateria batek jarraian helburu batzuren kontra disparatzen du, helburu guztiak berdinak (distantzia berdin batera eta tamainu berdineko ametralladora abiak), hiri inguratu batean. Handik dagoen "Kasko urdin " aspertu batek, obus batek zurian emateko duen p probabilitatea estimatu nahi du. Hurrengo galderen segidak egiteko modu bat emango dute.

a.– Zein izango da lehenengo tiroan asmatzeko probabilitatea? Bigarrenean (lehenengoan ez dela asmatu suposatzen da)? Hirugarrenean? n-garrenean?

b.– Helburu bat 13. tiroan asmatzen bada, zein izango da p-ren egiantz handiko estimazioa? Erabili a) galderaren erantzuna.

d.– 13 tiro behar izan dituen helburua suntsitu eta gero , "Kasko urdinak" beste helburu bi berdinen suntsiketan pentsatzen du, 22 eta 14 tiro behar izanik hurrenez hurren. Zein izango zen p-ren egiantz handiko estimazio berria metatutako informazio guztia erabiliz?

- 8.- Izan bedi X hurrengo dentsitate funtzioa duen a.a. bat:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{b}x & x \in [0,b] \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

a.– $f(x)$ dentsitate funtzio bat izan dadin, b-ren funtzioan a-ren balioa zehaztu.

b.– $1, 2, 5$, balioak eman dituen aurreko banaketaren $n = 3$ tamainuko l.a.b. bat lortzen bada, zein izango da b-ren egiantz handiko estimatzailea?

d.– Zein izango da, lagin berdinarentzat, b-ren momentuzko estimatzailea? Kasu honentzat estimatzaile egokia iruditzen zaizu? Arrazonatu erantzuna.

18. GAIA: Estimatzaileen propietateak

- 1.- Suposa dezagun X a.a. bat, bere m batezbesteko balioa ezezaguna delarik eta estimatu egin nahi duguna. Lehenengo bi momentuek existitzen dutela suposatzen da.

  a.– Eraiki m-ren estimatzaile alboragabe bat, n tamainuko lagin batekin.

  b.– Lortu bere bariantza, X a.a.-ren bariantzaren (σ^2) funtzioan idatzia.

  d.– σ^2 eta n-ren funtziopean, lortu estimatzailea eta m-ren arteko distantzia h baino handiagoa izateko probabilitate kota bat, h aurrez finkatutako edozein zenbaki positibo izanik.

  e.– Zer gertatzen da n infiniturantz doanean?

  f.– Estimatzailea tinkoa da? Galdera honek ba ahal du erlaziorik aurrekoarekin?

- 2.- Izan bedi X, $(0, \theta)$ tartean uniformeki banandua dagoen a.a. bat. Izan bedi (X_1, X_2, X_3, X_4), Xen balioen l.a.b. bat. Hurrengo estimatzailea hartzen dugu kontutan:

$$\theta^* = k\frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{4}$$

  a.– θ eta k-ren funtzioan idatzia, zein da θ^*ren bariantza?

  b.– Zein izan behar da k-ren balioa, θ^* alboragabea izan dadin?

- 3.- Populazio normal $N(\alpha, 1)$ batetik , 2 tamainuko l.a.b. bat lortzen da, (X_1, X_2). Hurrengo estimatzaileak hartzen ditugu kontutan:

$$\alpha^* = \frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2$$

$$\alpha^{**} = \frac{2}{5}X_1 + \frac{4}{5}X_2$$

  a.– Estimatzaile alboragabeak dira?

  b.– Zein dira beraien bariantzak?

  d.– X_1 eta X_2 bakarrik erabiliz, lor al dezakegu estimatzaile alboragabea eta α^*-k baino bariantza txikiagoa duena? Baietz erantzuten baduzu, eman esaten duzuna frogatzen duen adibide bat. Ezetz erantzuten baduzu, azaldu zergatik.

  (*Laguntza*: erabili Cramer-Rao-ren teorema).

- 4.- Bedi $X_1, X_2, \cdots, X_n$ hurrengo dentsitate funtzioa duen talde batetik hartutako l.a.b. bat.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}} & x > 0 \text{ denean} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

$Z = \dfrac{\theta}{(2n\overline{X})}$ bada, orduan $E\left[Z^k\right] = \dfrac{(n-k-1)!}{2^k(n-1)!}$ dela dakigu.
$U = \dfrac{1}{\overline{X}}$, $\dfrac{1}{\theta}$ren estimatzailetzat erabiltzen badugu,

a.– U, $\frac{1}{\theta}$-ren estimatzaile alboragabea da?(Laguntza: ikusi U eta Zren arteko erlazioa).

b.– Zein da bere bariantza?

d.– U, $\frac{1}{\theta}$ren estimatzaile tinkoa da?

e.– Kalkula ezazu bere Batezbesteko Errore Koadratikoa.

- 5.-Bitez $X_1, X_2, \cdots, X_n$ hurrengo dentsitate funtzioa duen talde batetik lortutako l.a.b. bat:

$$f(x,\theta) = \begin{cases} \theta^2 x e^{-x\theta} & x > 0,\, \theta > 0 \text{ bada;} \\ 0 & \text{beste kasuetan.} \end{cases}$$

a.– Kalkula ezazu θren estimatzailea momentuen metodoaz.

b.– Kalkula ezazu θren estimatzailea egiantz handienen metodoaz.

d.– $Bar(X) = \frac{2}{\theta^2}$ bada, orduan aurki ezazu Cramer-Rao-ren kota θren estimatzaile alboragabe eta erregular batentzat n tamainuko lagin aleatorio bakuna erabiliz.

Laguntzak:

1) $\int_0^\infty \theta^2 x^2 e^{-x\theta}dx = \int_0^\infty 2\theta x e^{-x\theta}dx$ eta $\int_0^\infty x\theta e^{-x\theta}dx = \frac{1}{\theta}$.

2) Konturatu zaitez i) atalean behar duzun integrala 1) laguntzan eginda dagoela.

3) Gogora ezazu estimatzaile alboragabe eta erregularren Cramer-Rao-ren kota hurrengoa dela:

$$\frac{1}{nE\left[\frac{\partial \log f(x,\theta)}{\partial \theta}\right]^2}$$

- 6.- Izan bedi X a.a., hurrengo itxura duen dentsitate funtzioaz:

$$f(x,\theta) = ax^{-(\frac{1}{\theta}+1)}, \quad x \geq 1, \theta > 0$$

a.– $f(x,\theta)$ benetako dentsitate funtzio bat izan dadin, zehaztu a-ren balioa θren funtzioan.

b.– Kalkula ezazu $E(X)$ eta $Bar(X)$. θren zein baliorentzat existitzen dute momentu hauek?

d.– Banaketa horren n tamainuko l.a.b. batean oinarrituz, zein izango litzateke θrentzat egiantz handienen estimatzailea?

e.– Estimatzaile hori alboragabea dela eta $\frac{\theta^2}{n}$ bariantza duela esaten badigute, tinkoa dela esango zenuke? Arrazonatu zure erantzuna.

- 7.- Bedi X batezbestekoa estimatu nahi den eta $N(m,\sigma^2=4)$ banaketa duen a.a. bat. Horretarako n tamainuko l.a.b. bat hartzen da eta hurrengo estimatzaileak proposatzen dira:

$$\hat{m}_1 = \frac{3X_3 + 3X_6 + 3X_9 + \cdots + 3X_n}{n}$$

$$\hat{m}_2 = \frac{2X_2 + 2X_4 + 2X_6 + \cdots + 2X_n}{n}$$

(n, 2 eta 3 zenbakien multiploa dela suposatzen da)

a.– Estimatzaile biak alboragabeak dira?

b.– Lortu estimatzaile bien bariantzak.

d.– Estimatzaile tinkoak dira?

e.– Kontsideratutako estimatzaile bietatik bariantza txikiena duen estimatzailearen efizientzia zehaztu. Estimatzaile efizientea da?

Laguntza: $\hat{\theta}$, estimatzaile erregular eta alboragabe baten Cramer-Rao-ren kota hurrengoa da: $L_c = \dfrac{1}{nE\left[\frac{\partial \ln f(x,\theta)}{\partial\theta}\right]^2}$

19. GAIA: Inferentzia: Hipotesi kontrasteak

- 1.- Zaku batean 100 azal daude (50 zuri eta 50 gorri), eta hauetatik 10ek sari bat dute (9 zurik eta gorri batek). Azal bat zoriz ateratzen da eta saritua dagoen ala ez kontrastatzeko hurrengo araua jarraitzen da: saritua dagoen hipotesi hutsa baztertzen da, azala gorria denean. Aurkitu frogaren esangura maila eta potentzia.

- 2.- $\sigma^2 = 36$ duen populazio normal batean $H_0 : m = 5$ hipotesi hutsa kontrastatu nahi dugu, $H_a : m = 4$ hipotesi alternatiboaren aurka. Horretarako $n = 9$ tamainuko l.a.b. bat hartu dugu eta laginaren batezbestekoa estatistikotzat hartzen dugu. Bi proba desberdin hartzen ditugu kontutan: $EK_1 = (-\infty, 2.4)$ eta $EK_2 = (3.08, 3.76)$. Aurkitu:

  a.– Proba bien esangura maila.

  b.– Aurkitu potentziak eta irudikatu kurba karakteristikoak.

  d.– Arrazonatuz, esan proba bietatik zein aukeratuko zenukeen.

- 3.- $(0, \theta)$ tartean definiturik dagoen banaketa uniforme batetik, 1 tamainuko l.a.b. bat hartzen dugu eta $H_0 : \theta = 2$ hipotesi hutsa kontrastatu nahi dugu, $H_a : \theta \neq 2$ hipotesiaren aurka. Horretarako hurrengo araua jarraitzen dugu: H_0 baztertu, $X_1 \notin (0.1, 1.9)$ denean. Kalkula ezazu probaren esangura maila eta II. motako errorearen probabilitatea $\theta_a = 2.5$ denean.

- 4.- Produktu bat dugu eta hau, "300 gr. neto" jartzen duen potetan ontziratzen da. Ontziratzea, prozesu automatiko bat jarraituz egiten da eta ondo dagoenean, ateratzen diren poteen pisua normalki bananduko da, $N(300, \sigma^2 = 25)$ banaketarekin. Prozesua ondo dagoen ala ez kontrastatzeko, 25 potetako l.a.b. bat hartzen da eta prozesua gelditu egiten da $\overline{X} < 300 - k$ edo $\overline{X} > 300 + k$ denean. Eskatzen da:

  a.– Aurkitu k, prozesua behar ez den bezala gelditzeko probabilitatea 0.001ekoa izan dadin.

  b.– Aurreko atalean aurkitu duzun k balorearentzat, prozesua ez gelditzeko dagoen probabilitatea kalkula ezazu, nahiz eta prozesua desegokitua egon eta 290 gr.ko batezbesteko pisua duten poteak produzitu (bariantza berdina izanik).

- 5.- $(0, \theta)$ tartean banaketa uniformea duen populazio batetik, 2 tamainuko (X_1, X_2) l.a.b. bat ateratzen dugu. $H_0 : \theta \geq 2$ hipotesi hutsa kontrastatu nahi dugu, $H_a : \theta < 2$ hipotesi alternatiboaren aurka, eta hipotesia hutsa batertzea erabakitzen da $X_1 + X_2 \leq 0.5$ denean.

a.– Probaren esangura maila lortu.

b.– $\theta = 1$ batentzako, lortu probaren potentzia. Emaitzak komenta itzazu.

- 6.- X, hurrengo hiru banaketaren batetik datorren a.a. diskretu bat da.

$P_0(x)$	0.10	0.70	0.10	0.10
x	1	2	3	4

$P_1(x)$	0.80	0.05	0.05	0.10
x	1	2	3	4

$P_2(x)$	0.40	0.10	0.25	0.25
x	1	2	3	4

Banaketa sortzailea $P_0(x)$ dela hipotesi hutsa kontrastatzeko, $P_1(x)$ dela hipotesi alternatiboaren aurka, hurrengo prozedura jarraituko bazenu: i) X obserbazio bat hartu. ii) $X = 1$ bada, $P_0(x)$ banaketa sortzaile bezala baztertu iii)Beste kasuetan ($X = 2$, 3, edo 4) $P_0(x)$ banaketa sortzaile bezala onartu.

a.– Zein izango litzateke proba honen potentzia? Eta esangura maila?

b.– Hipotesi alternatiboa $P_2(x)$ izango balitz, $P_1(x)$ren ordez, zein izango litzateke eskualde kritiko egokiena $\alpha = 0.10$ esangura mailarekin?

d.– Kontratatu nahi izango bazenu, $\alpha = 0.20$ batekin, banaketa sortzailea $P_0(x)$ dela, $P_1(x)$ edo $P_2(x)$ direlaren hipotesiaren aurka, zein eskualde kritiko hartuko zenuke?

- 7.- Populazio batetik 1.000 pertsona zoriz aukeratzen dira eta hurrengo karakteristiken arabera sailkatzen dira: gizon - emakume, daltoniko - ez daltoniko. Lortu diren emaitzak hurrengo taulan agertzen dira:

	G	**E**
ED	441	514
D	39	6

Eredu genetiko bat jarraituz, mota bakoitzaren probabilitateak ondorengo taulakoak dira:

	G	E
ED	$\frac{1}{2}p$	$\frac{1}{2}p^2 + pq$
D	$\frac{1}{2}q$	$\frac{1}{2}q^2$

Estima ezazu p egiantz handiko metodoaz eta kontrastatu taula bien komunztadura (konkordantzia), %5eko esangura maila batekin.

- 8.- Hiru eskualdetako bizitza maila ikertzeko, 20, 30 eta 50 familietako laginak hartu dira eta hurrengo emaitzak lortu dira:

	Ez nahikoa	**Nahikoa**	**Totala**
A Eskualdea	15	5	20
B Eskualdea	20	10	30
C Eskualdea	30	20	50
Totala	65	35	100

%10eko esangura maila batekin, kontrastatu hiru eskualdetan errenta nahikoa eta ez nahikoa duten familien banaketa berdina dela.

- 9.- Konpainia batek, korporazio batekin fusionatzeko proposamen bat lantzen du. Administrazio kontseiluak akzionisten iritzia ikertu nahi du, iritzi hau eta bakoitzak duen akzioen kopurua independenteak diren ala ez erabakitzeko. 250 akzionisten l.a.b. batek hurrengo informazioa ematen du:

Akzioen kopurua	**Ados**	**Aurka**	**Zalantzan**
200 baino gutxiago	38	29	9
200 – 1.000	30	42	7
1.000 baino gehiago	32	59	4

Informazio honekin, ba al dago arrazoirik pentsatzeko akzio kopuru konkretu bat izateak fusioari buruz emandako iritzian eragina duela zalantzan jartzeko? Hartu $\alpha = \%5$.

- 10.- 1.000 pieza hartu dira egun bateko produkziotik eta hurrengo emaitzak ematen dituzte:

Makinaren zenbakia	Pieza akastunak	Laginaren piezak
1	14	180
2	19	230
3	16	210
4	14	170
5	17	210
Totala	80	1.000

%2.5eko esangura mailarekin, kontrastatu 5 makinetan dauden pieza akastunen proportzioa estatistikoki berdina dela esan daitekeen, hurrengo bi suposizioak kontutan hartuz:

a.– 5 makinen eguneroko produkzioa nahastuta dago, multzo bakar bat osatuz, eta hortik 1.000 pieza hartu ditugu.

b.– Makina bakoitzaren produkzioak bananduak daude eta bakoitzatik lagin bat hartu dugu 180, 230, 210, 170 eta 210 unitatekoak.

- 11.- Estatuaren bulego batean lan egiten duen ekonomista batek, estatuaren bi hiritako langabeziaren proportzioa desberdina den erabaki nahi du. Horretarako hiri bakoitzean bi lagin hartzen ditu, bakoitza 500 pertsonakoa. Ekonomistak 35 pertsona lanik gabe aurkitzen ditu hiri batean eta 25 bestean. Ba al dago arrazoirik, langabezi proportzioa hiri bietan desberdina dela pentsatzeko? Erabili $\alpha = 0.05$.

- 12.- Bidegurutze gatazkatsu batean elkarren segidako istripuen artean igarotzen den denborak 50 egun batezbestekoz duen banaketa esponentzial bat jarraitzen du. Oraintsu, aipaturiko bidegurutzean istripu larri baten ondoren, agintari arduradunek semaforo baten ezarrera agindu zuten istripuen kopurua txikituko zela baieztatuz, honela istripuen arteko denbora batezbestekoz 200 izango zela pentsatuz. Baieztapen hau kontrastatzeko hurrengo hipotesiak jartzen dira:

  H_0: Segidako istripuen arteko batezbesteko denbora ez da aldatuko semaforoaren ezarketaz.

  H_a: Segidako istripuen arteko batezbesteko denbora 200 egunekoa izango da.

  Eta H_0 baztertzea erabakitzen da hurrengoa betetzen bada: semaforoa ezarri ondoren, gertatutako lehenengo bi istripuen artean igarotako denbora gutxienez 150 egunekoa bada.

  a.– Kalkulatu probaren esangura maila.

  b.– Kalkulatu probaren potentzia.

- 13.- Hurrengo taulak Euskal Autonomi Erkidegoko heriotzak batzen ditu 1991. urtean:

Hilabeteak	**Heriotzak**	**Hilabeteak**	**Heriotzak**
Urtarrila	1.632	Uztaila	1.231
Otsaila	1.475	Abuztua	1.330
Martxoa	1.499	Iraila	1.256
Apirila	1.358	Urria	1.388
Maiatza	1.448	Azaroa	1.380
Ekaina	1.242	Abendua	1.527

Datu hauekin egin ezazu hurrengo hipotesiaren kontrastea H_0 : "Hilkortasuna berdina da urte guztiko hilabeteetan". Ondorengo galderek orientabide bezala balio dute.

a.– H_0 :, Hipotesi nulupean zein izango litzateke urteko hilabete bakoitzean hiltzeko probabilitatea? (Ez hartu kontutan hilabeteen egun kopuruen desberdintasunak).

b.– Zein izango litzateke hipotesi nulupean aurreko galderan, urteko hilabete bakoitzean espero den hildakoen *kopurua* ? Kontutan izan 1991. urtean hildakoen kopurua 16.766 izan dela (taularen hilabeteko datuen batuketa).

d.– $\alpha = 0.05$ esangura maila batekin , uste duzu obserbazioak, hipotesi nulua baztertzeko adina aldentzen direla esperotako balioengandik? (Laguntza: **Ez** da beharrezkoa operazio guztiak egitea . Hilabetez hilabete ikusten baduzu eta kontutan badaukazu zure kontrasteko estatistikoarekin konparatu behar duzun balioa, ikusiko duzu berehala konklusio batera heldu ahal zarela.)

e.– Interpreta itzazu zure emaitzak. Gertatzen dena gertatzeko arrazoiren bat ikusten duzu?

- 14.- Sendagile baten kontsultako itxarote denborak banaketa esponentziala jarraitzen duela kontrastatzeko, 100 gaixoko l.a.b. bat hartu da eta honako erantzunak lortu dira:

  40 gaixok 10 minutu baino gutxiago itxaron dute, 30 gaixok 10etik 20 minutura itxaron dute, 20 gaixok 20tik 30 minutura itxaron dute eta 10 gaixok 30etik 40 minutura itxaron dute.

  Egin ezazu kontrastea $\alpha = 0.05$ esangura mailaz.

  (*Oharra: Kalkuluak egiteko, suposa ezazu gaixo bakoitzaren itxarote denbora, dagokion denbora tartearen erdiko puntua dela.*)

- 15.- Lekale kutxak betetzen dituen makina batek, zuzen dabilenean, 368 gr batezbestekoz eta 30 gr desbidazio tipikoz banaketa normala jarraitzen duen kantitate bat ipintzen du. Produkzio arduradunak, ipinitako lekalen batezbesteko kantitatea 368 gr baino txikiagoa dela nabaria bada, prozesua gelditu egiten du. 25 kutxadun lagin bat aukeratzen du. Makina ondo dabilen hipotesi nulua kontrastatu nahi bada eta I. motako errorea %5ekoa bada:

a.– Lortu erabaki araua.

b.– Kalkulatu probaren potentzia eta II. motako errorearen probabilitatea, kutxan ipinitako lekalen batezbesteko kantitatea 360 gramokoa bada.

d.– Esangura maila mantenduz, 360 gramoko kantitatea ipintzen denean, %10eko II. motako errorea nahi bada, zein izango da laginaren beharrezko tamainua eta eskualde kritiko berria?

- 16.- Tamainu oso txikiko arrainen esplotazioa ekiditeko neurri bat, sare-mailaren tamainu minimoa zein den legalki ezartzea da. Iparraldeko Itsasoko sektore handietan, sare-maila horren tamainu minimoa 80 mm-tan finkatzen da (txikiagoak egon daitezke indibidualki, baina batezbestekoz esandakoa da).

Europako Komisioaren arautegi batek normatiba horren betetzea kontrolatzeko hurrengoa ezarri du: "...bustitako sare baten sare poltsan jarraiak ez diren 20 sare-maila neurtuko dira, emaitzen batezbestekoak kalkulatuz." Batezbesteko hori, ezarritako 80 mm-ko minimoa baino txikiagoa bada, itsasuntziak arau-haustea egiten duela kontsideratuko da.

Sare-mailen tamainua normalki banatzen dela suposa daiteke, 3 mm-ko desbidazio tipikoaz.

a.– Zein izango da sare-mailek batezbestekoz 78 mm duten eta beraz, araua betetzen ez duen sareak dituen itsasuntzi batek kontrola pasatzeko probabilitatea?

b.– Zein izango da batezbestekoz 82 mm-ko sare-maila duen itsasuntzi bat arau-haustaile deklaratua izateko gutxi gora-beherazko probabilitatea?

d.– Zein da legearen mugan (sare-mailaren batezbesteko tamainua 80 mm) dagoen itsasuntzi bat arau-haustaile deklaratua izateko probabilitatea?

e.– Zein izan beharko luke itsasuntzi bat arau-haustaile deklaratzeko erregela, sare-maila legalak dituzten itsasuntziak kontrola "pasatzearen" probabilitatea gutxienez 0.99koa izateko?

20. GAIA: Tartezko estimazioa eta hipotesi testak

- 1.- Autozerbitzu katea baten denda bakoitzeko bezeroen kopurua, normalki banatzen da, populazioaren batezbestekoa $\mu = 5.000$ eta desbidazio tipikoa $\sigma = 500$ izanik. 25 dendako l.a.b. bat aukeratzen bada:

  a.– Zein da, laginaren batezbestekoa 5.075 bezero baino gutxiagokoa izateko probabilitatea?.

  b.– %95eko probabilitatearekin, zein balioren artean egongo da laginaren batezbestekoa?

- 2.- Populazio normal bat dugu, batezbestekoa eta bariantza ezezagunak izanik. 26 tamainuko l.a.b. bat hartzen dugu eta

$$\overline{x} = 1.905 \qquad s^2 = 38.025$$

  lortzen ditugu.

  a.– Kalkula ezazu %95eko konfidantza tartea batezbestekoarentzat.

  b.– $H_0 : m = 2.000$ hipotesi hutsa $H_a : m \neq 2.000$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrasta ezazu, %5eko esangura maila batekin.

  d.– Problema berdina egin ezazu, banaketa normala ez dela suposatuz eta $n = 400$ denean.

- 3.- Bonbila baten iraupenak ordutan batezbesteko ezezagunaz eta 200 desbidazio tipikoz banaketa normal bat duela onar dezakegu . Banaketaren batezbestekoa estimatzeko, 25 bonbiladun l.a.b. bat hartu dugu, eta $\overline{X}$= 1.905 dela atera dugu. %95eko konfidantzaz, kalkula ezazu batezbestekoarentzat tarte bat.

  Egin problema berbera banaketa ezezaguna eta laginaren tamainua 100 izanik.

- 4.- Eraiketa metalikoetan erabilitako pieza konkretu baten produkzioak σ=1 mm-tako desbidazio estandarra duela ikusten da. Produkzioaren batezbestekoarentzat %95eko konfidantza eta 0.3 mm-tako zehaztasuna duen tarte bat eraiki ahal izateko, lagin aleatorio bakun batek izan behar duen elementu kopuruaren behe kota bat zehaztu nahi da hurrengo kasuetan.

  a.– Normaltasuna suposatuz.

  b.– Normaltasuna suposatu gabe.

- 5.- Lore eta landare denda katea batean, marketingeko gerenteak, ezpatabelarren bulboen eskaera handia egongo dela uste du kateko dendetan. Kateko denda guztietan bulboak saltzea errentagarria izango da, salmenten batezbestekoa gutxienez 10.000 pta-koa baldin bada astero. 16 dendako lagin aleatorio bat aukeratzen da eta salmenten batezbestekoa 12.000 pta eta desbidazio tipikoa 25 gertatu dira.

  a.– %1eko esangura mailarekin, errentagarria izango litzateke katearen denda guztietan ezpatabelarren bulboak saltzea?

  b.– Zein suposizio dira beharrezkoak proba hau egiteko?

- 6.- Medikamendu baten unitateen batezbesteko kopurua, poteetan indikatzen diren 10.000 unitatera ez dela heltzen susmatzen da. Medikamendu hau fabrikatzen duen laborategiak edukinaren batezbestekoa 10.000 unitatekoa dela ziurtatzen du. Hau konprobatzeko, zoriz 100 pote hartzen dira, eta bakoitzak duen unitateen kopurua lortu ondoren, lortu zen:

$$\overline{x} = 9.940, \qquad s = 120$$

  a.– Pote bakoitzak dituen unitateen kopurua normalki banatzen dela suposatzen badugu, zer esan dezakegu laborategiko baieztapenari buruz, $\alpha = \%1$ esangura mailarekin?

  b.– Egin problema berdina, banaketa normala ez denean.

- 7.- A enpresak fabrikatzen dituen gutxienez 1/2 kg-ko pisua duten gurin barretan pisuarekiko arauak betetzen dituen kontrastatu nahi du kontsumitzailearen bulegoak, ala zigorra jartzea beharrezkoa den. Horretarako 100 barraz osaturiko l.a.b. bat hartzen du eta 496.2 gr-ko batezbestekoa eta 144 bariantza lortzen ditu. Eskatzen da:

  a.– Zein izango da bulegoaren erabakia %5eko esangura maila batekin?

  b.– Barren pisuaren batezbesteko erreala 495 gr. denean, zein izango da $P(II)$?

  d.– Enpresak lagin berdina erabiliko balu makina ondo dabilen kontrastatzeko, hau da, 500 gr-tako batezbestekoa duten barrak, (ez gehiago ezta gutxiago ere) paketatzen dituen kontrastatzeko, zein izango litzateke bere erabakia, esangura maila berdinarekin?

- 8.- A eta B bi tratamendu desberdin erabili dira ur baten sedimentazio abiadura ikusteko. %5eko esangura maila batekin, batezbestekoak berdinak diren ala ez kontrastatu nahi dugu, eta horretarako bi l.a.b. hartu ditugu:

  A tratamendua 20 bider esperimentatu da eta $\overline{x} = 22.91$ eman du.

  B tratamendua 40 bider egin da eta $\overline{y} = 23.12$ eman du.

Sedimentazio abiadurak lege normalak jarraituz banatzen direla onartzen dugu.

a.– Egin kontrastea $\sigma_A^2 = 0.28$ eta $\sigma_B^2 = 0.31$ ezagunak direnean.

b.– Orain bariantzak ezezagunak direla suposatu eta $S^2 = 0.28$ eta $S^2 = 0.31$ estimatu ditugu.

- 9.- Lantze bateko landareen diametroak lege normal bat jarraitzen duela onartzen da. Bariantza estimatzeko 25 landare hartu dira $s^2 = 0.36$ emanez. Eskatzen da:

a.– %95eko konfidantza duen tartea populazioaren bariantzarentzat.

b.– %5eko esangura maila batekin, kontrasta ezazu bariantza 0.4koa izan daitekeen.

d.– Aurreko atalak berriro egin, orain banaketa normala ez dela eta laginaren tamainua 400 dela suposatuz.

- 10.- Araba, Burgos eta Cordobako aste bateko errentek, lege normal bat jarraitzen dutela suposatzen dugu. 31 langileren l.a.b. bat hartzen dugu herrialde bakoitzean eta hurrengo emaitzak lortzen dira:

$$\begin{array}{lll} A: & \overline{x} = 6.000 & s = 700 \\ B: & \overline{x} = 4.400 & s = 500 \\ C: & \overline{x} = 4.000 & s = 400 \end{array}$$

Eskatzen da:

a.– α = %10eko esangura mailarekin, kontrastatu bariantza berdinen hipotesia, beste edozein hipotesi alternatiboren aurka.

b.– Aurreko emaitzak kontutan hartuz, egiaztatu batezbesteko berdinen hipotesia, bariantza berdinak suposatu diren kasuetan, α = %5 izanik.

- 11.- Izar konkretu baten θ dindirak balio ezezagun bat du eta hurrengo hipotesi bakunak kontrastatu nahi dira: $H_0 : \theta = 0$, $H_a : \theta = 10$ hipotesi alternatiboaren aurka.

Estatistikariak badaki θ neurtzera doanean behatokira, 0.5eko probabilitate bat existitzen dela baldintza meteorologiko onak izateko eta X neurketa lortu ahal izateko, Xen banaketa normala izanez θ batezbestekoz eta 1 bariantzaz. Gainera, badaki 0.5eko probabilitatea existitzen dela baldintza meteorologiko txarrak izateko eta Y neurketa bat lortzeko banaketa normal batez θ batezbestekoz eta 100 bariantzaz.

Obserbazio bakar bat badauka:

a.– Kalkula ezazu kontrastea egiteko α = %5eko tamainuko eskualde kritiko egokia, obserbazioa baldintza meteorologiko onetan neurtua izan dela jakinik.

b.– Kalkula ezazu kontrastea egiteko α = %5eko tamainuko eskualde kritiko egokia, baldintza meteorologiko txarretan lortutako obserbazio batetik abiatuz.

d.– Kalkula ezazu proba biren potentzia.

- 12.- Izan bedi $X_1, \cdots, X_n$, $N(m = \theta, \sigma^2 = \theta^2)$ banaketaren n tamainuko l.a.b. bat. Lor ezazu arrazonatuz eta pauso bakoitza justifikatuz θ parametroaren $(1 - \alpha)$ konfidantza tarte bat.

- 13.- $N(m_1, \sigma_1^2)$ banaketa normal batetik lortutako 3ko tamainuko l.a.b. bat hartu da, non 2, -2 eta -3 balioak lortu diren. Independenteki, $N(m_2, \sigma_2^2)$ banaketa normal batetik hartutako 4ko tamainuko beste l.a.b. bat hartu da, 3, -1, 4 eta 2 balioak lortuz.

  a.– Lor ezazu $\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)$rentzat %90eko konfidantza tartea.

  b.– Kontrasta ezazu $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ hipotesi nulua, $H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ hipotesiaren aurka α = %10eko esangura mailaz.

- 14.- "El Pais"-en oraintsu agertutako ("Wall Street-en tiroak zurira" tituludun) artikulu batean, inbertsioak aukeratzerako bi prozeduraz lortutako igarpenak konparatzen ziren. "Igarpenaz" ulertzen da, aurrez jarritako epe batean burtsa titulo baten kotizazioa handiagotzea. Prozedurak hurrengoak ziren: i) Zerrenda batetik tituluak zoriz aukeratu (metaforikoki, zerrendara dardoak jaurtikiz), eta ii) Jakitun talde bati kontsultatu.

  Jakitunek 58 saiakuntzetatik 33 igarpen lortu zituzten eta dardoek 58tik 25 igarpen.

  a.– Demagun zure inbertsioak jakitun taldearen eskuetan uztea pentsatzen ari zarela, baina honela egitea nahi duzu baldin eta jakitunek zorizko aukeraketan baino *hobeto* egiten duten erabateko ebidentziarik badago. "Erabatekotzat" hurrengoa ulertuko duzu: dardoek gutxienez jakitun taldeak bezain ondo egingo duten kasuan 0.01eko baino txikiago edo berdineko probabilitateaz agertuko litzatekeen ebidentzia bat. Egin ezazu kontraste egokia kasu honentzat.

  b.– Bi inbertsio taldeen (jakitunak eta dardoek erabakitakoak) igarpen eta okerren konposaketaren homogeneitasun kontrastea eta a) ataleko kontrastea berdinak dira? Arrazonatu erantzuna.

- 15.-Ekonomian lizentziatutako emakume eta gizonak lanerako bereiztezinak direla eta gutxi gora-behera emakume eta gizonezko lizentziatuen kopuruak berdinak direla jakina da.

Enpresa konkretu batean 60 langileko lagin aleatorio bakun bat hartu da, 38 gizonezkoak eta 22 emakumezkoak izanik eta gizonezko bat kontratatzeko probabilitatea emakumezko bat kontratatzeko baino handiagoa den aztertu nahi da.

a.– Kontratatzeko probabilitatea sexu bietan berdina izatea hipotesi nulu bezala izanik, jarri kontraste egokiena eta kontrasta ezazu aipatutako hipotesia $\alpha =$ %5eko esangura mailaz.

b.– Beste enpresa batean 70 langileko beste lagin bat hartu da, 38 gizonezkoak eta 32 emakumezkoak izanik. Enpresa bietako kontratazio politika berdina den hipotesia kontrasta ezazu, $\alpha =$ %5eko esangura mailaz.

d.– Orain kontsidera ezazu enpresa bakar baten moduan aurreko bien artean osatutako enpresa. Kontratatuen totalarekiko emakumeen proportzioaren %90eko konfidantza tartea kalkula ezazu.

• 16.- Produktu kosmetiko konkretu bat saltzen duen enpresa batek herri desberdinetan bananduta ditu dendak. Aipatutako enpresak uste du hilero saldutako produktu horren unitate kopuruak probintzien hiriburuetako dendetan (I. mota) eta hiriburutik kanpo dauden dendetan (II. mota) saldutako kopuruak desberdinak direla. Aipatutako ustea frogatzeko bi denda moten l.a.b.ak hartzen ditu, tamainuak $n_1 = 11$ eta $n_2 = 9$ izanik hurrenez hurren, hurrengo emaitzak lortuz: $\overline{x}_1 = 1.045$, $s_1^2 = 100$, $\overline{x}_2 = 1.025$, $s_2^2 = 81$.

Demagun denda desberdinetan saldutako unitate kopuruak elkarrekiko independenteak direla eta banaketa normalak jarraitzen dituztela bariantza berdinaz.

a.– Bi aldagaien batezbestekoen diferentziarentzat, 0.95eko konfidantza tartea lortu.

b.– $\alpha = 0.05$eko esangura mailaz, batezbesteko biak berdinak diren hipotesi nulua kontrasta ezazu desberdinak diren hipotesi alternatiboaren aurka.

d.– Ezberdintasunik egotekotan, probintzietako hiriburuetako dendak batezbesteko handiena dutenak izango direla susmatzen da. Susmo hori baieztatzeko, $\alpha = 0.05$eko esangura mailaz, $H_0 : m_1 = m_2$ hipotesi nulua $H_a : m_1 > m_2$ hipotesi alternatiboaren aurkako kontrastea egin ezazu.

21. GAIA: Poissonen banaketa

- 1.- Periodo punta baten minutu bakoitzean, zerbitzu baten eske datozen bezeroen kopuruak Poissonen banaketa jarraitzen duela dakigu, $\lambda = 2$ izanez. Periodo hau egunero 10 minutukoa baldin bada, eta denbora guztian zoriaren probabilitatea aldatzen ez bada, kalkula ezazu periodo punta batean 18 pertsona baino gutxiagok zerbitzua eskatzeko dagoen probabilitatea.

- 2.- Hiri bateko kotxeen sarrera, A, B eta C hiru bide batzen diren bide batetik egin behar da.

  Kotxeen sarrerak aleatorioak eta independenteak dira, eta denboraldi batean hurrengo banaketak jarraitzen dituzte:

A bidea:	$\lambda_A = 200$ parametrozko Poissonen banaketa
B bidea:	$\lambda_B = 300$ parametrozko Poissonen banaketa
C bidea:	$\lambda_C = 400$ parametrozko Poissonen banaketa

  Denboraldi batean sarrera honetatik sartzeko ahalmena 950 kotxerena baldin bada, kalkula ezazu herriaren sarreran atasko bat gertatzeko dagoen probabilitatea (atasko bat gertatuko da, sartzeko ahalmena, heltzearena baino txikiagoa denean).

- 3.- Portu batean sartzeko eskaera egiten duten itsasontzien batezbestekoa 9 dela dakigu, eta itsasontzi hauen kopuruak Poissonen banaketa bat jarraitzen duela.

  Portuan sartzeko praktiko baten laguntza behar bada eta honek gehienez 16 itsasontzi sartzen baditu egunean, eskatzen da:

  a.– Egun batean itsasontzi bat baino gehiago sartu gabe geratzeko dagoen probabilitatea.

  b.– Bi egunetan, zehazki 2 itsasontzi sartu gabe geratzeko dagoen probabilitatea.

- 4.- Kalkulatzeko makina elektroniko batean, ordu bakoitzean batezbestekoz bi transistore apurtzen direla jakina da. Transistoreen apurketek Poissonen banaketa bat jarraitzen dute.

  Kalkulatzeko makina ez dabil 7 transistore edo gehiago apurtzen direnean. Zein izango da probabilitatea 3 ordu irauten duen kalkulu bat aurrera eramateko?

- 5.- Enpresa batean, eguneroko lan ausentzien kopuruak $\lambda = 2$ parametroa duen Poisson-en banaketa bat jarraitzen du.

  a.– Zein da 5 lanegun duen aste batean, 3 egun baino gehiagotan 3 pertsona baino gehiago lanera faltatzeko probabilitatea?

  b.– Zein da 3 egunetan lan ausentzien kopurua gutxienez 9 izateko probabilitatea?

  OHARRA: Suposa ezazu, nahiz eta oso egiantzekoa ez izan, egun bakoitzeko lan ausentziak bata bestearengandik independenteak direla.

- 6.- Ehun fabrika batean, ehundegiak aldatu direnez akats batzuk egin dira; gertatu diren akatsen kopuruaren l.a.b. bat hartu dugu, hurrengo emaitzak lortuz:

Akatsen kopurua	**Maiztasunak**
0	32
1	15
2	9
3	4

  $\alpha =$ %5eko esangura maila batekin kontrasta ezazu akatsen kopuruak Poissonen banaketa bat jarraitzen duen hipotesi hutsa.

- 7.- Azkenengo 200 astetan herrialde batean astero dauden manifestapen politikoen maiztasunen banaketa, hurrengo taulan agertzen dena izan da:

Manifestapen kopurua	0	1	2	3	4
Asteak	85	90	10	10	5

  Soziologo batek mantentzen du manifestapen hauek guztiz aleatorio eta independenteki gertatzen direla, hau da, honek esan nahi du beraien asteroko kopuruak Poissonen banaketa jarraitzen duela.

  Kontrasta ezazu estatistikoki hipotesi hau, esangura maila finkatuz.

- 8.- Bide baten zati batean astero hiru istripu gertatu dira. Esperientzia honek, astero gertatzen diren istripuek Poissonen banaketa bat jarraitzen dutela esatea permititzen du, $\lambda = 3$ izanez.

Azken asteetan, bidean eta seinaleetan konponketak egin dira eta hauek bukatu direnetik pasa diren hiru asteetan 1, 4 eta 1 istripu egon dira.

a.– %5eko esangura mailarekin, esan daiteke istripuen kopurua txikiagotu egin dela aurrekoarekin konparatuz?

b.– Zein izango litzateke aurreko kontrastearen potentzia, $\lambda = 2$ izango balitz?

- 9.- Taxi konpainia batek, baldintza ezin hobeetan egunero apurtzen diren kotxeen batezbestekoa ez dela 8 baino gehiago izan behar uste du, eta Poissonen banaketa bat jarraitzen duela. Bere kotxeen kalitatea aztertzeko, egun batean hartutako lagin baten laguntzaz kontraste bat egiten du eta laginak 10 kotxe apurtu direla ematen du.

a.– %5eko esangura mailarekin, esan dezakegu kotxeak baldintza ezin hobeetan daudela?

b.– Kotxe apurtuen batezbesteko erreala $\lambda = 9$ denean, zein da $P(II)$?.

- 10.- Langile batek egunero egiten duen akatsen kopuruak λ parametrodun Poissonen banaketa jarraitzen du. Enpresak egokitzat hartuko du bere lana eguneroko akatsen batezbestekoa 0.8koa baino handiagoa ez bada. Bere lana kontrolatzeko , 5 eguneko lagin bat hartzen dute hurrengo emaitzak aurkituz 1,2,0,1 eta 2 akats.

a.– % 5eko esangura mailarekin kontrastatu bere lana egokia den

b.– Arau hau jarraituz zein izango litzateke batezbestekoz egunean akats bat egiten duen langile baten lana egokiatzat hartzeko probabilitatea?

- 11.- Herrialde batean, urre bilaketari batek astero aurkitzen dituen pipiten kopuruak, Poissonen banaketa bat jarraitzen duela egiaztatu da. Multinazional bat herrialde horretarako urre bilaketariak kontratatzea planteiatzen da, eta errentagarria izango zaiola estimatzen du aurkitzen duten pipiten batezbestekoa 9 edo handiagoa bada. Erabaki bat hartzeko zoriz aukeratutako 4 bilaketariri galdetzen die zenbat pipita aurkitu duten azken astean, beraien erantzunak 3,9,5 eta 4 izanik.

a.– % 5eko esangura mailarekin , kontrasta ezazu errentagarria izango zaion multinazionalari bilaketariak kontratatzea.

b.– Zein izango litzateke , prozedura hau jarraituz, astero 6 pipita batezbestekoz aurkitzen duten bilaketari batzuk baztertzeko probabilitatea?

- 12.- Makina zehatz batean egiten diren akatsen kopuruak Poissonen lege bat jarraitzen duen ala ez aztertu nahi da. Horretarako, 60 makinako l.a.b. bat hartzen dugu, eta hauen akatsak hurrengo taulak ematen dizkigu:

Akatsak:	0	1	2	3	4 edo gehiago
Makinak:	12	18	14	10	6

a.– Kontrasta ezazu %5eko esangura mailaz, planteatutako hipotesia (kalkuluak egiterakoan, 4 akats edo gehiago dituzten makina guztiek, zehazki 4 akats dituztela suposa ezazu).

Aurreko galderan lortutako emaitzan oinarrituz:

b.– Estima ezazu zoriz hartutako makina batek, zehazki, bi akats izatearen probabilitatea.

d.– Har ditzagun mota honetako 100 makina. Zein izango da egiten diren akatsen kopuru osoa 150 baino gehiago ez izateko probabilitatea, gutxi gora-behera?

22. GAIA: Bitar eta binomial banaketak

- 1.- Makina batek ondo dabilenean egiten dituen pieza akastunen proportzioa 0.1ekoa da eta 0.7ra igotzen da ondo ez dagoenean. Makina ondo dagoen kontrastatzeko, 10 piezatako l.a.b. bat hartzen da eta hurrengo araua jarraitzen da: kontrastearen hipotesia baztertzen da, pieza akastunen kopurua 3 edo gehiago denean. Kontraste honen esangura maila eta $P(II)$ eskatzen dira.

- 2.- Fabrika batean produzitzen diren tomate poteen pisuak banaketa normal bat jarraitzen du $m = 500$ eta $\sigma^2 = 225$ gr. izanik. Pote bat ontzat hartzen da bere pisua 475 gr. baino gehiagokoa bada. Kalkula ezazu:

  a.– Pote bat ontzat hartzeko probabilitatea.

  b.– 300 potetako talde batean, gutxienez %95a ontzat hartzeko probabilitatea.

- 3.- Langile batek txarteletan zuloak egiterakoan akats egiteko duen probabilitatea 0.01ekoa da. Ordu bakoitzean 90 txartel zulatzen baditu, kalkula ezazu:

  a.– Ordu batean 88 txartel baino gehiago akatsik gabe zulatzeko probabilitatea.

  b.– 35 lanordutako aste batean, 35 txartel baino gehiago akatsarekin zulatzeko probabilitatea.

- 4.- Bonsai hazi bat landatzerakoan, landare sendo bat lortzeko probabilitatea 0.4koa da.

  a.– 4 hazi landatzen badira, zein da zehazki 2 landare sendo lortzeko probabilitatea? Zein da landare sendo bat baino gehiago lortzeko probabilitatea?

  b.– 100 hazi landatzen badira, zein da 20 landare sendo baino gehiago landatzeko probabilitatea?

- 5.- Produktu baten torlojuen luzaera cm-tan, $(10, 15)$ tartean banatzen da uniformeki, salgaiak $(11, 14)$ tartean daudenak bakarrik izanik. Minutu batean 10 torloju produzitzen direla jakinik,

  a.– Zein da bi minututan 10 baino gehiago baztertzeko probabilitatea?

  b.– Zein da ordu batean 450 baino gehiago onartzeko probabilitatea?

- 6.- Klub bateko administrariak, egunero klubetik 5 bisita egitea erabakitzen du, langile bat bere lanpostuan dagoen ala ez ikusteko.

  Bi hilabeteren ondoren, bere notak hauek dira:

Eguneroko lan ausentziak	**Egunen kopurua**
0	21
1	12
2	10
3	10
4	7

  α = %5eko batekin, lan ausentzien kopuruak, $p = 0.3$ duen banaketa binomial bat jarraitzen duen ala ez kontrasta ezazu.

- 7.- Bi makina ditugu: lehenengoaren produkziotik zoriz 80 pieza hartzen dira, 21 akastunak ateratzen direlarik, eta bigarrenetik 120 ateratzen dira, 43 akastunak izanik.

  Estatistikoki kontrasta ezazu akastunen proportzioak makina bietan berdinak diren ala ez.

- 8.- Enpresa batek, telebistako kanal bat jarri ala ez erabaki behar du. Ekintza hau errentagarria izango da, 3.000 pta hilero kobratuz gero, gutxienez populazioaren %30ak zerbitzua kontratatzen badu. Erabaki bat hartzeko, 100 familia inkestatzen ditu eta hauetatik 28k kanal berria konektatuko luketela, kuota horrekin, esaten dute.

  Zein izango da enpresaren erabakia α = %5eko batekin?

- 9.- Irakasle batek 20 galderatako azterketa bat jartzen du eta erantzunak E (egiazkoa) ala F (faltsua) dira.

  a.– Azterketa gainditzeko gutxienez galderen erdiak ondo egon behar badute, zein da ezer ere ikasi ez duen ikasle batek, azterketa gainditzeko duen probabilitatea?

  b.– Irakasleak, ezer ikasi ez duen ikasleak gutxienez %85eko probabilitatearekin azterketa ez gainditzea lortu nahi badu, zenbat erantzun egoki eskatu beharko ditu?

- 10.- Auditoria konpainiek gehienetan banku baten bezeroen l.a.b. bat aukeratzen dute eta bankuak eman dituen kontu balantzeak baieztatzen dituzte.

Mota honetako konpainia batek, banku eta bezeroen artean besterizkoren (diskrepantzia) bat ematen duten kontuen proportzioa estimatu nahi badu,

a.– %99ko konfidantza batekin, zenbat kontu aukeratu behar dira, laginaren proportzioa, balore errealatik 0.02 unitate baino urrunago ez egoteko?

b.– Bankuak, besterizkoren bat ematen duten kontuen proportzioa %20 koa dela estimatzen badu, eta bezeroen 5.000 kontu aztertzen baditu, zein da 3.800 bezero baino gehiago besterizkorik gabe aurkitzeko probabilitatea?

- 11.- 1984. urtean trafiko istripua jasan zuten 38.737 gidarien artean, badakigu 29.595ek segurtasun gerrikoa zeramatela eta beste 9.142ek ez.

  Segurtasun gerrikoarekin istripua jasan zutenen artean, 5.244 hil ziren, eta segurtasun gerrikorik gabe istripua jasan zutenen artean, 2.730.

  Segurtasun gerrikoa erabiltzen ez denean hiltzeko probabilitatea handiagoa dela kontrasta ezazu %5eko esangura mailarekin.

- 12.- Bankari batek bilete on bat, bilete faltsu batez ordezkatzen du 100 biletetako sorta bakoitzean.

  a.– Indibiduo konkretu bati sorta horretako 20 bilete ematen badizkiote, zein izango da horien artean bilete faltsua ez izateko probabilitatea?

  b.– Bezeroari 20 bilete ematen badizkiote, horietariko bakoitza sorta desberdin batetik, zein izango da bilete faltsurik ez emateko probabilitatea?

  d.– Aurreko galderaren kasuan, zein izango da bezeroak jasoko duen bilete faltsuen batezbesteko kopurua?

  e.– 60 bilete ematen badizkiote, bakoitza sorta desberdin batetik, zein izango litzateke bezeroak lortuko lukeen bilete faltsuen kopuru probableena?

- 13.- 1992ko urtarrilean enpresa batek, bere produktuetatik erosten zen proportzioa estimatzeko, aleatorioki aukeratutako 1.000 pertsonei inkesta bat egin zien, kontsultatuen artean 300 erantzun baiezkoak izanik. Gaur egun kontsumitzaileen artean jarrera aldaketarik badagoen ikusteko aleatorioki aukeratutako 1.200 pertsona inkestatu ditu, 380 produktuaren erosleak direla ikusiz. Eskatzen da:

  a.–%95eko konfidantzaz kontsumitzaileen proportzioa estimatu, 1992ko urtarrilean.

  b.– %5eko esangura mailarekin baieztatu al daiteke kontsumitzaileen jarreran edozein norantzako aldaketa bat egon dela?

- 14.- Zirkunstantzia konkretu batzuetan, *in vitro* ernalketa batek haurdunaldi bat $p = 0.10$ probabilitateaz lortuko du, saialdi bat egin ondoren.

  a.– Zein izango da haurdunaldia ez lortzeko probabilitatea, 8 saialdi egin ondoren?

  b.– Zenbat saialdi egin beharko du emakume batek haurdun geratzeko probabilitatea gutxienez 0.4koa izateko?

23. GAIA: Egiantzen arrazoiaren kontrastea

- 1.- Kalkula ezazu zein den erabili behar dugun laginaren tamainua, $H_0 : X \in N(0,1)$ hipotesi hutsa, $H_a : X \in N(1,1)$ hipotesi alternatiboaren aurka egiantzen arrazoiaren kontrastea eraikitzeko $\alpha = \beta = 0.05$ izan daitezen.

- 2.- Prozesu baten pieza akastunen proportzioa $p = 0.02$ dela kontrastatu nahi dugu, $p = 0.05$ hipotesi alternatiboaren aurka. Diseina ezazu egiantzen arrazoiaren kontraste bat, $\alpha = 0.05$ eta $n = 100$ izan daitezen.

- 3.- Neyman-Pearsonen teorema erabiliz, lortu potentzia maximoa duen kontraste bat, Poissonen banaketan, $H_0 : \lambda = 0.5$ hipotesi hutsa $H_a : \lambda = 1$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatzeko. Erabili $\alpha = 0.05$ eta $n = 10$.

- 4.- Bedi X hurrengo dentsitate funtzioa duen a.a. jarrai bat:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \theta^2(x - \frac{1}{2}) & 0 < x < 1 \text{ eta } |\theta| < 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

Obserbazio bat daukagu eta $H_0 : \theta = 0$ hipotesi nulua, $H_a : \theta = \frac{1}{2}$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi dugu.

a.– Idatz ezazu dentsitate funtzioa H_0 eta H_a-pean hurrenez hurren.

b.– Froga ezazu potentzia maximoa lortzen duen eskualde kritikoa, $X \leq C$ ren itxurakoa dela, C konstante bat izanik (laguntza: Neyman-Pearsonen teorema erabili).

d.– Kontrastearen esangura maila α bada, froga ezazu C konstantearen balioa α dela.

e.– Kalkula ezazu kontrastearen potentzia (α-ren funtziopean).

- 5.- Bedi hurrengo dentsitate funtzioa duen X a.a. bat:

$$f(x,\theta) = \begin{cases} 1 - \frac{\theta}{3} + \theta x^2 & x \in (0,1) \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

θ parametroa ezezaguna izanik. $H_0 : \theta = 1$ hipotesi nulua, $H_a : \theta = -1$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatzea planteatzen da. Horretarako elementu bakar bateko lagin bat hartzen da eta hipotesi nulua baztertzea erabakitzen da $x < 0.25$ denean.

a.– Kalkulatu probaren esangura maila.

b.– Kalkulatu probaren potentzia.

d.– Froga ezazu planteatu den eskualde kritikoaren itxura eta egiantzen arrazoiaren probarekin lortutakoa berdinak direla.

- 6.- Bedi $X_1, X_2, \cdots, X_n$, $N(0, \sigma^2)$ banaketatik lortutako l.a.b. bat. $H_0 : \sigma^2 = 4$ hipotesi nulua, $H_a : \sigma^2 = 16$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi da.

a.– Froga ezazu egiantzen arrazoiaren proba eginez, erabaki araua hipotesi nulua baztertzea izango dela hurrengoa betetzen bada $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \geq c$.

b.– $n = 15$ bada, c-ren balioa zehaztu ezazu $\alpha = 0.05$ izateko.

Laguntza: Gogora ezazu $\frac{X_i^2}{\sigma^2} \in \chi_1^2$, $i = 1, 2, \cdots, n$, $\quad m = 0$ delako.

24. GAIA: Laginketa populazio bukakorretan

- 1.- 75.308 borda dituen probintzia batean, borda bakoitzak dituen abereburuen batezbestekoa estimatzeko, 2.072 bordatako laginketa aleatorio bat egin zen, eta hurrengo emaitzak lortu ziren:

Abereburuak	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bordak	263	42	85	85	98	93	99	108	72	79	81
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	74	58	72	60	46	55	40	61	38	51	44
	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
	21	23	37	21	30	27	18	16	17	15	17
	33	34	35	36	37	38	39	40	>40		
	15	9	4	9	10	8	8	9	54		

Kalkula ezazu:

a.– Populazioaren batezbestekoaren estimatzaile bat, $\widehat{m}$.

b.– $\widehat{m}$-ren bariantzaren estimatzaile bat.

d.– %95eko konfidantza tarte bat populazioaren batezbestekoarentzat.

(Kalkuluak egiterakoan, 40 abereburu baino gehiago dituzten borda guztiek, 40 dutela suposa ezazu).

- 2.- 315 familiako laginketa bat egin ondoren, 15.762 familia dituen populazio batean, hurrengo emaitzak lortu ziren:

	Bere etxea	**Etxe alokatua**
Ur beroa	153	121
Ur beroa ez	10	31

Kalkula ezazu:

a.– Ur beroa duten familien proportzioaren estimatzaile bat eta estimatzailearen errore tipikoa.

b.– Etxe alokatua eta ur beroa duten familien kopuruaren estimazioa eta estimatzailearen errore tipikoa.

d.– %95eko konfidantza tarte bat, ur beroa duten familien kopuruarentzat.

- 3.- Karakteristika konkretu bat duten familien P proportzioa estimatzeko, laginketa bat egin da eta espero da P balioa %20 eta %60 artean egotea. Hurrengo sarrera mota bakoitzean, 3.000$ baino gutxiago, 3.000$tik 8.000$tara eta 8.000$ baino gehiago, dauden familien proportzioak, $P_i \quad i = 1, 2, 3$, ere estimatu dira. Proportzio hauen estimazioak π_i, %65, %25 eta %10 izan dira. n-ren zein balio behar ditugun kalkulatu nahi da, hurrengo balioak estimatzeko l.a.i. baten bidez, errore tipikoa %2koa baino handiagoa izan ez dadin.

a.– P proportzioa.

b.– P_i proportzioak, sarrera mota horientzat.

d.– $P_i - P_j$ proportzio diferentziak, sarrera mota bikote bakoitzaren artean.

- 4.- Lagin batetik hartutako balioak erabiliz, abereburuen batezbesteko balioa eta bere bariantza estimatu nahi dugu. Populazioa 2.072 bordakoa da eta 5 estratutan banandu da, bordaren lur akreen arabera. Estratu bakoitzean dauden borden kopurua eta abereburuen kopuruaren koasidesbidazio tipikoa ezaguna da, zentzu bati esker, eta hurrengo taulan azaltzen dira:

Estratuak (akretan) (i)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Borden kopurua (N_i)	635	570	475	303	89
$\dot{\sigma}_i$	4.5	7.3	9.6	12.2	15.8

Aurreko populaziotik 500 bordako 2 lagin desberdin hartzen dira, estratuaren aukeran hurrengo arauak jarraituz:

a.– Egokiera (asignazio) proportzionala.

b.– Egokiera n-optimoa.

Aurreko bi metodoentzat kalkula ezazu estratu bakoitzean kontutan hartu behar diren borden kopurua.

- 5.- Haurtzaroan gaixotasun konkretu bat jasan zuten adin talde bateko pertsonen p proportzioa jakin nahi dugu. Beste informazio iturri baten faltan, inkesta zuzenaz baliatzen gara. Ematen dituzten erantzunak zuzenak direla suposatuko dugu (ez dago ahanzkortasunik ezta ezkutatu nahirik ere).

  a.– Ikertutako populazioa $N = 5.000$ pertsonaz osatuta badago, laginketa aleatorio bakuna eginez, zein n kopuruari inkestatu beharko zaio, ± 0.03 errorea eta 0.95eko konfidantzarekin p estimatzeko?

  b.– n pertsonako birjarpenik gabeko laginketa aleatorioa egingo bagenu, zenbateko irabazia lortuko genuke errorearen margenean?

- 6.- Herri batean pintxoen produkzio eta etxera banatze negozio bat ezartzea pentsatzen da. Oso desberdinak diren bi motako bezeroak izango direla pentsatzen da: familiak eta establezimentu publikoak. Herrian 28.000 familia eta 2.000 establezimentu publiko daude. Eskaera posiblea ikertzeko lagin bat hartu da.

  a.– Zerbitzua eskatuko duten bezeroen proportzioa ikertzeko, %3ko errore maximoa eta %95eko konfidantzarekin l.a.i egin bada, zein izango da laginaren tamainu minimoa?

  b.– Erabiltzaileko batezbesteko eskaera ikertzeko, geruzatzeak abantailarik izango luke? Erantzuna baiezkoa bada, nola egongo lirateke definituta geruzak?

  d.– a) atalean lortutako laginaren tamainua erabiltzen bada asignazio proportzionaleko laginketa geruzatuan, zein izango da estratu bakoitzaren tamainua kontsumitzaileko batezbesteko eskaera estimatzeko?

  e.– Aurreko ataleko erantzunak erabiliz, laginako familien batezbesteko eskaera 10 pintxo badira eta establezimentuena 200, zein izango da merkatuko batezbesteko eskaera **totalaren** estimazioa?

$\boxed{\text{ESTATISTIKA II}}$

PROBLEMEN EMAITZAK

14.GAIA: Aldagai aleatorioen segiden limiteak

- 3.- X_n batezbesteko koadratikoan konbergitzen du $X=0$-ra .

- 4.- X_n batezbesteko koadratikoan konbergitzen du $X=0$-ra .

15.GAIA: Gamma banaketa eta beste batzuk.

16.GAIA: χ^2, Snedecor-en $\mathcal{F}$ eta Student-en t

- 1.- $X \in \gamma(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$, hau da, $X \in \chi_1^2$

- 2.- $Y \in \gamma(\frac{a}{b},r)$

- 3.- **a.**– $P(X>2.67)=e^{-13.35}\simeq 0 \quad k=-\frac{\ln 0.05}{5}\simeq 0.6$
  b.– $P(X>2.67)=0.75 \quad k=11.1$

- 4.- $Z=$ Irabaziak $\in \chi_2^2 \qquad P(\text{Irabaziak}>0.103)=0.95$

- 5.- **a.**– $Y\in\chi_3^2 \quad Z=\frac{3}{2}\frac{(\frac{X_4-1}{2})^2+(\frac{X_5-2}{2})^2}{Y}\in\mathcal{F}_{2,3} \quad V\in t_3$
  b.– **i.**– 0.74 **ii.**– 0.9 **iii.**– 0.02
  d.– **i.**– 7.81 **ii.**– 9.55 **iii.**– 0.277

- 6.- **a.**– 0.7768 **b.**– E(Z)=4/3, BAR(Z)=4/9 $Z\in\gamma(3,4)$ **d.**– 29

17.GAIA: Inferentzia. Parametroen estimazioa

- 1.- $a=\frac{-16}{5\sqrt{6}} \qquad b=\frac{9}{5\sqrt{6}}$

- 2.- **a.**– $0\le\theta\le 2$ **b.**– $\hat{\theta}=\frac{3}{2}$

- 3.- $\hat{\theta}=-1-\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}$

- 4.- $\hat{\lambda}=\frac{6}{46.2}=0.1299.$

- 5.- $\hat{\lambda} = 2 \qquad \hat{\theta} = 1$

- 6.- $\hat{k} = 5$, metodo biak erabiliz.

- 7.- **a.**– P(Lehen tiraldian asmatu) $= p$,
  P(Bigarren tiraldian asmatu) $= (1-p)p$,
  P(Hirugarren tiraldian asmatu) $= (1-p)^2 p$,
  P(n-garren tiraldian asmatu) $= (1-p)^{n-1} p$
  b.–$\hat{p}_{MV} = \frac{1}{13}$ **d.**–$\hat{p}_{MV} = \frac{3}{49}$

- 8.- **a.**– a=2/b **b.**– b=5 **d.**– b=4, ez da estimatzaile egokia

18.GAIA: Estimatzaileen propietateak

- 1.- **a.**– $\overline{X} = \frac{X_1+\ldots+X_n}{n}$ **b.**– $\sigma^2_{\overline{X}} = \frac{1}{n}\sigma^2_X$
  d.– $P(|\overline{X} - m| \geq h) < \frac{\sigma^2}{h^2 n}$
  e.– $P(|\overline{X} - m| \geq h) \stackrel{n\to\infty}{\longrightarrow} 0$ **f.**– $\overline{X}$ Tinkoa da d.– gatik.

- 2.- **a.**– $\sigma^2_{\theta^*} = \frac{k^2\theta^2}{48}$ **b.**– $k = 2$

- 3.- **a.**– α^* alboragabea da, baina α^{**} ez. **b.**– $\sigma^2_{\alpha^*} = \frac{5}{9} \qquad \sigma^2_{\alpha^{**}} = \frac{4}{5}$
  d.– $\overline{X}$, $\sigma^2_{\overline{X}} = \frac{1}{2}$ delako

- 4.- **a.**– Ez **b.**– $\frac{n^2}{\theta^2(n-1)^2(n-2)}$ **d.**– Bai
  e.– $\frac{1}{\theta^2}[\frac{n^2}{(n-1)^2(n-2)} + \frac{1}{(n-1)^2}]$

- 5.- **a.**– $\hat{\theta}_M = 2/\overline{X}$ **b.**– $\hat{\theta}_{EH} = 2/\overline{X}$ **d.**– $\frac{\theta^2}{2n}$

- 6.- **a.**– a=$\frac{1}{\theta}$ **b.**– E(X)=$\frac{1}{1-\theta}$; $0 < \theta < 1$
  BAR(X)= $\frac{\theta^2}{(1-2\theta)(1-\theta)^2}$; $0 < \theta < 1/2$
  d.– $\hat{\theta}_{mv} = \frac{\sum_{i=1}^n ln x_i}{n}$ **e.**– Bai

- 7.- **a.**– Bai **b.**– $Bar(\hat{m}_1) = 12/n \quad Bar(\hat{m}_2) = 8/n$ **d.**– Bai
  e.– $\hat{m}_2$ ez da efizientea.

19.GAIA: Inferentzia. Hipotesien kontrastea

- 1.- $\alpha = 0.1$ Pot $= 0.54$

- 2.- **a.**– $\alpha_1 = 0.0968$ $\alpha_2 = 0.0991$
  b.– Pot$_1 = 0.2119$ Pot$_2 = 0.1294$
  d.– Lehenengoa hobea da.

- 3.- $\alpha = 0.1$ $P(II) = 0.72$

- 4.- **a.**– $k = 3.3$ **b.**– $P(II) \simeq 0$

- 5.- **a.**– $\alpha = 0.03125$ **b.**– Pot $= 0.125$

- 6.- **a.**– Pot $= 0.80$ $\alpha = 0.10$ **b.**– $\{X = 1\}$
  d.– $\{X = 1 \text{ ó } X = 4\}$

- 7.- $\hat{p}_{MV} = 0.9114$. Ez da baztertzen datuen konkordantzia.

- 8.- Ez da baztertzen homogeneitasun hipotesia.

- 9.- Independentzia hipotesia baztertzen dugu.

- 10.- **a.**– Independentzia kontrastea. Independentzia kontrastea ez da baztertzen, hau da, pieza akastunen proportzioa berdina dela onartzen da.
  b.– Homogeneitasun kontrastea. Homogeneitasun hipotesia ez da baztertzen, hau da, pieza akastunen proportzioa berdina dela onartzen da.

- 11.- Homogeneitasun hipotesia ez da baztertzen, hau da, langabeziaren proportzioak berdinak direla suposa dezakegu.

- 12.- **a.**– $\alpha = 0.049$ **b.**– Pot$= 0.47$

- 13.- **a.**– $p = \frac{1}{12}$
  b.– Hilabete batean espero den hildakoen kopurua = 1397.6
  d.– H_o baztertu, 5 esangura mailaz.

- 14.- H_o baztertu.

- 15.- **a.–** H_o baztertu $\overline{x} \in (-\infty, 358.16)$. **b.–** $P(E_{II}) \simeq 0.6179$, Pot$\simeq$0.3821
  d.– $n \geq 120$, EK=$(-\infty, 363.5)$

- 16.- **a.–** 0.0014 **b.–** 0.0014 **d.–** 1/2
  e.– Eskatutako minimo berria 78.43 mm.

20.GAIA: Tartezko estimazioa eta hipotesi testak

- 1.- **a.–** $\Phi(0.75) = 0.7734$ **b.–** 4.804 eta 5.196 bitartean.

- 2.- **a.–** $I_c = (1824.66, 1985.34)$ **b.–** H_0 baztertzen da.
  d.– $I_c = (1885.89, 1924.11)$ eta H_0 baztertzen da.

- 3.- Banaketa normala: $I_c = (1826.6, 1983.4)$.
  Banaketa ezezaguna: $I_c = (1865.8, 1944.2)$.

- 4.- (0.3 mm-tako zehaztasunaz) **a.–** $n \geq 43$ **b.–** $n \geq 223$

- 5.- **a.–** Errentagarria izango litzateke. **b.–** Normaltasuna suposatu behar dugu.

- 6.- **a.–** Edukinaren batezbestekoa 10.000 unitatekoa dela baztertzen dugu.
  b.– **a.–** kasuan bezala.

- 7.- **a.–** Zigorra ezarri. **b.–** $P(II) \simeq 0.006$ **d.–** Zuzen lan egiten dutela baztertu.

- 8.- Batezbesteko berdinak direnaren hipotesia ez da baztertzen.

- 9.- **a.–** $I_c = (0.2284, 0.7258)$ **b.–** H_0 ez da baztertzen.
  d.– $I_c = (0.3101, 0.4099)$ eta H_0 ez da baztertzen.

- 10.- **a.–** $\sigma_B^2 = \sigma_C^2$ bakarrik onartzen da **b.–** B eta Cren arteko batezbestekoen berdintasuna baztertu egiten da.

- 11.- **a.–** $RC = (3.64, \infty)$ **b.–** $RC = (18.4, \infty)$
  d.– $Pot_1 \approx 1$ $Pot_2 = 0.2005$

- 12.- $Ic_{1-\alpha} = \left(\frac{\overline{x}}{1+t_{\alpha/2}1/\sqrt{n}}, \frac{\overline{x}}{1-t_{\alpha/2}1/\sqrt{n}} \right)$

- 13.- **a.**– (0.3977; 5.3856) **b.**– H_o ez da baztertzen.

- 14.- **a.**– H_o ez da baztertzen. **b.**– Ez.

- 15.- **a.**– H_o baztertu. **b.**– H_o ez baztertu. **d.**– (0.345,0.485)

- 16.- **a.**– $(10.485, 29.515)$ **b.**– H_o baztertu. **d.**– H_o baztertu.

21.GAIA: Poissonen banaketa

- 1.- P(Eskatzen duten pertsonen kopurua $< 18) = 0.2877$

- 2.- $P(\text{Ataskoa}) = 0.0465$

- 3.- **a.**– 0.00532 **b.**– 0.00575

- 4.- P(Kalkulua aurrera eraman) $= 0.6063$

- 5.-**a.**– 0.0018 **b.**– 0.1528

- 6.- Hipotesia ez da baztertzen.

- 7.- Edozein esangura mailarentzat hipotesi nulua baztertu egiten da.

- 8.- **a.**– Ezin dugu baieztatu istripuen kopurua txikiagotu denik.
  b.– Pot $= 0.151205$

- 9.- **a.**– Hipotesia ez da baztertzen. **b.**– $P(II) = 0.926149$

- 10.- **a.**– H_0 ez da baztertzen. **b.**– $p = 0.9318$

- 11.- **a.**– H_0 baztertzen da. **b.**– $p = 0.66$

- 12.- **a.**– H_0 ez da baztertzen. **b.**– 0.2584 **d.**– 0.106

22.GAIA: Bitar eta binomial banaketak

- 1.- $\alpha = 0.0702$ $P(II) = 0.0016$

- 2.- **a.**– $P(\text{Pote onargarria}) \simeq 0.95$
  b.– $P(\text{300 potetik gutxienez 95 onargarriak izango dira}) \simeq 0.6$

- 3.- **a.**– $\simeq 0.772483$ **b.**– $\simeq 0.2358$

- 4.- **a.**– $P(\text{2 landare sendoak}) = 0.3456$
  $P(\text{1 baino gehiago sendoak}) = 0.5248$
  b.– $P(\text{20 baino gehiago sendoak}) \simeq 0.99997$

- 5.-**a.**– $P(\text{10 baino gehiago baztertu}) = 0.1275$
  b.– $P(\text{450 baino gehiago onartu}) \simeq 0$

- 6.- Hipotesia baztertu egiten da.

- 7.- Ez dugu hipotesia baztertzen.

- 8.- Kanala jarri.

- 9.- **a.**– $P(\text{Ikasi gabe gainditu}) = 0.5881$
  b.– 13 erantzun gutxienez eskatu beharko ditu.

- 10.- **a.**– 4.161 kontu aukeratu beharko dira gutxienez.
  b.– $P(\text{3.800 kontu baino gehiago besterizkorik gabe}) \simeq 1$

- 11.- Segurtasun gerrikoa erabiltzen ez denean hiltzeko probabilitatea handiagoa denik ez dugu baztertzen.

- 12.- **a.**– $p = \frac{80}{100}$ **b.**–$p = (0.99)^{20}$ **d.**– 0.2 bilete **e.**– Moda $= 0$

- 13.- **a.**– $I_c = (0.2716, 0.3284)$
  b.– Ezin dugu baieztatu kontsumitzaileen jarrerak aldaketa bat izan duenik.

- 14.- **a.**– $p = 0.4304$ **b.**– $n \geq 5$

23.GAIA: Egiantzen arrazoiaren kontrastea

- 1.- $n \geq 11$
- 2.- Estatistikoa: $Z =$ Akastunen kopurua. $E.K. : [6, \infty)$
- 3.- Estatistikoa: $Z = X_1 + \ldots + X_{10}$ $E.K. : [10, \infty)$
- 4.- **d.**– $c = \alpha$ **e.**– Pot$=\frac{1}{8}\alpha(9-\alpha)$
- 5.- **a.**– 0.1718 **b.**– 0.3281
- 6.- **b.**– c=100

24.GAIA: Laginketa populazio bukakorretan

- 1.- **a.**– $\hat{m} = 12.182$ **b.**– $\hat{\mathrm{Var}}_{\hat{m}} = 0.052$ **d.**– $I_C^{95} = (11.74, 12.63)$
- 2.- **a.**– $\hat{p} = 0.8698$ $s(\hat{p}) = 0.0188$ **b.**– $\hat{N} \simeq 6054$ $s(\hat{N}) \simeq 432$
  d.– $I_C^{95} = (13130, 14290)$
- 3.- **a.**– 625 **b.**– 6250 **d.**– 8750
- 4.- **a.**– $n_1 = 153, n_2 = 138, n_3 = 115, n_4 = 73, n_5 = 21$
  b.– $n_1 = 85, n_2 = 125, n_3 = 137, n_4 = 111, n_5 = 42$
- 5.- **a.**– $n \geq 1.068$ **b.**– Errorea $\simeq$ 0.0266 izango litzateke.
- 6.- **a.**– $n \geq 1.031$ **d.**– $n_1 = 962$, $n_2 = 69$ **e.**– 680.000 pintxo.

ESTATISTIKA II

GALDERA-SORTAK

GALDERA-SORTA 10

- **Hurrengo adierazburua 1etik 3ra doazen galderei dagokie.**

Izan bedi $X_1, X_2, ...X_{64}$ hurrengo dentsitate funtzioa duen banaketa baten l.a.b. bat:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & 1 < x < \infty; \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 1.-Hauetariko aldagai batek 4 baino balio handiagoak lortzeko probabilitatea izango da:

A) $\frac{1}{4}$
B) $\frac{3}{4}$
C) $\frac{1}{16}$
D) $\frac{15}{16}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 2.-Gehienez horietariko 10 aldagaiek, 4 baino balio handiagoak lortzeko probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

A) 0.06
B) 0.25
C) 0.75
D) 0.94
E) Dena gezurrezkoa.

- 3.- Laginean, 4 baino balio handiagoak hartuko duten espero den aldagaien kopurua izango da:

A) 4
B) 8
C) 16
D) 32
E) Dena gezurrezkoa.

- 4.-X a.a. batek $P(X = 1) = P(X = 2)$ izanik, Poisson banaketa bat badu, orduan $P(X = 4)$-ren balioa izango da:

A) Dena gezurrezkoa.
B) 0.2707
C) 0.1465
D) 0.0122
E) 0.0902

- 5.-X a.a. batek 6 batezbestekoz eta 3.6 bariantzaz banaketa binomial bat du, orduan $P(X = 4)$ gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.0074
  B) 0.1268
  C) 0.0306
  D) 0
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 6 eta 7. galderei dagokie.

Egun konkretu batean atleta batek 6 jaurtiketa egiten ditu; jaurtiketen distantziak 58, 69, 62, 55, 64 eta 52 metrokoak dira. Jaurtiketaren distantzia $N(m, \sigma^2)$ banaketa duen X a.a. bat dela suposa daiteke. Aipaturiko laginarentzat lortzen dira:

$$\sum_{i=1}^{6} x_i = 360 \quad \sum_{i=1}^{6} x_i^2 = 21794$$

- 6.-Laginaren batezbesteko eta bariantza estatistikoen gutxi gora-beherazko balioak izango dira:

  A) $\overline{x} = 60,\ s^2 = 32.33$
  B) $\overline{x} = 12,\ s^2 = 50.14$
  C) $\overline{x} = 42.16,\ s^2 = 75.14$
  D) $\overline{x} = 32.16,\ s^2 = 0.14$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 7.-Batezbestekoaren balioarentzako %90eko konfidantza tartea izango da:

  A) $(54.86, 65.14)$
  B) $(57.21, 64.22)$
  C) $(55.14, 67.31)$
  D) $(57.51, 65.71)$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 8tik 11ra doazen galderei dagokie.

Pieza fabrikatzaile batek 20 piezadun loteak bidaltzen dizkie bere bezeroei. Loteko pieza bat akastuna izateko probabilitatea 0.05ekoa da.

- 8.-Loteko espero den pieza akastunen kopurua izango da:

  A) 1

B) 2

C) 3

D) 0.5

E) Dena gezurrezkoa.

- 9.-Lote konkretu batek pieza akastunik ez izateko probabilitatea izango da:

A) 0.0001

B) 0.999

C) 0.5

D) 0.05

E) Dena gezurrezkoa.

- 10.-Hornitzaile honen bezero batek 10 lote jasoko dituela suposatuz, pieza akasgabeko espero den **lote** kopurua izango da:

A) 3.58

B) 6.58

C) 1.58

D) 5.58

E) 2.58

- 11.-10 lotetik pieza akastunik ez izateko probabilitatea izango da :

A) 3.5x10^{-5}

B) 2.9x10^{-4}

C) 4.2x10^{-3}

D) 2.1x10^{-2}

E) 4.7x10^{-2}

Hurrengo adierazburua 12 eta 13. galderei dagokie.

Izan bedi $X_1, ..., X_n$, m batezbestekoz eta σ^2 bariantza ezagunaz a.a. Normal baten n tamainuko l.a.b. bat. $H_0 : m = m_0$ hipotesi nulua, $H_1 : m = m_1$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatzeko, α tamainuko eskualde kritiko egokia izango da:

- 12.- $m_1 > m_0$ denean, izango da:

A) $\overline{X} > m_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_\alpha$

B) $\overline{X} < m_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_\alpha$

C) $\overline{X} > m_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_\alpha$

D) $\overline{X} < m_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_\alpha$

E) Dena gezurrezkoa.

- 13.- $m_1 < m_0$ denean, izango da:

A) $\overline{X} > m_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_\alpha$

B) $\overline{X} < m_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_\alpha$

C) $\overline{X} > m_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_\alpha$

D) $\overline{X} < m_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_\alpha$

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 14 eta 15. galderei dagokie.

Izan bedi $X_1, X_2, ..., X_n$ hurrengo dentsitate funtzioa duen banaketa baten l.a.b. bat:

$$f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1} & 0 < x < 1;\ 0 < \theta < \infty;\text{bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan.} \end{cases}$$

- 14.-Momentuen metodoa erabiliz, θ-ren estimatzailea izango da:

A) $\dfrac{\overline{X}}{1+\overline{X}}$

B) $\dfrac{1-\overline{X}}{\overline{X}}$

C) $\dfrac{\overline{X}}{1-\overline{X}}$

D) $\dfrac{1}{1+\overline{X}}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 15.-θ-ren egiantz handiko estimatzailea izango da:

A) $\dfrac{-1}{log(\prod_{i=1}^{n} X_i)}$

B) $\dfrac{-n}{log(\prod_{i=1}^{n} X_i)}$

C) $\dfrac{-log(\prod_{i=1}^{n} X_i)}{n}$

D) $-log(\prod_{i=1}^{n} X_i)$

E) Dena gezurrezkoa.

- 16.-Izan bedi $X_1, X_2, ..., X_n$, p parametrodun bitar banaketa baten l.a.b. bat. Orduan badakigu $Z = \sum_{i=1}^{n} X_i$, $b(p,n)$-Binomial banaketa bat jarraitzen duela. $Y = \frac{Z}{n}$, definitzen badugu, orduan, $cY(1-Y)$ $\frac{p(1-p)}{n}$-ren estimatzaile alboragabea izateko c-ren balioa izango da :

  A) $\frac{1}{n}$
  B) $\frac{n}{n-1}$
  C) $\frac{1}{n-1}$
  D) $\frac{n-1}{n}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 17.-Izan bedi $X_1, ..., X_n$, λ parametroko Poisson banaketa duen populazio baten l.a.b. bat. $\overline{X} = \frac{1}{n}(X_1 + ... + X_n)$ estatistikoaren banaketa izango da:

  A) λ parametroko Poisson banaketa.
  B) $\frac{\lambda}{n}$ parametroko Poisson banaketa.
  C) λ batezbestekoz Normal banaketa.
  D) n nahiko handia denean, λ batezbestekoz Normal banaketa gutxi gora--behera.
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 18 eta 19. galderei dagokie.

$\hat{\theta}_1$ eta $\hat{\theta}_2$, θ parametroaren bi estimatzaile independente eta alboragabe dira, beraien bariantzak σ_1^2 eta σ_2^2 izanik hurrenez hurren.

- 18.-$0 < a < 1$ izanik, $\hat{\theta} = (1-a)\hat{\theta}_1 + a\hat{\theta}_2$ estimatzailea izango da:

  A) Alboragabea.
  B) a alborapenaz.
  C) $1-a$ alborapenaz.
  D) 1 alborapenaz.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 19.- $\hat{\theta}$ estimatzailearen bariatza **minimizatzen** duen a-ren balioa izango da:

  A) $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2}$
  B) $\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$
  C) $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2+\sigma_2^2}$
  D) $\frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{\sigma_2^2}$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 20tik 22ra doazen galderei dagokie.

Puentinga atsegin duen kirolari batek salto egin aurretik, aukeratu duen soka elastikoa egokia den edo zubiaren altuerarekin konparatuz luzeegia izango den, eta ondorioz, salto eginez gero lurra joko duen erabaki behar du. Hurrengo hipotesiak planteatzen ditu:

H_0 : Soka luzeegia da.

H_a : Sokaren luzera egokia da.

- 20.-Hurrengo egoeretatik zeinek agertzen du lehen motako errorea?

  A) Kirolariak salto egin eta ez du lurra jo.

  B) Kirolariak salto egin eta lurra jo du.

  C) Soka luzeegia dela uste duenez, kirolariak ez du salto egin. Ondoren beste kirolari batek erabili du eta ez du arazorik izan.

  D) Soka luzeegia dela uste duenez, kirolariak ez du salto egin. Egin den ikerketa sakon batek soka luzeegia dela konfirmatu du.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 21.-Hurrengo egoeretatik zeinek agertzen du bigarren motako errorea?

  A) Kirolariak salto egin eta ez du lurra jo.

  B) Kirolariak salto egin eta lurra jo du.

  C) Soka luzeegia dela uste duenez, ez du salto egin. Ondoren beste kirolari batek erabili du eta ez du arazorik izan.

  D) Soka luzeegia dela uste duenez, ez du salto egin. Ikerketa sakon batek soka luzeegia dela konfirmatu du.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 22.-Kirolariaren ikuspegitik bi erroreetatik zein da larriena?

  A) Lehen motako errorea.

  B) Bigarren motako errorea.

  C) Biak larriak dira.

  D) Berdinak dira.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 23.-Izan bitez X_1 eta X_2, λ_1 eta λ_2 parametroko banaketa esponentziala duten aldagai aleatorio independente bi. Aldagai aleatorio esponentzial baten funtzio karakteristikoa $\psi(u) = (1 - \frac{iu}{\lambda})^{-1}$ dela jakinik, $X_1 + X_2$ aldagaiaren banaketa hurrengoa izango da:

  A) $\lambda_1 + \lambda_2$ parametroa duen banaketa esponentziala.

B) λ parametroa duen banaketa esponentziala, non, $\lambda = \lambda_2 = \lambda_1$ den.

C) $\lambda_1 + \lambda_2$ batezbestekoa duen banaketa esponentziala.

D) $\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}$ batezbestekoa duen banaketa esponentziala.

E) Dena gezurrezkoa.

- 24.-Batezbestekoa ezezaguna duen populazio Normal bateko 17 tamainuko l.a.b. bat daukagu. Laginaren batezbestekoa 245 eta laginaren bariantza berriz 36 dira. Batezbestekoaren %90eko konfidantza tartea hurrengoa izango da:

A) (245 ± 2.625)

B) (245 ± 2.46)

C) (245 ± 1.325)

D) (245 ± 1.43)

E) Dena gezurrezkoa.

- 25.-Aurreko galderari dagokionez, eta lagin **berdina** harturik, errorea txikitu daiteke

A) Konfidantza txikituz.

B) Konfidantza handituz.

C) Ezin daiteke. Laginaren tamainua handitu behar da.

D) Laginaren balioak birrordenatuz.

E) Dena gezurrezkoa.

- 26.-Herri konkretu batean, adinaren arabera, politikariei buruzko iritzi oso desberdinak daudela dakigu, baina ez sexuaren arabera. Partidu batera botatuko duen jendearen portzentaia estimatzeko, laginketa egokiena hurrengoa izatea espero da:

A) l.a.b.

B) l.a.i.

C) l.a.i. adinean estratifikatua.

D) m.a.i. sexuan estratifikatua.

E) Dena gezurrezkoa.

- 27.-Oporrak atzerrian pasatzen duten Fakultateko ikasleen portzentaia estimatu nahi da. Fakultate horretan 7.000 ikasle matrikulaturik baldin badaude, %5a gainditzen ez duen erroreaz eta %95eko konfidantzaz estimazioa lortzeko, zein izango da laginaren tamainu minimoa gutxi gora-behera?

A) 266

B) 1.032

C) 876

D) 365

E) 96

Hurrengo adierazburua 28 eta 29. galderei dagokie.

X, p parametroko bitar banaketa duen aldagai aleatorio bat da. Xen 4 obserbazioko l.a.b. bat hartu dugu, eta $H_0 : p = \frac{1}{2}$ hipotesi hutsa, $H_a : p = \frac{3}{4}$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi da. Kontrastearen erabaki araua izango da: H_0 baztertzea, laginean 4 arrakasta lortzen ditugunean.

- 28.-Probaren esangura maila izango da:

A) $\alpha = \frac{1}{256}$
B) $\alpha = \frac{4}{256}$
C) $\alpha = \frac{1}{16}$
D) $\alpha = \frac{1}{4}$
E) Dena gezurrezkoa.

- 29.-Bigarren motako errorearen probabilitatea izango da:

A) $\beta = \frac{175}{256}$
B) $\beta = \frac{75}{256}$
C) $\beta = \frac{25}{256}$
D) $\beta = \frac{150}{256}$
E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 30 eta 31. galderei dagokie.

Izan bedi X, batezbesteko eta bariantza ezezaguneko banaketa Normala duen aldagai aleatorio bat. $\sigma^2 \geq 0.8$ hipotesi hutsa, $\sigma^2 < 0.8$ hipotesi alternatiboaren kontra kontrastatu nahi da. Horretarako 16ko tamainuko l.a.b. bat hartu da eta laginaren bariantza 0.76koa da.

- 30.-$\frac{ns^2}{\sigma^2}$ estatistikoak hurrengo banaketa du:

A) $n-1$ askatasun graduko χ^2.

B) n askatasun graduko χ^2.

C) $n-1$ askatasun graduko Student-en t.

D) n askatasun graduko Student-en t.

E) Dena gezurrezkoa.

- 31.-$\alpha = 0.05$ esangura mailaz, erabakia hurrengoa izango da:

A) H_0 baztertu.

B) H_0 ez baztertu.

C) Dena gezurrezkoa.

- 32.-Izan bedi X, $(0, b)$ tartean banaketa uniformea duen aldagai aleatorio bat. $n = 3$ tamainuko lagin bat hartzen bada, momentuen metodoaz lortutako b -ren estimatzailea hurrengoa izango da:

  A) $\max\{X_1, X_2, X_3\}$
  B) $3\overline{X}$
  C) $\overline{X}$
  D) $\frac{\overline{X}}{3}$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 33tik 35era doazen galderei dagokie.

Kontzesionario batean astean saldutako kotxe kopurua, $\lambda = 2$ parametroko Poissonen lege bat jarraituz banatzen da.

- 33.-Aste batean probabilitate handiena duen saldutako kotxe kopurua izango da:

  A) 2 eta 3
  B) 1 eta 2
  C) 1
  D) 2
  E) Dena gezurrezkoa.

- 34.-Hiru aste independentetan saldutako kotxe kopuruaren banaketa izango da:

  A) $\lambda = 6$ parametroko Poisson banaketa.
  B) $n = 3$ eta p ezezaguneko binomial banaketa.
  C) Batezbestekoa 6 duen Normal banaketa gutxi gora-behera.
  D) $\lambda = 3$ parametroko Poisson banaketa.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 35.-Eskaera bat eginik, kontzesionarioak 3 aste tardatzen duela kontutan izanik, gutxienez %90eko probabilitateaz 3 astetan eskaerari aurre egin ahal izateko beharrezkoa den stocka, hurrengoa izango da:

  A) 8
  B) 9
  C) 10
  D) 6
  E) 12

- 36.-Izan bedi X, m batezbestekoz eta σ^2 bariantzaz aldagai aleatorio bat. $(\overline{x} \pm t_{n-1,\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}})$ tarteak $1-\alpha$ konfidantzaz batezbestekoaren estimazioa ematen digu, hurrengo egoera honetan:

  A) Xen bariantza ezezaguna da.

  B) Xen banaketa Normala da eta σ^2 ezezaguna da.

  C) Xen banaketa ez da Normala, baina laginaren tamainua handia da.

  D) Xen banaketa Normala da eta σ^2 ezaguna da.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 37.-$H_0 : m = 5$ hipotesi hutsa, $H_a : m = 8$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi da. $n = 100$ tamainuko l.a.b. bat hartzen da. Taldeak 4 bariantzaz banaketa normala jarraitzen duela suposatuz, $\alpha = \%5$ esangura mailaz kontrastearen emaitza, H_0 baztertzea izango da, laginaren batezbestekoa hurrengo balioa baino handiagoa delako:

  A) 5.392

  B) 5.328

  C) 8.28

  D) 8.392

  E) 8.328

Hurrengo adierazburua 38 eta 39. galderei dagokie.

Poissonen banaketa batean, $H_0 : \lambda = 2$ hipotesi hutsa, $H_a : \lambda = 4$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi da.

- 38.-1eko tamainuko lagin bat hartzen da eta %5eko esangura mailaz hipotesi hutsa baztertzen da, baldin eta laginaren emaitza balio hau baino handiagoa bada:

  A) 5

  B) 3

  C) 4

  D) 2

  E) Dena gezurrezkoa.

- 39.-2ko tamainuko lagin bat hartzen da eta %5eko esangura mailaz, H_0 hipotesi hutsa baztertzen da, baldin:

  A) $X_1 + X_2 \geq 9$

  B) $X_1 + X_2 \geq 8$

  C) $X_1 + X_2 \leq 9$

D) $X_1 + X_2 \leq 8$

E) Dena gezurrezkoa.

GALDERA-SORTA 11

- **Hurrengo adierazburua 1etik eta 4ra doazen galderei dagokie.**

Tankeen aurkako kainoiak erabiltzen dituen artilero batek, 200 metroko distantzia batetik tiro egiten duen bakoitzean 0.7ko probabilitatearekin asmatu egiten du.

- 1.-Zein da 10 tiro egin eta denak huts egiteko gutxi gora-beherako probabilitatea?

A) 0

B) 1

C) 0.3

D) 0.7

E) Dena gezurrezkoa.

- 2.-Zein da 10 tiro egin eta gutxienez 9 asmatzeko gutxi gora-beherako probabilitatea?

A) 0.15

B) 0.88

C) 0.12

D) 1.0

E) 0.0

- 3.-θ-ren $\hat{\theta}$ estimatzaile erregular eta alboragabeak *Cramer-Rao-ren kota* lortzen duela esaten badizute, estimatzailea

A) Efizientea da.

B) Tinkoa da.

C) Asintotikoki normala da.

D) Nahikoa da.

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 4 eta 5. galderei dagokie.

Izan bitez X,Y eta Z, N(2, σ_X^2=4), N(3, σ_Y^2=9) eta N(1, σ_Z^2=4) banaketa duten aldagai aleatorio independenteak.

- 4.-Hurrengo aldagaietatik zeinek jarraitzen du $\chi^2_{3|}$ banaketa?

A) $X^2+Y^2+Z^2$

B) $\frac{X^2-2}{4}+\frac{Y^2-3}{9}+\frac{Z^2-1}{4}$

C) $\frac{X^2-2}{2} + \frac{Y^2-3}{3} + \frac{Z^2-1}{2}$

D) $\left(\frac{X^2-2}{2}\right)^2 + \left(\frac{Y^2-3}{3}\right)^2 + \left(\frac{Z^2-1}{2}\right)^2$

E) Dena gezurrezkoa.

- 5.-Hurrengo aldagaietatik zeinek jarraitzen du $t_{\overline{2}|}$ banaketa?

A) $\frac{X}{\sqrt{\frac{Y^2+Z^2}{2}}}$

B) $\frac{\frac{X-2}{2}}{\sqrt{\frac{(\frac{Y-3}{3})^2+(\frac{Z-1}{2})^2}{2}}}$

C) $\frac{X-2}{(\frac{Y-3}{3})^2+(\frac{Z-1}{2})^2}$

D) $\frac{\frac{X-2}{4}}{\sqrt{\frac{Y^2+Z^2}{2}}}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 6.-Izan bedi X_1, X_2,..., X_{12}, $f(x,\theta) = 1/\theta$ dentsitate funtzioa duen populazio batetik ateratako l.a.b. bat, non $0 \leq x \leq \theta$ den. Hartu dezagun $\theta^* = k\frac{X_1+\ldots+X_{12}}{12}$ estimatzailea. θ^* alboragabea izateko, k-ren balioa hurrengoa izango da:

A) $k = 3$

B) $k = 2$

C) $k = 4$

D) $k = 1$

E) Dena gezurrezkoa.

- 7.-Hurrengo dentsitate funtzioa duen populazio batetik, n elementuko l.a.b. bat hartu dugu.

$$f(x,\theta) = (\theta+1)x^{-(\theta+2)} \begin{cases} \theta > 0; \\ x > 1 \end{cases}$$

θ-ren egiantz handienen estimatzailea izango da:

A) $\hat{\theta}_{MV} = \frac{-n}{\sum_{i=1}^{n} \log x_i}$

B) $\hat{\theta}_{MV} = \frac{n}{x_1.x_2\ldots x_n}$

C) $\hat{\theta}_{MV} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \log x_i} - 1$

D) $\hat{\theta}_{MV} = 1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \log x_i}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 8.-Populazio konkretu bateko X eta Y ezaugarriek banaketa Normala jarraitzen dute. Populazio horren n=10 tamainuko l.a.b. bat aukeratzen dugu eta lagin horrekin $r_{XY} = 0.30$ koerlazio koefizientea kalkulatu da. X eta Y aldagai korrelagabeak diren hipotesi nulua kontrastatu nahi da. %5eko esangura mailaz erabakia izango da:

  A) H_0 baztertu.

  B) H_0 ez baztertu.

  C) n handitu.

  D) n txikitu.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 9.-Orduko kontratatutako langile talde batetik, 10 pertsonako l.a.b. bat atera da. Beraien soldaten laginaren batezbestekoa 180 da eta laginaren desbidazio tipikoa, berriz, 14. Soldaten banaketa normala bada, populazioaren batezbestekoarentzat %95eko konfidantza tartea honako hau izango da:

  A) (180 ± 10.55)

  B) (180 ± 12.36)

  C) (100 ± 18.24)

  D) (180 ± 19.80)

  E) Dena gezurrezkoa.

- 10.-%5eko esangura mailaz, N(m,1) populazio normal baten m batezbestekoa 0 balio duen hipotesi nulua, m=1 den hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi da. Potentzian nagusia den proba batek hipotesi nulua baztertuko du hurrengoa betetzen bada:

  A) $\overline{x} \geq 1.64/\sqrt{n}$

  B) $\overline{x} < 1.64/\sqrt{n}$

  C) $\overline{x} < 1.96/\sqrt{n}$

  D) $\overline{x} \geq 1.96/\sqrt{n}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 11.-Prakak saltzen dituzten denda bateko bezeroetatik, emakume eta gizonezkoen kopuruak berdinak direla baieztatzen da. 80 bezeroko lagin aleatorio bat aukeratzen da non 50 gizonezkoak eta 30 emakumeak diren. Emakume eta gizonezkoen kopuru osoak berdinak diren hipotesi nulua kontrastatu nahi da. Hurrengo probetatik zein izango da egokiena?

  A) Independentzia proba.

  B) Homogeneitasun proba.

  C) Bariantza berdintasunen proba.

D) Dena gezurrezkoa.

E) χ^2-aren egokitze proba.

Hurrengo adierazburua 12 eta 13. galderei dagokie.

Bi makinak egindako bolen kuxinete diametroen 10eko tamainuko bi l.a.b.-etatik lortutako laginaren desbidazio tipikoak s_1=0.042 zm eta s_2=0.035 zm dira hurrenez hurren. Normaltasuna eta banaketa bien arteko independentzia suposatzen da.

- 12.-σ_1^2/σ_2^2 bariantzen arrazoiarentzako %98ko konfidantza tartea izango da:

  A) (0.269 7.70)

  B) (0.415 6.50)

  C) (−0.415 6.50)

  D) (−0.269 7.70)

  E) Dena gezurrezkoa.

- 13.- σ_1/σ_2 desbidazio tipikoen arrazoiarentzako %98ko konfidantza tartea izango da:

  A) (0.519 2.78)

  B) (0.673 2.14)

  C) (0.138 10.80)

  D) (0.941 1.94)

  E) Dena gezurrezkoa.

- 14.-x$_1$, x$_2$,..., x$_n$ l.a.b. bateko n obserbazioak, batezbesteko ezaguna eta bariantza ezezaguna duen populazio normal batetik atera dira. Bariantzaren egiantz handiko estimatzailea izango da:

  A) $\hat{\sigma}^2_{MV} = \frac{\sum_{j=1}^{n}(x_j-m)^2}{n}$

  B) $\hat{\sigma}^2_{MV} = \frac{\sum_{j=1}^{n}|x_j-m|}{n}$

  C) $\hat{\sigma}^2_{MV} = \sum_{j=1}^{n}(x_j-m)^2$

  D) $\hat{\sigma}^2_{MV} = \frac{\sum_{j=1}^{n}(x_j-m)^2}{n-3}$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 15 eta 16. galderei dagokie.

Laginketa aleatorio bakuna erabiliz aldagai aleatorio berdinaren obserbazio multzo independente bi aukeratzen dira. Izan bitez $\overline{x}_1$ eta $\overline{x}_2$ laginen batezbestekoak hurrenez hurren eta n_1 eta n_2 laginen tamainuak.

- 15.- $n_1 + n_2$ obserbaziodun lagin osoaren laginaren batezbestekoa izango da:

  A) $\frac{n_1\overline{x}_1+n_2\overline{x}_2}{n_1+n_2}$

  B) $\overline{x}_1 + \overline{x}_2$

  C) $\frac{\overline{x}_1+\overline{x}_2}{n_1+n_2}$

  D) $\frac{(n_1+n_2)\overline{x}_1+(n_1+n_2)\overline{x}_2}{(n_1+n_2)-n_1^2}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 16.-σ^2 aldagaiaren bariantza bada eta s_1^2 eta s_2^2 laginen bariantzak badira, lagin osoaren laginaren batezbestekoa aldagaiaren batezbestekoaren estimatzailea

  A) Alboragabea izango da, $\sigma^2/(n_1 + n_2)$ bariantzaz.

  B) Alboragabea izango da, $\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}$ bariantzaz.

  C) Alboratua izango da, $\sigma^2/(n_1 + n_2)$ bariantzaz.

  D) Alboratua izango da, $\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}$ bariantzaz.

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 17 eta 18. galderei dagokie.

Lagin bateko lau bonbilak 4.1, 4.5, 3.9 eta 5 mila ordutan kontsumitzen dira. Bonbila populazioaren (X) iraupen denborak, α eta γ parametroen menpe dagoen probabilitate banaketa funtzioa du. $E(X) = \alpha\gamma$ eta $E(X^2) = \alpha\gamma(1+\alpha)$ direla dakigu.

- 17.-Momentuen metodoaz α-ren estimazioa izango da:

  A) $\hat{\alpha} = 9.13$

  B) $\hat{\alpha} = 4.82$

  C) $\hat{\alpha} = 1.54$

  D) $\hat{\alpha} = 3.41$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 18.-Momentuen metodoaz γ-ren estimazioa izango da:

  A) $\hat{\gamma} = 1.28$

  B) $\hat{\gamma} = 0.27$

  C) $\hat{\gamma} = 1.63$

  D) $\hat{\gamma} = 0.20$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 19 eta 20. galderei dagokie.

5.000 biztanleko udal batean polikiroldegi bat eraikitzea planteatzen da. Gutxienez biztanleen %20ak erregularki erabiltzea pentsatzen badu, errentagarria izango dela jakina da. Erabaki bat hartzeko 500 pertsonako l.a.b. bat hartzen da. Beraietatik, 90ek erregularki erabiliko dutela esaten dute.

- 19.-Polikiroldegia erabiliko duten pertsonen proportzioarentzako %95eko konfidantza tartea gutxi gora-behera izango da:

  A) (0.1481 , 0.2119)
  B) (0.1750 , 0.1850)
  C) (0.1463 , 0.2136)
  D) (0.1794 , 0.1805)
  E) Dena gezurrezkoa.

- 20.-%5eko esangura mailaz, populazioaren erantzunean oinarrituz, zein izango da hartu behar den erabakia udal horretan?

  A) Polikiroldegia eraiki.
  B) Polikiroldegia ez eraiki.
  C) Ematen diren datuekin ezin dugu jakin.
  D) Dena gezurrezkoa.

- 21.-Laginaren batezbestekoa, populazioaren batezbestekoaren estimatzaile bezala izango da:

  A) Alboragabea, bakarrik lagina aleatorio bakuna bada.
  B) Alboratua, bakarrik lagina aleatorio bakuna bada.
  C) Alboratua, bakarrik lagina aleatorio itzuleragabea bada.
  D) Beti alboragabea.
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 22tik 24ra doazen galderei dagokie.

Merkatu bateko dendari konkretu batek kontu bat egiterakoan gaizki egiteako probabilitatea 0.01ekoa da.

- 22.-Hilabete batean pertsona bat aipaturiko merkatura 6 aldiz badoa eta dendari horrek kobratzen badio, egindako 6 joanalditik, zein izango da baten gaizki kobratzeko probabilitatea?

  A) $\binom{6}{1}$ (0.01) $(0.99)^5$
  B) $1 - \binom{6}{1}$ (0.01) $(0.99)^5$
  C) (0.01) $(0.99)^5$
  D) $\sum_{i=0}^{6} \binom{6}{i} (0.01)^i (0.99)^{6-i}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 23.-Dendari horrek egun batean 200 kobrantza egiten baditu, zein izango da egunean zehar zehazki bi kontu oker egiteko probabilitatea gutxi gora-behera?

  A) 0.67
  B) 0.28
  C) 0.59
  D) 0.32
  E) 0.84

- 24.-Hilabete batean 5.000 kobrantza egiten baditu, zein izango da 48 kobrantza oker egiteko probabilitatea gutxi gora-behera?

  A) 0.053
  B) 0.947
  C) 0.636
  D) 0.364
  E) 0.842

- 25.-%5eko esangura mailaz, kotxe modelo konkretu baten 100 kilometroko gasolinaren batezbesteko kontsumoa 8 litrokoa den hipotesi nulua, 6 litrokoa den hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi da. Aipaturiko modeloaren 20 kotxeen datuen arabera lortutako laginaren batezbestekoa hartzen da estatistiko bezala. Aipaturiko kontrastearen potentzian nagusia den eskualde kritikoaren itxura izango da:

  A) $(-\infty,\ k]$
  B) $[k,\ +\infty)$
  C) $[k_1,\ k_2]$
  D) $[k_1,\ k_2]^C$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 26.-Aurreko galderan esango baligute 100 km-ko gasolina kontsumoaren banaketan normaltasuna suposatzen dela eta bariantza 2.25 dela, lehen kontsideratutako estatistikoaren eskualde kritiko egokia izango da:

  A) $(-\infty,\ 8 - 1.64\,\frac{1.5}{\sqrt{20}})$
  B) $(8 + 1.64\,\frac{1.5}{\sqrt{20}},\ +\infty)$
  C) $(8 \pm 1.96\,\frac{1.5}{\sqrt{20}})$
  D) $(8 \pm 1.96\,\frac{1.5}{\sqrt{20}})^C$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 27 eta 28. galderei dagokie.

Hurrengo probabilitate banaketa duen populazio bat daukagu: $P(1) = \lambda$, $P(2) = \frac{\lambda}{2}$, $P(3) = 1 - \frac{3\lambda}{2}$ eta $P(i) = 0$ $i \neq 1, 2, 3$ denean.

λ parametroa estimatzeko n=10 tamainuko l.a.b. bat hartu da, hurrengo emaitzak emanez: 1, 1, 3, 1, 2, 1, 2, 1, 1, 3.

- 27.-Momentuen metodoa erabiliz λ parametroaren estimazioa izango da:

  A) $\frac{28}{50}$
  B) $\frac{14}{50}$
  C) $\frac{8}{50}$
  D) $\frac{6}{50}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 28.-Egiantz handienen metodoa erabiliz λ parametroaren estimazioa izango da:

  A) $\frac{16}{30}$
  B) $\frac{8}{30}$
  C) $\frac{6}{30}$
  D) $\frac{6}{10}$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 29 eta 30. galderei dagokie.

Iruzur fiskal bat egin aurretik, indibiduo konkretu batek iruzurra aurkitua izango den edo ez kontsideratu behar du. Hurrengo hipotesiak planteatzen ditu:

H_0: Iruzurra ez da aurkituko.

H_1: Iruzurra aurkitu egingo da.

- 29.-Hurrengo egoeretatik, zeinek adierazten du I motako errorea?

  A) Indibiduoak iruzurra egiten du eta aurkitu egiten diote.

  B) Indibiduoak iruzurra egiten du eta ez diote aurkitzen.

  C) Indibiduoak ez du iruzurrik egiten. Beste indibiduo batek iruzur fiskal berbera egiten du eta ez diote aurkitzen.

  D) Indibiduoak ez du iruzurrik egiten. Beste indibiduo batek iruzur fiskal berbera egiten du eta aurkitu egiten diote.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 30.-Hurrengo egoeretatik zeinek adierazten du II. motako errorea?

  A) Indibiduoak iruzurra egiten du eta aurkitu egiten diote.

  B) Indibiduoak iruzurra egiten du eta ez diote aurkitzen.

  C) Indibiduoak ez du iruzurrik egiten. Beste indibiduo batek iruzur fiskal berbera egiten du eta ez diote aurkitzen.

D) Indibiduoak ez du iruzurrik egiten. Beste indibiduo batek iruzur fiskal berbera egiten du eta aurkitu egiten diote.

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 31 eta 32. galderei dagokie.

Etxetresnak konpontzen dituzten lantegi batean minutuero jasotako dei kopuruak 2 batezbestekoz Poissonen banaketa jarraitzen du.

- 31.-Zein izango da minutu konkretu batean 2 dei baino gutxiago edo 3 baino gehiago jasotzeko probabilitatea gutxi gora-behera?

A) 0.55

B) 0.82

C) 0.73

D) 1.00

E) 0.00

- 32.-Zein izango da, minutu konkretu batean, jasotako dei kopurua 1 baino handiago edo bi baino txikiagoa izateko probabilitatea?

A) 1.00

B) 0.00

C) 0.67

D) 0.41

E) 0.27

Hurrengo adierazburua 33 eta 34. galderei dagokie.

Normal eta independenteak diren bi populaziotik ateratako n_1 eta n_2 ($n_1 = n_2$) tamainuko bi l.a.b. erabiliz, H$_0$: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ hipotesi nulua, H$_a$: $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$, hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi da.

- 33.-S_1^2/S_2^2 estatistikoak, H$_0$ hipotesiaren menpe, hurrengo banaketa izango du:

A) $(n_1 + n_2 - 2)$ askatasun graduko χ^2.

B) n_1 zenbatzailearen eta n_2 izendatzailearen askatasun graduko $\mathcal{F}$.

C) $(n_1 - 1)$ zenbatzailearen eta $(n_2 - 1)$ izendatzailearen askatasun graduko $\mathcal{F}$.

D) $(n_1 - 1)/(n_2 - 1)$ askatasun graduko χ^2.

E) Dena gezurrezkoa.

- 34.-α esangura mailaz, S_1^2/S_2^2 estatistikoaren eskualde kritiko egokia izango da:

  A) $s_1^2/s_2^2 < \mathcal{F}_{\overline{(n_1-1),(n_2-1)}|1-\alpha}$

  B) $s_1^2/s_2^2 < \mathcal{F}_{\overline{n_1,n_2}|1-\alpha}$

  C) $s_1^2/s_2^2 < \mathcal{F}_{\overline{n_1+n_2-2}|1-\alpha}$

  D) $s_1^2/s_2^2 > \mathcal{F}_{\overline{(n_1-1),(n_2-1)}|\alpha}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 35.-Izan bitez X_1, X_2, X_3 eta X_4 Poissonen banaketa duten aldagai aleatorio independenteak, lehenengo biak 0.4 batezbestekoz eta azken biak 0.6 batezbestekoz. Demagun $Z = \sum_{i=1}^{4} X_i$ aldagaia; $Z \geq 5$ izateko probabilitatea izango da:

  A) 0.0527

  B) 0.9473

  C) 0.9834

  D) 0.0166

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 36 eta 37. galderei dagokie.

Ogasun inspektore batek, berrikusketa sakon bat egiteko, lanbide konkretu bateko 10 pertsonen errenta aitorpenez osaturiko lagin aleatorio bakun bat aukeratzen du. Horietako 2 edo gehiagok akatsen bat badute, lanbide horri dagokion aitorpen guztiak berrikusiko dira, 100 guztira.

- 36.-Aipaturiko lanbidea duten 30 pertsonak aitorpen akastunak egin badituzte, zein izango da aitorpen guztiak berrikusteko probabilitatea gutxi gora-behera?

  A) 0.85

  B) 0.12

  C) 0.97

  D) 0.15

  E) 0.03

- 37.-Inspektore horrek 10 aitorpenez osaturiko l.a.b. bat erabiliz eta $\alpha = \%5$ esangura mailaz, H_0: $p \leq 0.3$ hipotesi nulua, H_a: $p > 0.3$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi badu (lanbide horretako pertsonen artean dagoen aitorpen akastunen proportzioa p izanik), zein eskualde kritiko aukeratu beharko litzateke aitorpen akastunen kopuruarentzat?

  A) $[5, 10]$

  B) $[6, 10]$

C) $]5, 10[$

D) $[0, 5]$

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 38 eta 39. galderei dagokie.

Elkarte Autonomo konkretu batean, ingurugiroko narraiadurari buruzko biztanleen ardura, eta beraz, produktu ekologikoen erabilera eta narraiadura hori aurrezaintzeko hartutako neurriak, oso erlazionaturik daude populazioaren adinaz baina ez kultura mailaz.

- 38.-Produktu ekologikoak erabiltzeko ohitura duten pertsonen kopurua estimatzeko, egokiagoa izango da (zehatzagoa) populazioaren lagin bat aukeratzea hurrengo laginketa erabiliz:

  A) Laginketa aleatorio bakuna.

  B) Laginketa aleatorio itzuleragabea.

  C) Laginketa aleatorio itzuleragabea adinean geruzatua.

  D) Laginketa aleatorio itzuleragabea kultura mailan geruzatua.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 39.-Gainera **adin talde batzutan** produktu ekologikoen erabilera **bariantza handi** batekin banatzen dela susmatuko balitz, zein laginketa izango litzateke egokiena?

  A) Laginketa aleatorio itzuleragabea.

  B) Laginketa aleatorio itzuleragabea, adinean geruzatua, asignazio proportzionala erabiliz.

  C) Laginketa aleatorio itzuleragabea, adinean geruzatua, asignazio n-optimoa erabiliz.

  D) Laginketa aleatorio itzuleragabea, kultura mailan geruzatua, asignazio n-optimoa erabiliz.

  E) Laginketa aleatorio itzuleragabea geruzatua kultura mailan asignazio proportzionala erabiliz.

GALDERA-SORTA 12

- 1.-Populazio normal batean, $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ hipotesi nulua $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatzerakoan, ns^2/σ_0^2 estatistikoa erabiliz eta α esangura mailaz, eskualde kritiko egokia izango da:

  A) $(\chi^2_{n-1;\alpha}, \infty)$
  B) $(\chi^2_{n-1;\alpha/2}, \infty)$
  C) $(\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}, \chi^2_{n-1;\alpha/2})^c$
  D) $(\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}, \infty)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 2.-Populazio normal batean, $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ hipotesi nulua $H_a : \sigma^2 < \sigma_0^2$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatzerakoan, ns^2/σ_0^2 estatistikoa erabiliz, α esangura mailaz eskualde kritiko egokia izango da:

  A) $(\chi^2_{n-1;\alpha}, \infty)$
  B) $(\chi^2_{n-1;\alpha/2}, \infty)$
  C) $(\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}, \chi^2_{n-1;\alpha/2})^c$
  D) $(\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}, \infty)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 3.-Populazio normal batean, $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ hipotesi nulua $H_a : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatzerakoan, ns^2/σ_0^2 estatistikoa erabiliz, α esangura mailaz eskualde kritiko egokia izango da:

  A) $(\chi^2_{n-1;\alpha}, \infty)$
  B) $(\chi^2_{n-1;\alpha/2}, \infty)$
  C) $(\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}, \chi^2_{n-1;\alpha/2})^c$
  D) $(\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}, \infty)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 4.-Mundu sinplifikatu batean, inbertsore batek bi aktibo bakarrik ditu inbertitzeko: A motako akzioak eta B motako akzioak, eta aurrerago azalduko den aukera bat hartu behar du. Akzio biek aleatorioki fluktuatzen dute (bata bestearekiko independenteki) beraien balio kontableen inguruan, biak finkoak 100 pezetakoak, eta $\sigma_A^2 = 25$ eta $\sigma_B^2 = 16$ bariantzaz. Akzio mota biak beraien balio kontableetan eskaintzen zaizkio inbertsoreari. Inbertsoreak nahiago du bere kartera egonkorragoa (= bariantza txikiagoarekin) mantentzen duen aukera. Hurrengo aukeretatik nahiago izango duena izango da:

  A) An bakarrik inbertitzea.

B) Bn bakarrik inbertitzea.

C) An % 90a eta Bn % 10a inbertitzea.

D) An % 10 eta Bn % 90a inbertitzea.

E) Txanpon bat airera botatzea A eta Bren artean aukeratzeko.

- 5.-Erraz frogatzen da, $N(\mu, \sigma^2)$ baten $f_X(x; \mu, \sigma^2)$ dentsitate funtzioa bada, orduan:

$$E\left[\frac{\partial \log_e f_X(x; \mu, \sigma^2)}{\partial \mu}\right]^2 = \frac{1}{\sigma^2}$$

Ondorioz , bost obserbazio independentetan oinarrituriko μ-ren estimatzaile alboragabe baten bariantza minimoa izango da:

A) $\frac{5}{\sigma^2}$

B) $\frac{\sigma^2}{5}$

C) $\frac{25}{\sigma^2}$

D) $\frac{\sigma^2}{25}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 6.-Bost obserbazio izan ordez n izango bagenitu, $\overline{X}$-ren bariantza izango litzateke:

A) $\frac{n^2}{\sigma^2}$

B) $\frac{\sigma^2}{n}$

C) $\frac{n}{\sigma^2}$

D) $\frac{\sigma^2}{n^2}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 7.- $\overline{X}$en ordez μ-ren estimatzaile bezala mediana hartuko bagenu eta n handia izango balitz, ikus daiteke estimatzaile alboragabe bat edukitzen jarraituko genuela, hurrengo bariantzaz: $\sigma^2\pi/2n = 1.57\sigma^2/n$. Orduan $\overline{X}$en medianarekiko efizientzia erlatiboa izango da:

A) 1.57

B) ∞

C) $\frac{1}{1.57}$

D) Ezin da kalkulatu.

E) 0

- 8.- H_0 : " X pertsonak Y gaixotasuna du" hipotesi nulua, H_a : " X pertsonak ez du Y gaixotasuna" hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatzerakoan, X gaixori egonda osasuntsua kontsideratzeak ondorio oso kaltegarriak izango balitu, nahiago genuke, beste guztia berdin jarraituz, esangura maila bat erabili:

A) Handia.

B) Txikia.

C) Berdin 0.5.

D) Berdin 0.95.

E) Dena gezurrezkoa.

- 9.- $H_0 : X \sim N(0, \sigma^2 = 1)$ hipotesi nuluaren $H_a : X \sim N(3, \sigma^2 = 1)$ hipotesi alternatiboaren aurkako kontrastean, $\overline{X}$ estatistikoarentzat eskualde kritikoak laginaren tamainu eta emandako esangura maila batentzat (k, ∞) itxura izango du. α konstante mantenduz, laginaren tamainua handitzerakoan, k balioarekin zera gertatuko da:

  A) Handitu egingo da.

  B) Txikitu egingo da.

  C) Konstante mantenduko da.

  D) 3rantz joango da.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 10.-Badakizu X a.a. $N(0,1)$ edo χ^2_5 den populazio batetik datorrela. Kalkulurik egin gabe, ikusiko bazenu Xen balio bakar bat eta hau $x = 7$ izanez, esango zenuke populazioa etorriko dela:

  A) $N(0, \sigma^2 = 1)$-tik

  B) χ^2_5-tik

  C) Dena gezurrezkoa.

- 11.- Poissonen populazio batetik l.a.b. bat hartzen dugunean, λ parametroaren egiantz handienen estimatzailea izango da:

  A) $\overline{X}$

  B) $1/\overline{X}$

  C) $\sum X_i$

  D) Mediana.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 12.-Kolektibo batek $N(m = 2, \sigma = 3)$ banaketa jarraitzen duen hipotesia kontrastatu nahi da. Horretarako $n = 1.000$ tamainuko lagin bat hartzen da. Kontrastearen proba egokia izango da:

  A) Bakarrik Kolmogorov-Smirnov-en egokitze testa.

  B) Bakarrik χ^2-ren egokitze testa.

  C) Kolmogorov-Smirnov eta χ^2-ren egokitze test biak dira egokiak.

  D) Kolmogorov-Smirnov eta χ^2-ren egokitze test biak ez dira egokiak.

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 13 eta 14.galderei dagokie.

Hurrengo hipotesi nulua kontrastatu nahi da, H_O: Proposamen konkretu baten alde dauden pertsonen portzentaia gutxienez % 60koa da. Horretarako $n = 5$ tamainuko lagin bat hartzen da eta hipotesi nulua baztertu egiten da proposamenaren alde dagoen pertsonen kopurua bi baino txikiagoa bada.

- 13.-Probaren esangura maila gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.087
  B) 0.337
  C) 0.002
  D) 0.186
  E) Dena gezurrezkoa.

- 14.-II. motako errorearen probabilitatea (edo β motakoa) proportzioaren benetako balioa 0.4 denean gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.663
  B) 0.212
  C) 0.843
  D) 0.176
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 15tik 21era doazen galderei dagokie.

Bitez $X_1, X_2, \cdots, X_{100}$ a.a. independenteak, bakoitza $(0, 4)$ tartean banaketa uniformearekin.

- 15.- $Z = X_1 + X_2$ a.a.-k hurrengo banaketa jarraitzen du:

  A) $(0, 4)$ tartean banaketa uniformea.
  B) $(0, 8)$ tartean banaketa uniformea.
  C) Banaketa normala 4 batezbestekoz.
  D) Batezbestekoz 4 eta bariantzaz 32/12.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 16.- $n = 100$ bada, $Z = X_1 + \cdots + X_{100}$ a.a.-k gutxi gora-behera hurrengo banaketa jarraituko du:

  A) $(0, 400)$ tartean uniformea.
  B) Poisson $\lambda = \frac{1}{4} \times 100$ parametroz.
  C) Normala 200 batezbestekoz eta $\frac{16}{12} \times 100^2$ bariantzaz.
  D) Normala 200 batezbestekoz eta $\frac{16}{12} \times 100$ bariantzaz.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 17.-Bitez X_i, $i = 1, \cdots, 20$ a.a. independenteak eta $N(0, \sigma)$ banaketa berdinarekin. $Z = \frac{X_1^2 + \cdots + X_{20}^2}{\sigma^2}$ a.a.-k hurrengo banaketa jarraituko du:

  A) Normala.

  B) χ^2, 20 askatasun graduz.

  C) Student-en t, 20 askatasun graduz.

  D) Ezezaguna 0 batezbestekoz eta 20 bariantzaz.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 18.-Bitez X eta Y a.a. independenteak hurrengo banaketekin $X \in N(0, 1)$ eta $Y \in \chi^2_n$. Egiaztatzen da $W = \frac{X}{\sqrt{Y}}\sqrt{n}$ a.a.-ren banaketa izango dela:

  A) Snedecor-en F, $(1, n)$ askatasun graduz.

  B) Student-en t, $n - 1$ askatasun graduz.

  C) student-en t, n askatasun graduz.

  D) Snedecor-en F, $(n, 1)$ askatasun graduz.

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo hiru galderetan "errore" terminoak *errore absolutua* edo konfidantza tartearen zabaleraren erdia adierazten du; testu batzutan *prezisio* terminoa ere erabiltzen da.

- 19.- $n = 100$ tamainuko lagin batetik abiatuz produkzio bateko pieza akastunen proportzioa (0.31 ± 0.03) tartean dagoela estimatzen da % 95eko konfidantzaz. Egiaztatzen da:

  A) Estimazioaren errore absolutua edo prezisioa 0.05ekoa dela.

  B) Estimazioaren errore absolutua edo prezisioa 0.03ekoa dela.

  C) Esangura maila 0.03ekoa dela.

  D) Zihurtasun osoz populazioaren proportzioa inoiz ez dela izango 0.35ekoa.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 20.-Kirol talde batek 5.000 bazkide ditu. Ordutegiaren aldaketa batean interesaturik dauden bazkideen proportzioa estimatzeko 0.03ko errore absolutuaz edo prezisioaz eta %95eko konfidantzaz ematen duen lagin bat hartu nahi dugu. Guztiz ezezaguna da zein izan daitekeen proportzioaren balioa. Helburu hauek lortzeko, nahikoa den laginaren tamainu minimoa izango da:

  A) 880

  B) 1.068

  C) 1.002

  D) 650

  E) Dena gezurrezkoa.

- 21.-Zerbitzu konkretu bat erabiltzen duten pertsonen proportzioa estimatu nahi da n tamainuko lagin batetik abiatuz. Beti egiaztatzen da:

  A) Laginaren tamainua handitzen bada, estimazioaren konfidantza handitu egiten dela.
  B) Konfidantza maila handitzen bada, laginaren tamainu berdinarekin, errorea handitu egiten dela.
  C) Konfidantza maila handitzen bada, laginaren tamainu berdinarekin, errorea txikitu egiten dela.
  D) Konfidantza maila handitzen bada, errorea mantentzeko laginaren tamainua txikitu daiteke.
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 22tik 24ra doazen galderei dagokie.

Lorazain batek egunero bost zuhaitz landatzen ditu. Zuhaitz bat ez ernetzeko eta hiltzeko probabilitatea 0.05ekoa da, besteekin gertatzen dena independentea izanik.

- 22.-Egun batean zehazki 4 zuhaitz osasuntsu lortzeko probabilitatea izango da:

  A) 0.2036
  B) 0.4261
  C) 0.3281
  D) 0.5674
  E) Dena gezurrezkoa.

- 23.-Bi egunetako lanarekin lortutako hildako zuhaitzen kopuruak hurrengo banaketa izango du:

  A) $b(0.05, n = 5)$
  B) $b(0.05, n = 10)$
  C) $\mathcal{P}(\lambda = 0.25)$
  D) $N(0.5, \sigma^2 = 0.475)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 24.-32 lanegunetan hildako zuhaitzen kopurua 7 baino txikiagoa izateko probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.6063
  B) 0.7439
  C) 0.7054
  D) 0.3134
  E) Dena gezurrezkoa.

- 25.-Hiru obserbazioz osaturiko l.a.b. bat dugu hurrengo dentsitate funtzioaz: $f_X(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}$ $(x > 0)$. Lortutako hiru balioak 3.4, 4.8, eta 7.9 izanik, θ-ren egiantz handienen estimazioa gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.186
  B) 0.223
  C) 5.366
  D) 7.9
  E) Dena gezurrezkoa.

- 26.-Hiru obserbazioz osaturiko l.a.b. bat dugu hurrengo dentsitate funtzioaz: $f_X(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}$ $(x > 0)$. Lortutako hiru balioak 3.4, 4.8, eta 7.9 izanik, θren estimazioa momentuen metodoa erabiliz izango da:

  A) 0.186
  B) 0.223
  C) 5.366
  D) 7.9
  E) Dena gezurrezkoa.

- 27.-$f_X(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}$ $(x > 0)$ dentsitate funtzioa duen populazio batean θ estimatzeko, faktorizazio teoremak erakusten du estatistiko nahiko bat dela:

  A) $\sum \log x_i$
  B) $\sum x_i$
  C) $\log\left(\sum x_i^2\right)$
  D) x_i handiena.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 28.-0 eta θ-ren artean banaketa uniformea duen populaziotik n obserbazioz osaturiko l.a.b. bat daukagu. θ-ren estimatzailea momentuen metodoa erabiliz izango da:

  A) $\overline{X}$
  B) $2\overline{X}$
  C) $\overline{X}/n$
  D) $n\overline{X}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 29.-$\theta - 1$ eta $\theta + 1$-ren artean banaketa uniformea duen populaziotik n obserbazioz osaturiko l.a.b. bat daukagu. θ-ren estimatzailea momentuen metodoa erabiliz izango da:

  A) $\overline{X}$

B) $2\overline{X}$

C) $\overline{X}/n$

D) $n\overline{X}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 30.-Populazio bat daukagu Paretoren banaketarekin, hau da, $f_X(x;\theta) = \theta/(1+x)^{\theta+1}$. Hiru obserbaziotako lagin batek 8, 9.3 eta 4.6 balioak ematen baditu, θ-ren egiantz handienen estimazioa izango da:

  A) 2.084

  B) 4.065

  C) 5.234

  D) 1.943

  E) 0.4798

Hurrengo adierazburua 31tik 34ra doazen galderei dagokie.

1.000.000 eta 2.000.000 biztanleko populazio bi ditugu, eta bakoitzean Maastricht tratatuaren alde dagoen pertsonen proportzioa nahiko desberdina dela uste dugu. Konkretuki, lehenengo populazioan proportzio hau gutxi gora--behera $p_1 = 0.8$koa dela uste dugu, ostera bigarrenean gutxi gora--behera $p_2 = 0.4$koa.

- 31.-n_1 pertsona kopurua elkarrizketatzen badugu (oso txikia 1.000.000rekiko) lehenengo populazioan, lagineko Maastrichten aldeko pertson kopurua gutxi gora-behera banatuko da:

  A) $b(p_1, n_1)$

  B) $b(n_1 p_1, n_1)$

  C) $b(p_1, 1.000.000)$

  D) $\mathcal{P}(\lambda = p_1)$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 32.-Benetan $p_1 = 0.8$ bada, elkarrizketatutako n_1 pertsonen artean Maastricht-en alde agertzen diren pertsona kopuruaren bariantza izango da:

  A) 0.8^2

  B) $0.8^2 n_1$

  C) $0.8 \times 0.2 \times n_1$

  D) $0.8/n$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 33.-Lehenengo populazioan elkarrizketatutako n_1 pertsonen artean, n_F Maastrichten alde agertzen bada, lehenengo populazioan Maastrichten aldeko **botu kopuruaren** estimazio alboragabea, gutxi gora-behera, izango da :

  A) $1.000.000/n_F$

  B) $1.000.000 n_F/n_1$

  C) n_F/n_1

  D) $(n_F/n_1)^{1.000.000}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 34.-Maastrichten aldeko pertsonen *kopuru totala, populazio bietan* estimatu nahiko bagenu, n_1 pertsona elkarrizketatuko genuke lehen populazioan eta n_2 bigarrenean. Suposa dezagun gure aurrekontuak $n = n_1 + n_2$ pertsonen kopuru total bat elkarrizketatzera mugatzen gaituela. Asignazio optimoa lortzeko laginketaren kostea berdina bada populazio bietan, n_1 eta n_2 banatu egingo genituzke, n_1/n_2 gutxi gora-behera izanez:

  A) $1/2$

  B) $\frac{0.8\times 1.000.000}{0.4\times 2.000.000}$

  C) $\frac{\sqrt{0.8\times 0.2}\times 1.000.000}{\sqrt{0.4\times 0.6}\times 2.000.000}$

  D) $\left(\frac{0.8\times 0.2\times 1.000.000}{0.4\times 0.6\times 2.000.000}\right)^2$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 35tik 39ra doazen galderei dagokie.

$N(\mu, \sigma^2 = 1)$ populazio bat dugu, eta bertatik hiru obserbaziotako l.a.b. bat hartzen da. Horren laguntzaz $\hat{\mu}_1 = \overline{X} = (X_1 + X_2 + X_3)/3$ eta $\hat{\mu}_2 = 0.95\overline{X}$ kalkulatzen dira.

- 35.-μ-ren estimatzaile alboragabeak izango dira:

  A) $\hat{\mu}_1$ eta $\hat{\mu}_2$

  B) $\hat{\mu}_1$

  C) $\hat{\mu}_2$

  D) Bat ere ez.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 36.-$\hat{\mu}_1$ eta $\hat{\mu}_2$-ren artean, bariantza handiena du:

  A) Bariantza berdina dute.

  B) $\hat{\mu}_1$

  C) $\hat{\mu}_2$

  D) Zalantzazkoa.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 37.-Batezbesteko errore koadratiko txikiagoa izango du (batezbesteko errore koadratikoa, $E[\hat{\mu} - \mu]^2$):

  A) Batezbesteko errore koadratiko berdina dute.

  B) $\hat{\mu}_1$

  C) $\hat{\mu}_2$

  D) Dena gezurrezkoa.

  (Laguntza: ez erantzun edozein moduan. Kalkulatu bien batezbesteko errore koadratikoa.)

- 38.-Hiru obserbazio hartu beharrean $\hat{\mu}_1$ eta $\hat{\mu}_2$ n obserbaziorekin kalkulatuko bagenitu, zein estimatzailek izango luke batezbesteko errore koadratiko txikiena? (Oharra: BEK= Batezbesteko errore koadratikoa.)

  A) BEK berdina dute.

  B) $\hat{\mu}_1$

  C) $\hat{\mu}_2$

  D) Zalantzazkoa.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 39.-$n \to \infty$ doanean, $\hat{\mu}_2$-k zerorantz alborapen beherakorra du.

  A) Egia.

  B) Gezurra.

GALDERA-SORTA 13

- **Hurrengo adierazburua 1etik 4ra doazen galderei dagokie.**

Izan bitez X eta Y bi a.a. independente, hurrengo banaketekin hurrenez hurren: $X \in N(m_X, \sigma_X^2)$ eta $Y \in N(m_Y, \sigma_Y^2)$, $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$ izanik. n_1 tamainuko Xen l.a.b bat eta $n_2 = 4n_1$ tamainuko Yren l.a.b. bat hartu dira.

- 1.-m_Y-ren $(1-\alpha)$ konfidantza tartearen erdizabalera edo prezisioa, m_X-en analogoarekiko izango da:

  A) Bikoitza.
  B) Erdia.
  C) Laurdena.
  D) Berdinak dira.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 2.-Izan bedi $Z = X + Y$. m_Z-ren estimatzaile alboragabe bat izango da:

  A) $\frac{\overline{X}+4\overline{Y}}{5}$
  B) $\overline{X} + \overline{Y}$
  C) $\overline{X} + 4\overline{Y}$
  D) $4\overline{X} + \overline{Y}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 3.-Aurreko galderako estimatzailea erabiliz m_Z-rentzat $(1-\alpha)$ konfidantza tartea izango da:

  A) $[\overline{X} + \overline{Y} \pm t_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{5n_1}}]$
  B) $[4\overline{X} + \overline{Y} \pm t_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{5n_1}}]$
  C) $[\overline{X} + \overline{Y} \pm t_{\alpha/2} \sigma \sqrt{\frac{5}{4n_1}}]$
  D) $[\frac{\overline{X}+4\overline{Y}}{5} \pm t_{\alpha/2} \sigma \sqrt{\frac{5}{4n_1}}]$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 4.- $\sigma = 20$ denean, aurreko tartearen prezisioa edo erdizabalera 3 unitatekoa baino handiagoa ez izateko eta $(1-\alpha) = 0.95$ konfidantza lortu nahi bada, zein izango da n_1-en tamainu minimoa?

  A) $n_1 = 214$
  B) $n_1 = 200$
  C) $n_1 = 256$
  D) $n_1 = 196$
  E) $n_1 = 157$

- 5.-Bedi hurrengo dentsitate funtzioa duen X a.a. bat:

$$f(x,\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\theta)^2} & -\infty < x < +\infty \quad -\infty < \theta < +\infty \text{ denean;} \\ 0 & \text{beste kasuetan.} \end{cases}$$

Xen $n = 1$ tamainuko lagin bat atera da eta $x = 2$ laginaren balioa lortzen da. θ-ren egiantz handienen estimatzailea izango da:

A) $\frac{1}{2}$
B) $\frac{1}{4}$
C) 2
D) 0
E) 1

Hurrengo adierazburua 6tik 8ra doazen galderei dagokie.

Bedi X a.a., hurrengo zenbatasun funtzioarekin:

$$P(X = 0) = \alpha; \quad P(X = 1) = \beta; \quad P(X = 2) = 1 - \alpha - \beta$$

$\{0, 1, 2, 2, 0, 0, 1, 0\}$ obserbazioak ematen dizkigun Xen l.a.b. bat ateratzen da.

- 6.-α-ren egiantz handienen estimatzailea izango da:

A) $\frac{1}{2}$
B) $\frac{1}{4}$
C) $\frac{1}{3}$
D) 0
E) Dena gezurrezkoa.

- 7.-β-ren egiantz handienen estimatzailea izango da:

A) $\frac{1}{2}$
B) $\frac{1}{4}$
C) $\frac{1}{3}$
D) 0
E) Dena gezurrezkoa.

- 8.-Momentuen metodoaz lortutako α eta β-ren estimatzaileak, hurrenez hurren, izango dira:

A) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$
B) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$
C) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$

D) Dena gezurrezkoa.

E) 0; 0

Hurrengo adierazburua 9tik 11ra doazen galderei dagokie.

Bitez X_i, $i = 1, \cdots, 4$ $\lambda = 2$ parametroko Poissonen banaketa berdina duten a.a. independenteak. $Z = \sum_{i=1}^{4} X_i$ beste a.a bat definitzen da.

- 9.-$P(Z \leq 6)$ izango da:

  A) 0.31337

  B) 0.12204

  C) 0.19124

  D) 0.68660

  E) Dena gezurrezkoa.

- 10.-Z-ren moda izango da:

  A) Bakarrik 8 balioa.

  B) Bakarrik 7 balioa.

  C) 7 eta 8.

  D) 6 eta 7.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 11.-$\overline{X}$ a.a kontsidera ezazu; bere probabilitate banaketa izango da:

  A) $\lambda = 4$ parametroko Poisson.

  B) $\lambda = 2$ parametroko Poisson.

  C) $N(m = 2, \sigma^2 = 2)$

  D) $N(m = 2, \sigma^2 = 2/\sqrt{4})$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 12 eta 13. galderei dagokie.

Bedi $\overline{X}$, $N(m, \sigma^2 = 9)$ banaketa jarraitzen duen talde batetik hartutako $n = 36$ tamainuko l.a.b. baten batezbestekoa. $H_0 : m \leq 50$ hipotesi hutsa, $H_a : m > 50$ hipotesiaren aurka kontrastatzean, erabaki araua $\overline{X} \geq 50.8$ bada H_0 baztertzea da.

- 12.-Kontrastearen esangura maila gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.9452

  B) 0.7020

C) 0.2981

D) 0.0548

E) Dena gezurrezkoa.

- 13.-$m = 50.8$ denean kontrastearen potentzia izango da:

  A) 0

  B) 0.9452

  C) 0.50

  D) 0.0548

  E) Dena gezurrezkoa.

- 14.-Bedi $\overline{X}$, $(\theta - 1, \theta + 1)$ tartean banaketa uniformea duen talde batetik hartutako n tamainuko l.a.b. baten batezbestekoa. Orduan, $E(\overline{X})$ izango da:

  A) 1

  B) $\frac{1}{3}$

  C) θ

  D) 2θ

  E) Dena gezurrezkoa.

- 15.-Demagun populazio batean ikuskera okerra duten pertsonen proportzioa 0.005ekoa dela. Zoriz aukeratutako 600 pertsonako talde batean, ikuskera okerra duen pertsona bat baino gehiago egoteko gutxi gora-beherako probabilitatea izango da:

  A) 0.1494

  B) 0.0498

  C) 0.0996

  D) 0.1992

  E) 0.8008

- 16.-Bedi X a.a. bat non $X \in b(0.20, 100)$ den. Orduan, $P[X = 21]$ gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.10

  B) 0.21

  C) 0.62

  D) 0.33

  E) 0

- 17.-Bedi $X \in N(m = 8, \sigma^2)$. $H_0 : \sigma \leq 2$ hipotesi nulua, $H_a : \sigma > 2$ hipotesiaren aurka kontrastatzeko, $s = 2.8$ laginaren desbidazioa ematen digun $n = 25$ tamainuko l.a.b. bat hartu da. $\alpha = \%5$ esangura mailarekin, kontrastearen erabakia izango da:

  A) H_0 baztertu.

  B) H_0 ez baztertu.

  C) Dena gezurrezkoa.

- 18.-X, banaketa binomiala duen a.a. bat bada, ($X \in b(p, n)$), $T = cX(X-1)$ estimatzailea p^2-ren estimatzaile alboragabea izateko c-ren balioa izango da:

  A) $(n-1)$

  B) $\frac{1}{(n-1)}$

  C) $\frac{1}{n(n-1)}$

  D) $\frac{1}{n}$

  E) $n(n-1)$

- 19.-Bedi X hurrengo dentsitate funtzioa duen a.a. bat:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta}x} & x \geq 0 \text{ denean;} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

  $n = 1$ tamainuko l.a.b. bat erabiliz $H_0 : \theta = 5$ hipotesi nulua, $H_a : \theta = 8$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi da. Eskualde kritikoa izango da:

  A) $x \geq k$

  B) $x \leq k$

  C) $x \in (-k, k)$

  D) $x \in (-k, k)^c$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 20 eta 21. galderei dagokie.

Banketxe bateko maileguen kontzesio ataleko zuzendariak, emandako mailegu bat ez itzultzeko probabilitatea 0.025ekoa dela estimatu du.

- 20.-Hilabete batean 80 mailegu eman baziren, zein izango da gutxi gora-behera zehazki 3 mailegu ez itzultzeko probabilitatea?

  A) 0.27067

  B) 0.6766

  C) 0.8571

D) 0.1805

E) 0.3871

- 21.-Zein izango da gutxi gora-behera gutxienez 3 mailegu ez itzultzearen probabilitatea?

  A) 0.3233

  B) 0.1429

  C) 0.8571

  D) 0.6766

  E) 0.3871

Hurrengo adierazburua 22 eta 23. galderei dagokie.

Ikerketa berri batek, konpainia bateko langileek urtean lapurketaren bat egiteko probabilitatea 0.20koa dela adierazten du. 20 langile dituen konpainia bat hartzen da.

- 22.-Zein izango da urte konkretu batean 2 lapurketa baino gutxiago egiteko probabilitatea?

  A) 0.2061

  B) 0.0692

  C) 0.1369

  D) 0.7939

  E) Dena gezurrezkoa.

- 23.-Zein izango da urte batean emandako lapurketen kopurua 2 eta 5 tartean (biak barne) egoteko probabilitatea?

  A) 0.7350

  B) 0.5981

  C) 0.8042

  D) 0.2061

  E) Dena gezurrezkoa.

- 24.-Bedi X a.a. hurrengo dentsitate funtzioarekin:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{\frac{1-\theta}{\theta}} & 0 < x < 1 \text{ denean; } \theta > 0 \\ 0 & \text{beste kasuetan.} \end{cases}$$

Populazio horretatik hartutako n tamainuko l.a.b. bat badugu, θ-ren egiantz handienen estimatzailea izango da:

A) $\hat{\theta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} ln(X_i)}$

B) $\hat{\theta} = \frac{-n}{\sum_{i=1}^{n} ln(X_i)}$

C) $\hat{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} ln(X_i)$

D) $\hat{\theta} = -\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} ln(X_i)$

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 25 eta 26. galderei dagokie.

Makina batek artikulu akastun bat egiteko probabilitatea 0.22koa da. Makina horrek produzitutako artikuluak independenteak dira.

- 25.-10 artikuluren artean zoriz aukeratutako artikulu bat akastuna izateko probabilitatea, gutxi gora-behera, izango da:

  A) 0.1108

  B) 0.2352

  C) 0.0005

  D) 0

  E) Dena gezurrezkoa.

- 26.-Makina horrek produzitutako 200 artikuluko lagin bat badugu, laginean espero dugun artikulu akastunen kopurua izango da:

  A) 44

  B) 156

  C) 34

  D) 22

  E) Dena gezurrezkoa.

- 27.-Lanegun konkretu batean denda batera sartzen den ikasle kopuruak, batezbestekoa orduko 15 ikasle duen Poissonen banaketa jarraitzen du. Lanegun bateko ordu konkretu batean 10 ikasle sartzeko probabilitatea, gutxi gora-behera, izango da:

  A) 0.0347

  B) 0

  C) 0.0692

  D) 0.0486

  E) Dena gezurrezkoa.

- 28.-Bedi X, λ parametroko Poissonen banaketa duen a.a. bat. Betetzen da:

  A) $E(X) = \lambda^2$
  B) $E(X^2) = 2\lambda^2$
  C) $Bar(X) = \lambda^2$
  D) $E[X(X-1)] = \lambda^2$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 29 eta 30. galderei dagokie.

Bedi X_1, X_2, X_3, X_4, $\frac{1}{\theta}$ parametroko banaketa esponentziala jarraitzen duen X taldetik hartutako l.a.b. bat.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta}x} & x \geq 0 \text{ denean} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

θ parametroa estimatzeko, ondoko bi estimatzaileak eraiki dira:

$$\hat{\theta}_1 = \frac{1}{6}(X_1 + X_2) + \frac{1}{3}(X_3 + X_4)$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{4}$$

- 29.-Bietatik zein da alboragabea?

  A) Bakarrik $\hat{\theta}_1$.
  B) Bakarrik $\hat{\theta}_2$.
  C) $\hat{\theta}_1$ eta $\hat{\theta}_2$.
  D) Bat ere ez.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 30.-Bietatik zeinek du bariantzarik txikiena?

  A) $\hat{\theta}_1$
  B) $\hat{\theta}_2$
  C) Bariantza berdina dute.
  D) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 31tik 34ra doazen galderei dagokie.

In vitro ernalketaren bitartez jaiotako nesken proportzioa $\frac{1}{2}$ edo txikiagoa denaren hipotesia kontrastatu nahi da ($H_0 : p \leq \frac{1}{2}$). Horretarako, prozesu horren bidez jaiotako 20 haurrez osatutako l.a.b. bat hartzen da, hauetatik 15 neska direlarik, $\alpha = \%5$ esangura mailaz.

- 31.-Kontrastea egiteko eskualde kritiko egokia izango da:

  A) $(6, 13)^c$
  B) $(5, 14)^c$
  C) $(5, 14]$
  D) $[0, 5)$
  E) $(14, 20]$

- 32.-Kontrastearen erabakia izango da:

  A) H_0 baztertu.
  B) H_0 ez baztertu.
  C) Dena gezurrezkoa.

- 33.-$p = 0.6$ bada, zein da II. motako errorea egiteko probabilitatea?

  A) 0.7484
  B) 0.8744
  C) 0.2516
  D) 0.1256
  E) Dena gezurrezkoa.

- 34.- $p = 0.6$ bada, zein da kontrastearen potentzia?

  A) 0.7484
  B) 0.8744
  C) 0.2516
  D) 0.1256
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 35etik 39ra doazen galderei dagokie.

Bedi X, $[0, \theta]$ tartean banaketa uniformea duen a.a. bat. $H_0 : \theta \geq 5$ hipotesi nulua $H_a : \theta < 5$ hipotesiaren aurka kontrastatzeko, $n = 1$ tamainuko l.a.b. bat hartzen da eta x, laginaren obserbazioa, 2 edo txikiagoa bada hipotesia baztertzea erabaki da.

- 35.-Zein da probaren esangura maila?

  A) 0.05
  B) 0.10
  C) 0.40
  D) 0.60
  E) Dena gezurrezkoa.

- 36.-$\theta = 3$ bada, zein da probaren potentzia?

  A) $\frac{2}{3}$
  B) $\frac{1}{3}$
  C) $\frac{1}{6}$
  D) $\frac{5}{6}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 37.-$x \in [1.75, 2.25]$ denean $H_0 : \theta \geq 5$ hipotesia baztertzen duen beste proba bat hartzen bada, proba honen esangura maila izango da:

  A) 0.05
  B) 0.10
  C) 0.40
  D) 0.60
  E) Dena gezurrezkoa.

- 38.-$\theta = 3$ denean bigarren probaren potentzia izango da:

  A) $\frac{2}{3}$
  B) $\frac{1}{3}$
  C) $\frac{1}{6}$
  D) $\frac{5}{6}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 39.-Bi probetatik hurrengoa baieztatu dezakegu:

  A) Lehenengoak esangura maila handiagoa du eta potentzia txikiagoa.
  B) Lehenengoak esangura maila handiagoa du eta potentzia handiagoa.
  C) Lehenengoak esangura maila txikiagoa du eta potentzia txikiagoa.
  D) Lehenengoak esangura maila txikiagoa du eta potentzia handiagoa.
  E) Dena gezurrezkoa.

GALDERA-SORTA 14

- 1.-Bedi $X_1, \cdots, X_n$, Xen obserbazioen l.a.b. bat, X aldagai aleatorioaren zenbatasun funtzioa $P_X(x) = (1-p)^{1-x}p^x, \quad x = 0,1$ eta $0 < p < 1$ izanik. Orduan, p-ren egiantz handienen estimatzailea izango da:

  A) $\overline{X}$
  B) $1/\overline{X}$
  C) $n\overline{X}$
  D) $n/\overline{X}$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 2, 3 eta 4. galderei dagokie.

Sagarrak ekoizten dituen enpresa batek merkatu berri batean sartu nahi du. Operazio honek arrakasta izango du sagarren pisuaren bariantza gehienez $50gr^2$-koa bada, baina ez du arrakastarik izango pisu hori gainditzen badu. Erabakia hartzeko $s^2 = 53$ emaitza ematen duen 10 tamainuko l.a.b. bat hartzen da. Sagarren pisuaren banaketan normalitatea suposatzen da.

- 2.-Populazioaren bariantzarentzat %95eko konfidantza maila duen tartea izango da:

  A) $(27.89, 196.29)$
  B) $(31.36, 159.16)$
  C) $(38.92, 162.12)$
  D) $(57.34, 138.19)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 3.- $H_0 : \sigma^2 \leq 50gr^2$ bada, $\alpha = \%5$ esangura maila batekin, enpresak hartuko duen erabakia izango da:

  A) H_0 baztertu.
  B) H_0 ez baztertu.
  C) Erabakia hartzeko ez dugu datu nahikorik.

- 4.-Normalitatea ez suposatuz, $s^2 = 53$ emaitza ematen duen 150 tamainuko l.a.b. bat hartzen bada, zein izango da enpresaren erabakia gutxi gora-behera, %5eko esangura mailarekin?

  A) H_0 baztertu.
  B) H_0 ez baztertu.
  C) Erabakia hartzeko ez dago datu nahikorik.

- 5.-Bedi X a.a. bat non $X \in \gamma(\frac{1}{2}, 5)$ den. $P[a \leq X \leq b] = 0.98$ eta $P(X \leq a) = 0.01$ betetzen duten a eta b-ren balioak hurrenez hurren izango dira:

  A) 0.554 eta 15.1.

  B) 2.56 eta 23.2.

  C) 0.0002 eta 6.63.

  D) 0.2974 eta 13.3.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 6.-Demagun $S^2 = \frac{1}{18}\sum_{i=1}^{18}(X_i - \overline{X})^2$, $N(3, \sigma^2 = 9)$ banaketa jarraitzen duen populazio bateko 18 tamainuko l.a.b. baten laginaren bariantza dela . $P\left[S^2 \leq a\right] = 0.025$ betetzen duen a-ren balioa izango da:

  A) 7.56

  B) 8.67

  C) 3.78

  D) 4.34

  E) Dena gezurrezkoa.

- 7.-Suposa ezazu erradioaktiboa den partikula batek barrera konkretu bat zulatzeko probabilitatea 0.01ekoa dela. Gutxienez horrelako partikula batek barrera zulatzeko probabilitatea 0.6koa baino handiagoa edo berdina izateko partikulen beharrezko kopurua, gutxi gora-behera, izango da:

  A) 92

  B) 51

  C) 16

  D) 84

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 8, 9 eta 10. galderei dagokie.

Bitez X eta Y elkarrekiko independenteak diren a.a.-k, non $X \in N(3, \sigma^2 = 9)$ eta $Y \in \chi^2_9$ diren.

- 8.- $\frac{X-3}{\sqrt{Y}}$ a.a.-aren banaketa izango da:

  A) t_9

  B) t_1

  C) $F_{1,9}$

  D) $F_{9,1}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 9.-$P(\frac{X-3}{\sqrt{Y}} \leq 2.82)$ probabilitatea izango da:

  A) 0.98
  B) 0.02
  C) 0.99
  D) 0.01
  E) Dena gezurrezkoa.

- 10.-$P(\frac{(X-3)^2}{Y} \geq 3.36)$ probabilitatea izango da:

  A) 0.10
  B) 0.05
  C) 0.95
  D) 0.90
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 11 eta 12. galderei dagokie.

Bedi $X_1, X_2, \cdots, X_n$, batezbestekoa 0 eta bariantza ezezaguna duen populazio batetik hartutako l.a.b. bat.

- 11.-Momentuen metodoaren bidez lortutako σ^2-ren estimatzailea izango da:

  A) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2$
  B) $\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2$
  C) $\sum_{i=1}^{n} {x_i}^4$
  D) $n\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2$
  E) $\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} {x_i}^4}$

- 12.-Aipatutako estimatzailea alboragabea da?

  A) Bai.
  B) Ez.
  C) Laginaren balioen menpe dago.

Hurrengo adierazburua 13 eta 14. galderei dagokie.

Enpresa batean fabrikatutako piezen tamainuak milimetrotan banaketa normal bat jarraitzen du. Piezak aipatutako enpresaren A lantegitik badatoz, banaketa zehatza $N(300, \sigma^2 = 25)$ da; bestalde B lantegian banaketa $N(280, \sigma^2 = 25)$ da. Zoriz produkzio osoaren pieza bat hartzen da eta pieza hori A lantegitik datorren hipotesi nulua, B lantegitik datorren hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi da.

- 13.-Aipaturiko kontrastean, bere tamainu berdinekoen artean potentzian nagusia den eskualde kritikoa hurrengo itxurakoa izango da:

  A) (k, ∞)

  B) $(-\infty, k)$

  C) (k_1, k_2)

  D) $(k_1, k_2)^C$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 14.-Laginean aukeratua izan den piezaren luzera 293 milimetrokoa bada, $\alpha = \%5$ esangura mailaz, erabakia izango da:

  A) Hipotesi nulua ez baztertu.

  B) Hipotesi nulua baztertu.

  C) Dena gezurrezkoa.

- 15.-Bedi $\overline{X}$, $N(m, \sigma^2 = 16)$ banaketa jarraitzen duen populazio bateko n tamainuko l.a.b. baten batezbestekoa. $(\overline{x} - 1.5, \overline{x} + 1.5)$ m-ren tartearen kofidantza %95ekoa izateko laginaren beharrezkoa den n-ren tamainu minimoa izango da:

  A) 6

  B) 20

  C) 28

  D) 13

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 16 eta 17. galderei dagokie.

Esperientziak erakusten digunez, kotxeen azterketa teknikoko postu batean kotxeen %96ak ongi pasatzen du proba.

- 16.-Zein izango da azterketara doazen hurrengo 200 kotxeetatik, 7 eta 18 kotxeren artean, zenbaki biak barne, azterketa **ez pasatzeko** gutxi gora-beherako probabilitatea?

  A) 0.686

  B) 0.546

  C) 0.407

  D) 0.491

  E) Dena gezurrezkoa.

- 17.-Zein izango da azterketa teknikoa ongi pasatzen duten kotxe kopuruaren banaketa zehatza?

  A) b(0.96, 200)

  B) b(0.04, 200)

  C) $\mathcal{P}(\lambda = 8)$

  D) $N(m = 192, \sigma^2 = 7.68)$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 18.-Jakina da kutxa konkretu baten pisuak $m = 1500$ gramo batezbestekoz eta $\sigma = 150$ gramo desbidazio tipikoz banaketa normala jarraitzen duela. Kutxa bat paketatzailean trabatu egingo da bere pisua 1.850 gramokoa baino handiagoa bada. Zoriz aukeratutako 8 kutxa aztertzen badira, horietako kutxa bat edo gehiago paketatzailean trabatzeko gutxi gora-beherako probabilitatea izango da:

  A) 0.9235

  B) 0.0765

  C) 0.0099

  D) 0.9901

  E) 0.8942

- 19.-Bedi X a.a. bat non $X \in P(\lambda = 4)$ den. Orduan, $P[X - 4 \geq 6]$ gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.0082

  B) 0.9918

  C) 0.9971

  D) 0.0029

  E) 0.0001

Hurrengo adierazburua 20, 21 eta 22. galderei dagokie.

Autopista bateko peaje batera heltzen diren automobilen kopuruak batezbetekoz minutuko 2 automobil duen Poissonen banaketa jarraitzen du.

- 20.-Zein izango da minutu konkretu batean peajera kotxerik ez heltzeko probabilitatea?

  A) 0.1353

  B) 0.4060

  C) 0.8647

  D) 0.5940

  E) Dena gezurrezkoa.

- 21.-Zein izango da minutu konkretu batean peajera gutxienez kotxe bat heltzeko gutxi gora-beherako probabilitatea?

  A) 0.8647

  B) 0.5940

  C) 0.1353

  D) 0.4060

  E) Dena gezurrezkoa.

- 22.-Zein izango da ordu konkretu batean peajera 130 kotxe baino gehiago heltzeko gutxi gora-beherako probabilitatea?

  A) 0.8315

  B) 0.1685

  C) 0.9128

  D) 0.0872

  E) Dena gezurrezkoa.

- 23.-1992ko urrian, makroekonomian espezializatutako 120 ekonomilariri eta 150 merkatal agenteri egindako inkesta batek hurrengoa ezagutarazi zuen: lehenengoetatik 87k eta bigarrenetatik 89k krisialdi ekonomikoa bere azkenera heldua zela pentsatzen zutela. Krisialdi ekonomikoa bere azkenera heldua zela pentsatzen zuten merkatal agente eta makroekonomisten proportzioak p_A eta p_M-z hurrenez hurren adierazten baditugu, merkatal agenteak gutxienez makroekonomistak bezain pesimistak diren hipotesia kontrastatzeko, zein kontraste erabiliko zenuke?

  A) Homogeneitasun kontrastea.

  B) Independentzia kontrastea.

  C) $H_0 : p_A = p_M$, $H_a : p_A \neq p_M$-ren aurka.

  D) $H_0 : p_A \leq p_M$, $H_a : p_A > p_M$-ren aurka.

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 24, 25 eta 26. galderei dagokie.

Bitez X eta Y hurrengo banaketak dituzten a.a. independente bi, $N(m_X, \sigma_X^2)$, $N(m_Y, \sigma_Y^2)$. $H_0 : m_X = m_Y$ hipotesi nulua, $H_a : m_X \neq m_Y$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatzeko, bi populazioetako 15 tamainuko lagin aleatorio bakun bi hartzen dira, hurrengo emaitzak lortuz:

$\overline{x} = 102$, $s_X^2 = 25$, $\overline{y} = 99$, $s_Y^2 = 36$.

Suposa ezazu $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, biak ezezagunak.

- 24.-H_0-ren kontrastea egiteko zein da estatistiko egokiena?

  A) $(\overline{X}-\overline{Y}) \in N(m_X - m_Y, \frac{\sigma_X^2}{15} - \frac{\sigma_Y^2}{15})$

  B) $(\overline{X}-\overline{Y}) \in N(m_X - m_Y, \frac{\sigma_X^2}{15} + \frac{\sigma_X^2}{15})$

  C) $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-(m_X-m_Y)}{\sqrt{(15\sigma_X^2+15\sigma_Y^2)\cdot 30}}\sqrt{15\cdot 15\cdot 28} \in t_{28}$

  D) $\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-(m_X-m_Y)}{\sqrt{(15s_X^2+15s_Y^2)\cdot 30}}\sqrt{15\cdot 15\cdot 28} \in t_{28}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 25.-Eskualde kritiko egokiena hurrengo motakoa izango da:

  A) $(-\infty, k)$

  B) (k, ∞)

  C) (k_1, k_2)

  D) $(k_1, k_2)^C$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 26.- $H_0 : m_X = m_Y$ kontrastearen erabakia H_0 baztertzea izango da hurrengo esangura mailarekin:

  A) $\alpha = \%5$

  B) $\alpha = \%10$

  C) $\alpha = \%20$

  D) $\alpha = \%1$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 27, 28, 29 eta 30. galderei dagokie.

Komunitate handi batean, HIESaz kutsatutako portzentaia %5ekoa da. Kutsatutako pertsona batekin protekziogabeko harreman batean kutsatzeko probabilitatea p da.

- 27.-Zein izango da sexu harreman bakar batekin kutsatzeko probabilitatea?

  A) $0.05p$

  B) $0.05(1-p)$

  C) $0.95p$

  D) $0.95(1-p)$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 28.-Pertsona batek komunitate horretako kideen artean aukeratzen baditu bikoteak, 20 urtero, bikote bakoitzarekin harreman sexual bakar bat izanez, zein izango da kutsatuta amaitzeko probabilitatea urte bukaeran?

  A) $(0.05p)^{20}$
  B) $(1-0.05p)^{20}$
  C) $1-(1-0.05p)^{20}$
  D) $1-(0.05p)^{20}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 29.-Zein izango da aurreko probabilitatea bikote bakar bat aukeratzen badu eta berarekin lau harreman baditu?

  A) $(0.05p)^4$
  B) $1-(0.95+0.05(1-p)^4)$
  C) $1-(1-0.05p)^4$
  D) $(1-p)^4 0.05$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 30.-Zein izango da kutsatzeko probabilitatea bost bikote aukeratzen baditu eta bikote bakoitzarekin lau harreman izaten baditu?

  A) $(0.05p)^{20}$
  B) $1-(0.95+0.05(1-p)^4)^5$
  C) $(1-(1-0.05p)^4)^5$
  D) $1-(0.05p)^{20}$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 31, 32 eta 33. galderei dagokie.

Batezbesteko ezezaguna duen eta estimatu nahi den banaketa Normal bat dugu. Estimatzaile bi proposatzen dira. $\hat{\theta}_1$, n tamainuko lagin aleatorio bakun baten laginaren batezbestekoa da eta $\hat{\theta}_2$ laginaren obserbazio bikoitien batezbestekoa da, hau da,

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}, \qquad \hat{\theta}_2 = \frac{X_2 + X_4 + \cdots + X_n}{\frac{n}{2}}$$

(suposa ezazu n bikoitia dela).

- 31.-Estimatzaile bietatik zein da alboragabea?

  A) $\hat{\theta}_1$

B) $\hat{\theta}_2$

C) Biak alboragabeak dira.

D) Bat ere ez da alboragabea.

E) Dena gezurrezkoa.

- 32.-Zeinek du bariantzarik txikiena?

A) $\hat{\theta}_1$

B) $\hat{\theta}_2$

C) Biek bariantza berdina dute.

D) Laginaren balioen menpe dago.

E) Dena gezurrezkoa.

- 33.-Estimatzaileen segida bi baditugu $\{\hat{\theta}_1^{(n)}\}$, $\{\hat{\theta}_2^{(n)}\}$, bietatik zein da tinkoa?

A) $\{\hat{\theta}_1^{(n)}\}$

B) $\{\hat{\theta}_2^{(n)}\}$

C) Biak tinkoak dira.

D) Bat ere ez tinkoa.

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 34, 35 eta 36. galderei dagokie.

2.830 familiaz osatutako populazio batean produktu konkretu baten asteroko batezbesteko kontsumoaren tartezko estimazioa kalkulatu nahi da. Horretarako, l.a.b. bat hartzea erabakitzen da. Aurreko ikerketei esker produktu konkretu horren kontsumoaren banaketa normala dela jakina da, bariantza 225 izanik. %95eko konfidantza maila eta ± 3ko errore edo prezisioa lortu nahi da.

- 34.-Gutxienez zein izan beharko du laginaren tamainuak?

A) 97

B) 58

C) 10

D) 69

E) 82

- 35.-Laginaren tamainu berdin horrekin eta konfidantza maila berdinarentzat egindako laginketa aleatorio birjarpengabea izan balitz, zein izango litzateke estimazioan egindako errorea?

A) 2.93

B) 3.12

C) 2.64

D) 2.72

E) 2.56

- 36.-Populazio horretan bariantzak eta batezbestekoak nabarmen desberdinak dituzten bi talde argi bereiztu daitezkeen informazioa bagenu, talde bakoitzaren barruan nahiko homogeneitatea izanik, hurrengo laginketa egitea komeniko litzaiguke:

  A) Bi etapako laginketa.

  B) Laginketa multzokatua.

  C) Laginketa geruzatua asignazio proportzionalaz.

  D) Laginketa geruzatua asignazio optimoaz (edo n-optimoaz).

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 37, 38 eta 39. galderei dagokie.

Makina batek motorrak fabrikatzen ditu bere orduko erregai kontsumoak banaketa esponentzial bat jarraitzen duelarik. Makina ondo dabilenean, aipaturiko kontsumoaren batezbestekoa litro batekoa da, eta makina txarto dabilenean, aipaturiko batezbestekoa 2 litrokoa izatera pasatzen da. Momentu konkretu batean makina ondo dabilen kontrastatzeko, horrelako motor bat hartu eta hurrengo erabaki araua hartzen da: ordu konkretu batean motorraren kontsumoa 1.2 litrokoa baino handiagoa bada, makina ondo dabilela baztertuko da, eta alderantziz, ez da baztertzen.

- 37.-Zein da probaren esangura maila?

  A) 0.301

  B) 0.698

  C) 0.465

  D) 0.684

  E) 0.289

- 38.-Zein da probaren potentzia?

  A) 0.548

  B) 0.909

  C) 0.284

  D) 0.361

  E) 0.212

- 39.- $(0.163, 1.891)^C$ eskualde kritiko berria kontsideratzen bada, aldebateko proba, hau baino hobea dela esan daiteke?

  A) Bai, esangura maila eta potentzia hobetzen dituelako.

  B) Bai, esangura maila berdinarentzat potentzia handiagoa duelako.

  C) Ez, potentzia handiagoa izan arren esangura maila ere handiagoa duelako.

  D) Ez, esangura maila txikiagoa izan arren potentzia txikiagoa duelako.

  E) Dena gezurrezkoa.

GALDERA-SORTA 15

- **1etik 3ra doazen galderei hurrengo adierazburua dagokie.**

  Kontserba lote bateko ontzien batezbesteko edukina zuzena dela (500 gr-koa) kontrastatu nahi da, txikiagoa den alternatiboaren aurka. Desbidazio tipikoa 20 gr-koa da eta 50 (ontzi) tamainuko l.a.b. bat hartzen da.

- 1.-Lote zuzen bat baztertzeko probabilitatea gutxi gora-behera 0.1ekoa bada, laginaren batezbesteko estatistikoarentzat eskualde kritikoa izango da:

  A) $(-\infty, 496.4)$
  B) $(-\infty, 502.4)$
  C) $(-\infty, 474.4)$
  D) $(-\infty, 467.2)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 2.-Ontzien batezbesteko edukina 490 gr-koa bada, probaren potentzia gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.988
  B) 0.88
  C) 0.643
  D) 0.10
  E) 0.923

- 3.- I motako errorearen probabilitatea mantenduz potentzia handitu nahi bada, beharrezkoa da:

  A) n handitzea.
  B) n txikitzea.
  C) Eskualde kritikoa handitzea n aldatu gabe.
  D) Eskualde kritikoa txikitzea n aldatu gabe.
  E) Dena gezurrezkoa.

4tik 7ra doazen galderei hurrengo adierazburua dagokie.

Zentralita batek batzen dituen telefono dei kopuruak 5 minuturo $\lambda = 3$ parametroko Poissonen banaketa jarraitzen du. 5 minutuko aldi desberdinetan batutako deiak independenteak direla suposatzen da.

- 4.-5 minututan 6 dei izateko probabilitatea izango da:

  A) $e^{-3}\frac{3^6}{6!}$

B) $e^{-6}\frac{6^3}{3!}$

C) $e^{-5}\frac{5^3}{3!}$

D) $e^{-3}\frac{5^3}{5!}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 5.-10 minututan 3 dei izateko probabilitatea izango da:

  A) $e^{-3}\frac{3^6}{6!}$

  B) $e^{-6}\frac{6^3}{3!}$

  C) $e^{-5}\frac{5^3}{3!}$

  D) $e^{-3}\frac{5^3}{5!}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 6.-Ordu laurden batean 15 dei baino gehiago izateko probabilitatea izango da:

  A) $\sum_{x=0}^{15} e^{-9}\frac{9^x}{x!}$

  B) $1-\sum_{x=0}^{15} e^{-9}\frac{9^x}{x!}$

  C) $\sum_{x=0}^{15} e^{-15}\frac{15^x}{x!}$

  D) $1-\sum_{x=0}^{15} e^{-15}\frac{15^x}{x!}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 7.-Deirik gabe 5 minutu igarotzeko probabilitatea izango da:

  A) e^{-3}

  B) e^{-5}

  C) 1

  D) $e^{-5}\frac{5^3}{3!}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 8.-10.000 biztanle dituen populazio batean, esnearen asteroko batezbesteko kontsumoa biztanleko estimatu nahi da. Kuasibariantza 16 l^2 dela estimatzen bada, 0.5 l-ko errore absolutu maximoz edo prezisioaz eta %95eko konfidantzaz estimazioa lortzeko beharrezkoa den laginaren tamainua gutxi gora-behera izango da:

  A) 1.080

B) 1.032

C) 1.288

D) 425

E) 240

9tik 11ra doazen galderei hurrengo adierazburua dagokie:

Prezio baxuko jostailu berrien gama zabal bat merkaturatzen eta fabrikatzen duen enpresa batek, fabrikatzen duen jostailuen %40ak merkatuan arrakasta moderatu bat duela gutxienez aurkitu du.

- 9.-Merkatuan sartzeko 5 jostailu berri egin badira, gutxienez horietariko 3k arrakasta moderatu bat izateko probabilitatea izango da:

  A) 0.3174

  B) 0.087

  C) 0.9130

  D) 0.6826

  E) 0.5467

- 10.-Enpresak, garapen prozesuan dauden jostailuentzako, hurrengo merkaturatze prozesurako 60 ideia baditu, eta momentu konkretu batean, 60 jostailu merkaturatzen badira, gutxienez horietariko 30ek merkatuan arrakasta moderatu bat izateko probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.074

  B) 0.9260

  C) 0.6549

  D) 0.1648

  E) 0.4269

- 11.-Merkaturatzen diren jostailuen %5a salketen behin-betiko arrakasta dela jakina bada, merkaturatutako 60 modelotik batek ere ez salketan behin-betiko arrakasta izateko probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.05

  B) 1

  C) 0

  D) 0.3

  E) 0.7

- 12.-Izan bedi X 2 batezbestekoz eta 0.2 desbidazioz duen a.a. bat. Xen batezbestekoarentzat gutxienez %95eko probabilitateko tartea izango da:

A) (1.105,2.89)

B) (1.608,2.392)

C) (-1.96,1.96)

D) (-1.645,1.645)

E) Dena gezurrezkoa.

- 13.-Izan bedi X 2 batezbestekoz eta 0.2 desbidazioz normal banaketa duen a.a.. Xen batezbestekoarentzat %95eko probabilitateko tartea izango da:

  A) (2.955,3.045)

  B) (1.608,2.392)

  C) (-1.96,1.96)

  D) (-1.645,1.645)

  E) Dena gezurrezkoa.

- 14.-n mikroprozesagailuen multzo bat aztertu da eta x akastun aurkitu dira. n ez da ezagutzen baina akatsaren p probabilitatea bai. Momentuaren metodoa erabiliz n-ren estimatzailea izango da:

  A) $\frac{x}{p}$

  B) $\frac{p}{x}$

  C) $\frac{1}{p}$

  D) px

  E) Dena gezurrezkoa.

- 15.-$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ hipotesi nulua, $H_a : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatzeko talde normal batean, n tamainuko lagina hartzen da, S^{*2} kuasibariantza lortuz. Hipotesi nulupean, $\frac{(n-1)S^{*2}}{\sigma_0^2}$ estatistikoaren banaketa izango da:

  A) χ^2, $n-1$ askatasun graduz.

  B) χ^2, n askatasun graduz.

  C) χ^2, $n-2$ askatasun graduz.

  D) Ez da ezagutzen.

  E) Dena gezurrezkoa.

16tik 17ra doazen galderei hurrengo adierazburua dagokie.

Izan bedi X a.a. jarrai bat, hurrengo dentsitate funtzioaz:

$$f(x,\theta) = \begin{cases} \theta(1-x)^{\theta-1} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 16.-n tamainuko lagin batetik abiatuz, eta faktorizapen iritzia erabiliz θ estimatzeko estatistiko nahiko bat izango da:

  A) $\prod_{i=1}^{n}(1-X_i)$
  B) $\sum_{i=1}^{n}(1-X_i)$
  C) $\overline{X}$
  D) $\sum_{i=1}^{n}(\log(1-X_i))^2$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 17.-θ parametroaren egiantz handienen estimatzailea izango da:

  A) $\frac{-n}{\sum_{i=1}^{n}\log(1-X_i)}$
  B) $\sum_{i=1}^{n}\log(1-X_i)$
  C) $\sum_{i=1}^{n}(1-X_i)$
  D) $\frac{-n}{\prod_{i=1}^{n}\log(1-X_i)}$
  E) $\prod_{i=1}^{n}(1-X_i)$

Hurrengo adierazburua 18 eta 19. galderei dagokie.

Egunero pertsona bat etxetik hiri erdian dagoen bere bulegora kotxez joaten da. Bidaiaren iraupena minututan, $N(35, \sigma^2 = 64)$ Normal banaketa duen a.a. da.

- 18.-Zein izango da egun konkretu batean bide hori 30 minutu baino gutxiago egiteko gutxi gora-beherako probabilitatea?

  A) 0.2676
  B) 0.7324
  C) 0.0781
  D) 0.9219
  E) 0.9893

- 19.-0.10eko probabilitateaz, gutxi gora-behera zein bide iraupen gaindituko du?

  A) 45.24 minutu.
  B) 34.12 minutu.
  C) Ezin da jakin.
  D) 21.12 minutu.
  E) 10 minutu.

- 20.-Izan bedi $X \in N(m, \sigma^2 = 25)$. m estimatzeko, batezbestekoa 40 ematen duen 81 obserbazioko l.a.b. bat aukeratzen dugu. m estimatzeko %95eko konfidantza tartea izango da:

  A) (30.2, 49.8)

  B) (34.6, 45.44)

  C) (31.8, 48.2)

  D) (38.91, 41.09)

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 21 eta 22. galderei dagokie.

Populazio konkretu bateko familia batean seme-alaba bi edo gehiago egoteko probabilitatea %40koa da.

- 21.-Aipaturiko populazioan zoriz 20 familia aukeratzen baditugu, zein izango da seme-alaba bi edo gehiago dituzten 6 famili baino gehiago aurkitzeko probabilitatea?

  A) 0.25

  B) 0.75

  C) 0.4159

  D) 0.1256

  E) 0.8744

- 22.-50 familia zoriz hartzen badira, zein izango da seme-alaba bi edo gehiago dituzten 25 familia baino gehiago aurkitzeko gutxi gora-beherako probabilitatea?

  A) 0.9251

  B) 0.1357

  C) 0.9429

  D) 0.6482

  E) 0.0571

Hurrengo adierazburua 23, 24 eta 25. galderei dagokie.

Hiri batean mugiezinen empresa batek agentzia bi ditu. Ordutegiaren mugaketagatik, agentzia bakoitzean erakutsi daitekeen eguneroko etxebizitzen kopurua 10 da. Agentzia bakoitzeko eskaerak $\lambda = 9$ parametroko Poissonen banaketa jarraitzen du. Agentziek ez dituzte beraien bezeroak elkartrukatzen, (aurre egin dezaketena baino eskaera haundiagoa badute, hurrengo egunerako uzten dute, baina ez dute beste agentziara pasatzen), eta agentzien eskaerak elkarrekiko independenteak dira.

- 23.-Zein izango da horietariko agentzia batek bakarrik egun bateko eskaera osoari aurre ez egiteko probabilitatea?

  A) 0.706
  B) 0.294
  C) 0.415
  D) 0.498
  E) 0.984

- 24.-Zein izango da aipaturiko bi agentzien artean zehazki bezero bat kasu egin gabe geratzeko probabilitatea?

  A) 0.137
  B) 0.863
  C) 0.069
  D) 0.931
  E) 0.584

- 25.-Agentziek bezeroak elkartrukatzea erabakitzen badute, zein izango da bi agentzien artean zehazki bezero bat kasu egin gabe geratzeko probabilitatea?

  A) $e^{-18}\frac{18^{21}}{21!}$
  B) Aurreko galderaren berdina.
  C) $e^{-18}\frac{18^{9}}{9!}$
  D) $e^{-9}\frac{9^{21}}{21!}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 26.- X a.a.k Poissonen banaketa badu, non $P(X=1)=P(X=2)$ den, orduan $P(X\leq 4)$ izango da:

  A) 0.9473
  B) 0.6288
  C) 0.9714
  D) 0.5
  E) Dena gezurrezkoa.

- 27.-Izan bedi $Y_1,\ldots,Y_n$, $N(2,\sigma^2=4)$ banaketa batetik ateratako l.a.b. bat. $P(1.9\leq\overline{Y}\leq 2.1)\geq 0.99$ izateko, n-ren lehenengo balioa, gutxi gora-behera, izango da:

  A) 2.663
  B) 2.115

C) 2.374

D) 1.113

E) 3.125

Hurrengo adierazburua 28 eta 29. galderei dagokie.

Izan bitez m_X eta m_Y, bariantza berdineko eta independenteak diren bi talde normalen populazioaren batezbestekoak. Talde bakoitzeko 8ko tamainuko l.a.b.-etatik abiatuz, $\overline{x} = 5.4$, $s_X^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = 0.55$, $\overline{y} = 4.5$ eta $s_Y^2 = 0.58$ direla lortzen da.

- 28.- $m_X - m_Y$-rentzat, %95eko konfidantza tartea gutxi gora-behera izango da:

A) (0.04,1.76)

B) (0.21,0.61)

C) (0.23,0.76)

D) (0.10,0.60)

E) Dena gezurrezkoa.

- 29.-Aurreko laginetan lortutako informazioarekin, %5eko esangura mailaz, $H_0 : m_X = m_Y$ hipotesi nulua, $H_a : m_X \neq m_Y$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi badugu, test honen emaitza izango da:

A) H_0 baztertu.

B) H_0 ez baztertu.

C) Kontrastea ezin dugu egin.

D) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 30 eta 31. galderei dagokie.

Izan bitez σ_X^2 eta σ_Y^2 independenteak diren bi talde normalen populazioaren bariantzak. 7ko tamainuko l.a.b. batetik $s_X^2 = 0.000224$ dela lortzen da. Beste aldetik, bigarren taldearen 5eko tamainuko l.a.b. batetik $s_Y^2 = 0.00012$ dela lortzen da.

- 30.-σ_X^2/σ_Y^2-rentzat, %90eko konfidantza tartea izango da:

A) (0.203,11.629)

B) (0.503,12.629)

C) (0.213,0.719)

D) (0.503,11.629)

E) (0.283,7.892)

- 31.-%10eko esangura mailaz, $H_0 : \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ hipotesi nulua, $H_a : \sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi badugu, emaitza izango da:

  A) H_0 baztertu.

  B) H_0 ez baztertu.

  C) Kontraste hau ezin da egin.

  D) Dena gezurrezkoa.

- 32.-Enpresa elektriko batek hurrengo hipotesi nulua kontrastatu nahi du: energia kontsumoaren sakabanatzea A bezeroen taldean B bezeroen taldean baino handiagoa edo berdina da. Horretarako talde bietako $n_A = 20$ eta $n_B = 10$ tamainuko l.a.b.ak hartzen ditu. Energia kontsumoa normala dela suposatuz, %5eko esangura mailaz, kontrastearen erabakia hipotesi nulua baztertzea izango da hurrengoa gertatzen bada:

  A) $\frac{S_A^2}{S_B^2} < \frac{19\times10}{20\times9} F_{\overline{19,9}|0.95}$

  B) $\frac{S_A^2}{S_B^2} > \frac{19\times10}{20\times9} F_{\overline{19,9}|0.95}$

  C) $\frac{S_A^2}{S_B^2} < \frac{19\times10}{20\times9} F_{\overline{19,9}|0.05}$

  D) $\frac{S_A^2}{S_B^2} > \frac{19\times10}{20\times9} F_{\overline{19,9}|0.05}$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 33, 34 eta 35. galderei dagokie.

Ikastetxe konkretu batean atzerriko hizkuntzaren ezaguera maila egokia kontsideratzen dena den ala ez jakin nahi da. Horrela balitz, aipaturiko hizkuntzan egindako proba batean ikasketak bukatzen dituzten ikasleen %90a gutxienez, proba gainditzeko gai izan beharko litzateke. Aipaturiko proba ikasle guztiei egitea kostu handikoa dela eta, hurrengo kontrastea erabakitzen da: zoriz 10 ikasle hartzen dira eta horietariko bi edo gehiagok proba ez badute gainditzen, ezaguera maila egokia dela baztertu egingo da.

- 33.-Zein izango da probaren esangura maila?

  A) 0.7361

  B) 0.2639

  C) 0.9298

  D) 0.0702

  E) Dena gezurrezkoa.

- 34.-Errealitatean ez gainditzeko portzentaia ikastetxean %30ekoa balitz, zein izango litzateke probaren potentzia?

  A) 0.1493

B) 0.8507

C) 0.3828

D) 0.0172

E) Dena gezurrezkoa.

- 35.-Hurrengo proba alternatiboa kontsideratzen da: 20 ikasleko lagin bat hartzen da eta 4 edo gehiagok proba gainditzen ez badute ezaguera maila egokia denaren hipotesi nulua baztertu egiten da. Hipotesi alternatibo bezala aurreko galderarena erabiliz, proba hau aurrekoa baino hobea da?

  A) Ez, esangura maila hobetzen duelako baina potentzia txarragoa delako.

  B) Ez, potentzia hobetzen duelako baina esangura maila txarragoa delako.

  C) Ez, esangura maila eta potentzia txarragoak direlako.

  D) Bai, esangura maila eta potentzia hobeak direlako.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 36.-Udal konkretu bateko agintariek, udal horretan alfabetatu gabekoen indizeak ez duela %10a gainditzen baieztatzen dute. Baieztapen hau kontrastatzeko 1.000 biztanleko l.a.b. bat hartzen da. Z lagin horretan lortutako alfabetatu gabekoen kopurua bada, %5eko esangura mailaz, erabaki arau egokiena izango da: agintariek azaldutako hipotesia baztertzea,

  A) $Z \geq 116$ bada.

  B) $Z > 50$ bada.

  C) $Z < 116$ bada.

  D) $|Z - 10| > 50$ bada.

  E) $Z < 95$ bada.

- 37.-Nazio bateko lehendakariak politika fiskal berriaren alde dagoen populazioaren proportzioa estimatu nahi du. %95eko konfidantza mailaz eta %4koa baino handiagoa ez den errore absolutuaz, zein izango da kontsideratu behar den laginaren tamainu minimoa?

  A) 500

  B) 601

  C) 577

  D) 576

  E) 95

Hurrengo adierazburua 38 eta 39. galderei dagokie.

Ikerketa batek, etxetik kanpora lan egiten duten 100 etxekoandrez osaturiko lagin batean, 64 etxekoandrek berehalako kafea nahiago dutela erakutsi zuen; alderantziz, beste lagin batek, aurrekoarekiko independentea, kanpoan lan egiten ez duten 100 etxekoandreren artean 56 dira nahiago dutenak. Talde biek berehalako kafeari buruz preferentzia berdinak duten kontrastatu nahi da.

- 38.-Datu hauekin kontrasterik egokiena izango da:

  A) Independentzia.

  B) Proportzioen berdintasuna.

  C) Proportzioa $p = 1/2$ dela kontrastatu.

  D) Kolmogorov.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 39.- %5eko esangura mailaz preferentziak berdinak diren hipotesia:

  A) Baztertu egiten da.

  B) Ez da baztertzen.

  C) Ezin da inolako erabakirik hartu.

  D) Dena gezurrezkoa.

GALDERA-SORTA 16

- **1etik 2ra doazen galderei hurrengo adierazburua dagokie.**

  10.000 biztanle dituen populazio batean, esnearen asteroko kontsumoa biztanleko estimatu nahi da. $N_1 = 3.000$ eta $N_2 = 7.000$ tamainuko estratu bi eta $20\ l^2$ eta $70\ l^2$-ko kuasibariantzak hurrenez hurren kontsideratzen dira. 1.000ko tamainuko lagin bat hartuz,

- 1.-Zein izango dira estratu bakoitzetik atera behar diren laginen tamainuak asignazio proportzioanalaz?

  A) $n_1 = 500$, $n_2 = 500$

  B) $n_1 = 300$, $n_2 = 700$

  C) $n_1 = 400$, $n_2 = 600$

  D) $n_1 = 186$, $n_2 = 814$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 2.-Zein izango dira estratu bakoitzetik atera behar diren laginen tamainuak asignazio optimoaz?

  A) $n_1 = 500$, $n_2 = 500$

  B) $n_1 = 300$, $n_2 = 700$

  C) $n_1 = 400$, $n_2 = 600$

  D) $n_1 = 186$, $n_2 = 814$

  E) Dena gezurrezkoa.

3tik 5era doazen galderei hurrengo adierazburua dagokie.

H_0 egia bada, X a.a. batek hurrengo probabilitate banaketa du:

X	1	2	3	4	5	6
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

eta H_a egia bada:

X	1	2	3	4	5	6
$P(X)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{15}$

H_0 baztertzea erabakitzen da X balioa ikusterakoan, hau 3 edo 4 bada.

- 3.-Aurreko proba egiterakoan, I. motako errorea egiteko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{1}{3}$

  B) $\frac{2}{3}$

  C) $\frac{1}{6}$

D) $\frac{1}{9}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 4.-Aurreko proba egiterakoan, II. motako errorea egiteko probabilitatea izango da:

  A) $\frac{3}{5}$
  B) $\frac{2}{3}$
  C) $\frac{1}{5}$
  D) $\frac{2}{5}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 5.-Aurreko probaren potentzia izango da:

  A) $\frac{3}{5}$
  B) $\frac{2}{3}$
  C) $\frac{1}{5}$
  D) $\frac{2}{5}$
  E) Dena gezurrezkoa.

6tik 7ra doazen galderei hurrengo adierazburua dagokie.

Produktu baten publizitatea eraginkorra den (kontsumitzaileen proportzioa handitzen badu) kontrastatu nahi da. Horretarako, 100 pertsonako, lagin bi hartzen dira, toki desberdinetan. Lehenengoan (A tokia) publizitate kanpaina egin da eta bigarrenean (B tokia) ez. Lortutako emaitzak hurrengoak dira: A tokian 30 pertsonek kontsumitzen dute eta B tokian 25ek.

- 6.-%5eko esangura mailaz, erabakia izango da:

  A) Eraginkortasunik ez dagoela baztertu.

  B) Eraginkortasunik ez dagoela onartu.

  D) Dena gezurrezkoa.

- 7.-A tokiko kontsumitzaileen proportzioarentzat %95eko probabilitateko tartea, gutxi gora-behera, izango da:

  A) $(0.298, 0.302)$

  B) $(0.210, 0.389)$

  C) $(0.225, 0.375)$

  D) $(0.192, 0.484)$

  E) Dena gezurrezkoa.

8tik 11ra doazen galderei hurrengo adierazburua dagokie.

Makina batek egunero 1.000 pieza egiten ditu, batezbestekoz 4 akastun eginez. Makina berri batez ordezkatzeko posibilitatea kontsideratzen ari da. Horregatik proba bat egiten da hurrengo hipotesi nulua kontrastatzeko H_0: Makina berriak ez du hobakuntzarik suposatzen aurrekoarekiko. Eguneko pieza akastun kopuruak Poissonen banaketa jarraitzen du.

- 8.-Lanegun batean makina berriak 3 akastun egin bazituen, fabrikatutako 1.000 piezatik, %10eko esangura mailaz hartu beharreko erabakia izango da:

  A) H_0 baztertu.

  B) H_0 ez baztertu.

  C) Dena gezurrezkoa.

- 9.- Makina berriaren akastunen batezbesteko kopurua 3 bada, aurreko probaren potentzia, gutxi gora-behera, izango da:

  A) 0.9

  B) 0.2

  C) 0.47

  D) 0.30

  E) Dena gezurrezkoa.

- 10.-Egun bitako l.a.b. bat hartzen bada, egun hauetan 3 pieza akastun lortuz, kasu honetan %10eko esangura mailaz, erabakia izango da:

  A) H_0 baztertu.

  B) H_0 ez baztertu.

  C) Dena gezurrezkoa.

- 11.-Laginaren tamainua handitu denez, zer gertatzen da aipaturiko probaren potentziaz makina berriaren akastunen batezbesteko kopuruak 3koa izaten jarraitzen badu?

  A) Berdin jarraitzen du.

  B) Handitu egiten da.

  C) Txikitu egiten da.

  D) Ezin da kalkulatu.

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 12tik 15era doazen galderei dagokie.

Jakina da 100 establezimendu dituen jostailu denda kate bateko establezimendu bakoitzaren bizikleta salketaren sarrerek, milaka pezetan adieraziak, $(100, 200)$ tartean banaketa uniformea dutela, eta establezimendu desberdinen banaketen arteko independentzia suposatzen da.

- 12.-Establezimendu batean aipaturiko sarrerak 170.000 pezeta baino handiagoak izateko probabilitatea izango da:

  A) 0.3

  B) 0.7

  C) 0.5

  D) 0.4

  E) Dena gezurrezkoa.

- 13-Hiri batean horietako lau establezimendu badaude, lauren artean lortutako sarrerak $(500.000, 700.000)$ tartean egoteko probabilitatea izango da:

  A) Berdin $\frac{2}{3}$ edo handiagoa.

  B) Berdin $\frac{1}{3}$ edo txikiagoa.

  C) 0.5

  D) 0.9182

  E) Dena gezurrezkoa.

- 14.-Egun batean establezimendu guztien artean sarrerak 16 milioi pezeta baino handiagoak izateko probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

  A) 1

  B) 0

  C) 0.668

  D) 0.847

  E) 0.787

- 15.-Izan bedi X, $\gamma(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ banaketa duen a.a. eta Y beste a.a., aurrekoarekin independentea, $N(0,1)$ banaketaz. $Z = X + Y^2$ a.a. banatuko da:

  A) Student-en t, 2 askatasun graduz.

  B) χ^2, 4 askatasun graduz.

  C) χ^2, 2 askatasun graduz.

  D) Snedecor-en F, $(1, 2)$ askatasun graduz.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 16.-Izan bedi X, $p = 1/2$ eta $n = 60$ parametroko banaketa Binomiala duen a.a.. Zein izango da, gutxi gora-behera, $Y = \frac{(X-np)^2}{np(1-p)}$ a.a.-k 5.02 baino balio txikiagoak hartzeko probabilitatea?

  A) 0.975

  B) 0.025

C) 0.95

D) 0.05

E) Dena gezurrezkoa.

- 17.-$X \in \gamma(6,3)$ a.a. baten funtzio karakteristikoa hurrengoa da, $\psi_X(u) = \left(1 - \frac{iu}{6}\right)^{-3}$. Egiaztatzen da:

A) Xen batezbestekoa 6 dela.

B) Xen batezbestekoa $\frac{1}{2}$ dela.

C) Xen bariantza 9 dela.

D) Xen bariantza $\frac{1}{2}$ dela.

E) Dena gezurrezkoa.

18tik 19ra doazen galderei hurrengo adierazburua dagokie.

Elkarte batek bere exekutibo bat aukeratzen du, kostu handikoa baina oso interesgarri den enpresa aktibitate berri batean inbertitzearen edo ez inbertitzearen egokitasunari buruz erabakitzeko. Exekutiboak hurrengo hipotesiak planteatzen ditu: H_0: "Enpresa aktibitateak porrot egingo du" H_a: "Enpresa aktibitateak arrakasta izango du" hipotesi alternatiboaren aurka.

- 18.-Hurrengo egoeretatik zeinek errepresentatzen du I. motako errore bat?

A) Exekutiboak ez inbertitzea erabakitzen du eta inbertitzen duten beste batzuek galera handiak izaten dituzte.

B) Exekutiboak ez inbertitzea erabakitzen du baina inbertitzen duten beste batzuek etekin handiak lortzen dituzte.

C) Exekutiboak aktibitate berrian inbertitzea erabakitzen du eta bere konpainiak etekin handiak lortzen ditu.

D) Exekutiboak aktibitate berrian inbertitzea erabakitzen du eta bere konpainiak diru kantitate handi bat galtzen du.

E) Dena gezurrezkoa.

- 19.-Hurrengo egoeretatik zeinek adierazten du II. motako errore bat?

A) Exekutiboak ez inbertitzea erabakitzen du eta inbertitzen duten beste batzuek galera handiak izaten dituzte.

B) Exekutiboak ez inbertitzea erabakitzen du baina inbertitzen duten beste batzuek etekin handiak lortzen dituzte.

C) Exekutiboak aktibitate berrian inbertitzea erabakitzen du eta bere konpainiak etekin handiak lortzen ditu.

D) Exekutiboak aktibitate berrian inbertitzea erabakitzen du eta bere konpainiak diru kantitate handi bat galtzen du.

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 20tik 21era doazen galderei dagokie.

Haziendako ministraritzak 1992ko itzulpenerako eskubidea duten aitorpen errenta zergen proportzioa estimatu nahi du.

- 20.- % 95eko konfidantzaz laginketa proportzioa eta benetako balioaren arteko diferentzia 0.03 baino handiagoa ez izateko, aukeratu behar duen aitorpen kopurua gutxi gora-behera izango da gutxienez:

  A) 1.068

  B) 1.029

  C) 4.130

  D) 3.000

  E) 2.560

- 21.-Haziendako bulegoetan gaur egun 3.000 aitorpen behatu dira. Itzultze-eskubidea duten aitorpen proportzioa gehienez % 60koa den hipotesia kontrastatzeko, eskualde kritiko egokia $\alpha = \%5$ esangura mailaz gutxi gora-behera izango da:

  A) $(0.582, 0.617)^c$

  B) $(0, 0.582)$

  C) $(0.615, \infty)$

  D) $(0.534, 0.678)^c$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 22.-Oso arrunta den gaixotasun baten garapenean klima-motak eragina duen ala ez jakiteko, klima hotza, epela eta beroa duten 3 hiritako 100, 150 eta 200 indibiduoko 3 l.a.b. hartzen dira eta kontrastu. Lagineko pertsonak gaixotasuna duten ala ez duten arabera sailkatzen dira eta $Z = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$ hartzen da estatistiko bezala. α esangura mailaz, gaixotasunean klimak eraginik ez duela baztertuko da hurrengoa betetzen bada:

  A) $Z > \chi^2_{2|\alpha}$

  B) $Z < \chi^2_{2|\alpha}$

  C) $Z > \chi^2_{450|\alpha}$

  D) $Z < \chi^2_{450|\alpha}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 23.-X a.a.-k $\lambda = 3$ parametroko Poissonen banaketa jarraitzen duela dioen hipotesi nulua, $\lambda < 3$ parametroko banaketa jarraitzen duela dioen hipotesi alternatiboarekin kontrastatzeko, $(x_1,\ x_2)$ bi obserbaziotako l.a.b. bat hartzen da. % 5eko esangura mailaz hipotesi nulua baztertuko dugu hurrengoa betetzen bada:

  A) $x_1 = 1$, $x_2 = 1$

  B) $x_1 < 5$, $x_2 < 5$

  C) $x_1 + x_2 \leq 1$

  D) $x_1 + x_2 \leq 9$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 24tik 25era doazen galderei dagokie.

Liburu batean orrialdeko errakuntza kopuruak batezbestekoz 0.7 duen Poissonen banaketa bat jarraitzen du.

- 24.-Orrialde batean errakuntzarik ez egoteko probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

  A) 0.009

  B) 0.4965

  C) 0.8187

  D) 0.7

  E) 1

- 25.-Liburu horrek 50 orrialde baditu, 3 errakuntza baino gehiagorekin zehazki 5 orrialde egoteko probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

  A) 0

  B) 0.5

  C) 1

  D) 0.8

  E) 0.06

Hurrengo adierazburua 26tik 27ra doazen galderei dagokie.

Izan bedi batezbestekoz m duen X a.a. bat. α esangura mailaz $H_0 : m = m_0$ hipotesi nulua, $m < m_0$ hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatzen, hurrengo moduan da: n tamainuko lagin bat hartzen da; laginaren batezbesteko estatistikoa eraikitzen da eta $\overline{x} < k$ bada H_O baztertzen da, $k = m_0 - t_{n-1|\alpha} \frac{s}{\sqrt{n-1}}$ izanik.

- 26.-Proba hau egokia izan dadin beharrezkoa da:

  A) X a.a.-k banaketa normal bat izatea.

  B) $n \geq 10$

  C) $n \geq 30$

  D) Populazioaren bariantza ezagutzea.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 27.-Hurrengo probabilitateak, $Pr[\overline{X} > k|m_0]$, adierazten du:

  A) α esangura maila.

  B) Hipotesi nulua egia denean $(1 - \alpha)$ onartzeko probabilitatea.

  C) Probaren potentzia.

  D) II. motatako errorea egiteko probabilitatea.

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 28tik 29ra doazen galderei dagokie.

Inspekzio tekniko batetik egunero pasatzen diren kotxeen % 92a zirkulaziorako egokia kontsideratzen dela jakina da.

- 28.-Egun konkretu batean 10 kotxe inspekzionatzen badira, zein izango da zehazki horietariko edozein bik inspekzioen probak ez gainditzeko probabilitatea?

  A) $45 \times 0.08^2 \times 0.92^8$

  B) $45 \times 0.08^8 \times 0.92^2$

  C) $10 \times 0.08^2 \times 0.92^8$

  D) $10 \times 0.08^2 \times 0.92^8$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 29.-Egun batean inspekzionatutako kotxeen kopurua 50 bada, zein izango da 5 kotxe baino gehiagok inspekzio hori ez pasatzeko probabilitatea gutxi gora-behera?

  A) 0.37116

  B) 6×10^{-5}

  C) 0.21487

  D) 0.78513

  E) 0.62884

30etik 31ra doazen galderei hurrengo adierazburua dagokie.

Izan bedi $X_1, \cdots, X_n$ banaketa jarraia duen kolektibo batetik ateratako l.a.b. bat, non bere dentsitate-funtzioa hurrengoa den:

$$f(x,\theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 30.-Faktorizazio teorema erabiliz θren estatistiko nahikoa izango da:

  A) $\prod_{i=1}^{n} X_i$
  B) $\sum_{i=1}^{n} X_i$
  C) $\overline{X}$
  D) $\sum_{i=1}^{n} (\log X_i)^2$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 31.-θren egiantz handienen estimatzailea izango da:

  A) $\frac{-n}{\sum_{i=1}^{n} \log X_i}$
  B) $\sum_{i=1}^{n} \log X_i$
  C) $\sum_{i=1}^{n} X_i$
  D) $\frac{-n}{\prod_{i=1}^{n} \log X_i}$
  E) $\prod_{i=1}^{n} X_i$

Hurrengo adierazburua 32tik 36ra doazen galderei dagokie.

Probintzia bateko hauteskunde orokorren emaitza posiblea ikertu nahi da. Probintziako hauteskunde zentsua 1.600.000 pertsonaz osaturik dagoela estimatzen da.

- 32.-100 pertsonako lagin bat hartzen da eta A alderdiaren alde dagoen pertsonen proportzioa p da. Laginean, alderdi horren alde dagoen bozemaile kopuruak hurrengo banaketa izango du gutxi gora-behera:

  A) $b(p, n = 100)$
  B) $b(p, n = 1.600.000)$
  C) $P(\lambda = 1.600.000)$
  D) $N\left(p, \frac{p(1-p)}{100}\right)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 33.-Probintzia horretan % 95.5eko konfidantzaz eta ± 0.04 prezisioz edo errorez A alderdiaren alde botatu duten bozemaileen proportzioa estimatu nahi bada, helburu hau lortzeko beharrezkoa den laginaren tamainu minimoa gutxi gora-behera izango da:

  A) 625

B) 845

C) 320

D) 1.032

E) 1.067

- 34.-$n = 900$ lagin bat hartzen bada eta alderdi horren alde botoa ematen duten kopurua 270koa dela lortzen bada, alderdi horri botoa ematen dioten pertsonen totala hurrengo balioan estimatuko da:

A) 480.000

B) 270.000

C) 560.000

D) 520.000

E) Dena gezurrezkoa.

- 35.- % 95eko konfidantzaz aurreko estimazioaren errorea edo prezisioa gutxi gora-behera izango da:

A) ± 5.674

B) ± 47.903

C) ± 0.03

D) ± 0.05

E) ± 553

- 36.-Alderdiaren alde botoa ematen dutenen artean emakumeen proportzioa 0.1en inguruan dagoela uste da, gizonen artean, ordea, 0.5en inguruan dago; orduan hurrengoa egiaztatzen da:

A) Laginketa aleatorio itzuleragabea laginketa aleatorio bakuna baino txarragoa da.

B) Asignazio optimoko laginketa aleatorio geruzatua (estratutan) asignazio proportzionaleko laginketa aleatorio geruzatua (estratutan) baino hobea da.

C) Asignazio optimoko laginketa aleatorio geruzatua asignazio proportzionaleko laginketa aleatorio geruzatua baino txarragoa da.

D) Laginketa aleatorio geruzatuak ez du abantailarik laginketa aleatorio itzuleragabearekin.

E) Dena gezurrezkoa.

(*Oharra: Kontuan izan* $P_m Q_m = 0.09$ eta $P_h Q_h = 0.25$ uste dela.)

- 37.-Izan bedi $\{X_n\}$ a.a.en segida bat, $\psi_n(u)$ funtzio karakteristikorekin; X $\psi(u)$ funtzio karakteristikoa duen a.a. bat da. $\lim_{n\to\infty} \psi_n(u) = \psi(u)$ egiaztatzen bada, jarraia $u = 0$-rentzako, hurrengoa betetzen da:

  A) $\{X_n\}$-k banaketan konbergitzen du Xera.

  B) $\{X_n\}$-k probabilitatean konbergitzen du Xera.

  C) $\{X_n\}$-k bateko probabilitateaz konbergitzen du Xera.

  D) $\{X_n\}$-k batezbesteko koadratikoan konbergitzen du Xera.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 38.-Izan bedi θ populazioaren parametro bat eta $\hat{\theta}$ n tamainuko lagin batetik ateratako bere estimatzailea. $E(\hat{\theta}) = \theta$ egiaztatzen bada orduan esaten da estimatzailea:

  A) Efizientea dela.

  B) Alboragabea dela.

  C) Tinkoa dela.

  D) Alboratua dela.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 39.-Izan bedi X batezbesteko ezezaguna eta banaketa normala duen a.a.. n tamainuko lagin batetik lortutako batezbestekoarentzat % 95eko konfidantza tartea hau da: $[\overline{x} \pm 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = [9.91; 11.09]$. Honek esan nahi du:

  A) Batezbestekoa tarte horretan egoteko 0.95eko probabilitatea dago.

  B) Horrela eraikitako n tamainuko lagin desberdinetako % 95eko tarteek gutxi gora-behera batezbestekoaren benetako balioa edukitzen dute.

  C) Batezbestekoa tartetik kanpora egoteko probabilitatea 0.05ekoa da.

  D) 100 lagin desberdin ateratzen badira, denak n tamainukoak, 95 bider konfidantza tarte berbera **zehazki** lortzen da.

  E) Dena gezurrezkoa.

GALDERA-SORTA 17

- **Hurrengo adierazburua 1etik 3ra doazen galderei dagokie.**

  Etxez etxeko salmenta egiten duen argitaletxe batean jakina da bisitatutako bezeroetatik %20ak erosketa bat egiten duela.

- 1.-15 etxe bisitatzen duen saltzaile batek 2 salketa baino gehiago egiteko probabilitatea izango da.:

  A) 0.6020

  B) 0.3980

  C) 0.2309

  D) 0.7939

  E) 0.2061

- 2.-Egunero 15 etxe bisitatzen dituen saltzaile baten eguneroko salketaren batezbestekoa izango da:

  A) 3

  B) 4

  C) 1

  D) 5

  E) 2

- 3.-Hilabete batean 300 etxe bisitatzen baditu, gehienez 50 salketa lortzeko probabilitatea izango da:

  A) 0.3572

  B) 0.4298

  C) 0.6214

  D) 0.5672

  E) 0.0853

Hurrengo adierazburua 4 eta 5. galderei dagokie.

Hiri batean biztanleriaren %1, 80 urtetik gorakoa da.

- 4.- $n = 10$ pertsona duen lagin bat hartzen bada , lagin horretan izaten diren 80 urtetik gorako pertsonen kopurua a.a. bat izango da hurrengo banaketarekin:

  A) $b(0.01, 10)$

  B) $b(0.1, 80)$

C) Gutxi gora-behera $N(0.1, \sigma^2 = 0.099)$

D) Gutxi gora-behera $N(8, \sigma^2 = 7.2)$

E) Ezezaguna.

- 5.-Lagina 400 pertsonakoa bada , 80 urtetik gorako petsonen kopuruaren banaketa gutxi gora-behera izango da.

  A) $P(\lambda = 4)$

  B) $P(\lambda = 400)$

  C) $N(4, \sigma^2 = 3.6)$

  D) Ezezaguna.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 6.-Izan bitez $X \in N(m_X, {\sigma_X}^2)$ eta $Y \in N(m_Y, {\sigma_Y}^2)$ a.a. independenteak, non horietatik n_X eta n_Y tamainuko lagin aleatorio sinpleak ateratzen diren hurrenez hurren. Banaketa biak berdinki sakabanatuak dauden kontrastatzeko zein izango da kontrastatea egiteko estatistiko egokienaren banaketa?

  A) Student-en t, $(n_X + n_Y - 2)$ askatasun graduz.

  B) Snedecor-en F, $[(n_X - 1); (n_Y - 1)]$ askatasun graduz.

  C) χ^2, $[(n_X - 1)(n_Y - 1)]$ askatasun graduz.

  D) $N(m_X - m_Y; {\sigma_X}^2 + {\sigma_Y}^2)$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 7.- Populazio binomial batean pieza akastunen proportzioa gutxienez 0.6koa den hipotesi nulua kontrastatu nahi da. Horretarako 10 piezako lagin aleatorio bakuna hartzen da eta Z = laginako pieza akastunen kopurua , estatistikoa hartzen dugu . Zein izango da kontrastearentzat $\alpha = \%5$ bada eskualde kritikorik egokiena?

  A) $[0; 2]$

  B) $[0; 7]$

  C) $[8; 10]$

  D) $[2; 10]$

  E) $[0; 4]$

- 8.-Automobil marka konkretu baten 10 kontzesionario daude probintzia batean. Kontzesionario bakoitzean modelo konkretu baten eskaera kopurua modu independentean gertatzen da, hilero 2 kotxe batezbestekoz duen Poissonen banaketa jarraituz. Hilabete konkretu batean eskatutako modeloaren 15 kotxe biltegian badaude, zein izango da modelo horretako kotxe bat erosi nahi duen pertsona baten ezin erosteko probabilitatea?

  A) 0.8413

B) 0.9813

C) 0.1587

D) 0.1120

E) 0.6500

Hurrengo adierazburua 9tik 11ra doazen galderei dagokie.

Izan bedi X a.a., bere dentsitate funtzioa $(\theta, 10)$ tartean uniformea izanik. θ parametroa estimatzeko 5 tamainuko lagin aleatorio bakuna hartu da, hurrengo emaitzak lortuz: 3, 7, 9, 5, 6.

- 9.- $\hat{\theta}_M$, θ parametroaren estimatzailea momentuaren metodoa erabiliz izango da:

  A) 2

  B) 3

  C) 6

  D) 9

  E) Dena gezurrezkoa.

- 10.- $\hat{\theta}_{MV}$, θ parametroaren estimatzailea egiantz handienen metodoa erabiliz izango da:

  A) 2

  B) 3

  C) 6

  D) 9

  E) Dena gezurrezkoa.

- 11.-Aurreko estimatzaileetatik baiezta daiteke:

  A) Bat ere ez da alboragabea.

  B) Biak alboragabeak dira.

  C) $\hat{\theta}_M$ alboragabea da, baina $\hat{\theta}_{MV}$ ez.

  D) $\hat{\theta}_{MV}$ alboragabea da, baina $\hat{\theta}_M$ ez.

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 12tik 14ra doazen galderei dagokie.

Automobil marka konkretu batek, berak fabrikatzen duen modelo batentzat erregaiaren batezbesteko kontsumoa 100 km-ko gehienez 6 litrokoa dela ziurtatzen du. Ostera, kontsumoa handiagoa dela susmatzen da. Baieztapena egia den kontrastatzeko aipaturiko modeloko 100 automobilen 100 km-ko kontsumoaren datuak hartzen dira. Banaketa normala dela eta kotxe baten kontsumoaren bariantza 1 dela suposatzen bada, orduan:

- 12.- Esangura maila α bada, hartuko den erabakia kontsumoa 100 Km-ko gehienez 6 litrokoa den hipotesi nulua ezeztatzea izango da, hurrengoa betetzen bada:

  A) $\frac{\overline{x}-6}{0.1} > t_\alpha$
  B) $\frac{\overline{x}-6}{\frac{1}{\sqrt{99}}} > t_{99,\alpha}$
  C) $|\frac{\overline{x}-6}{0.1}| > t_{\frac{\alpha}{2}}$
  D) $\frac{\overline{x}-6}{0.1} < t_{\frac{\alpha}{2}}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 13.-Enpresaren baieztapena kontrastatzera doan erakundeak, $\overline{x} > 6.2$ bada, hipotesi nulua benetakoa bezala ezeztatzea erabakitzen badu, kontrastearen esangura maila izango da:

  A) $\Phi(2)$
  B) $1 - \Phi(2)$
  C) $\Phi(0.2)$
  D) $1 - \Phi(0.2)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 14.-Zein izango da aurreko probaren potentzia automobilen batezbesteko kontsumoa 100km-ko 6.5 litrokoa bada?

  A) $\Phi(-3)$
  B) $\Phi(3)$
  C) $\Phi(-0.3)$
  D) $\Phi(0.3)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 15.-X_k, $(k = 1, \cdots, 8)$, aldagai aleatorioak independenteak dira eta $N(0, \sigma^2 = 2)$ banaketa berdina dute. Izan bedi $Z = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{k=8} X_k^2$. $Pr(Z \geq 14)$ izango da:

  A) 0.10 baino handiagoa.
  B) 0.05 baino txikiagoa.
  C) 0.05 baino handiagoa.
  D) 0.90 baino handiagoa.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 16.-S^2 eta S^{*2}-k, n tamainuko l.a.b. baten laginaren bariantza eta kuasibariantza adierazten dute. $\frac{nS^2}{\sigma^2} \in \chi^2_{(n-1)}$ jakinik, $\frac{(n-1)S^{*2}}{\sigma^2}$ estatistikoak hurrengo banaketa duela pentsa genezake:

  A) $\chi^2_{(n-1)}$

  B) $\chi^2_{(n)}$

  C) $\chi^2_{(n-2)}$

  D) $\chi^2_{(2n-1)}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 17.-Izan bedi X, λ parametroko Poissonen banaketa duen a.a. bat eta izan bedi $X_1, \cdots, X_4$ banaketa horren l.a.b. bat. $\overline{X}$ estatistikoak hurrengo banaketa jarraitzen du:

  A) λ parametroko Poisson.

  B) $\lambda/4$ parametroko Poisson.

  C) Normala, non $m = \lambda$ eta $\sigma^2 = \lambda$ diren.

  D) Normala, non $m = \lambda$ eta $\sigma^2 = \lambda/4$ diren.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 18.-Azterketa garaian ikasle bat ikasgai baten tutorietara joateko probabilitatea 0.01ekoa da. Irakasle batek 200 ikasle baditu, garai horretan 2 ikasle baino gehiago tutorietara joateko gutxi gora-beherazko probabilitatea izango da:

  A) 0.677

  B) 0.323

  C) 0.406

  D) 0.594

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 19 eta 20. galderei dagokie.

Izan bedi X hurrengo dentsitate funtzioa duen aldagai aleatorio bat:

$$f(x) = \begin{cases} (\theta+2)x^{-(\theta+3)} & x > 1, \theta > 0 \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

eta $X_1, \cdots, X_n$ banaketa horren n tamainuko l.a.b. bat.

- 19.-Momentuen metodoaz θ parametroaren estimatzailea izango da:

  A) $\left(\frac{\overline{X}-2}{1-\overline{X}}\right)$

B) $\left(\frac{\overline{X}-2}{1+\overline{X}}\right)$

C) $(\overline{X}-2)$

D) $(2-\overline{X})$

E) Dena gezurrezkoa.

- 20.-θ parametroaren egiantz handienen estimatzailea izango da:

A) $\frac{n}{\log(\prod_i X_i)}$

B) $\frac{n-1}{\log(\prod_i X_i)}$

C) $\frac{n}{\log(\prod_i X_i)} - 2$

D) $\frac{-n}{\log(\prod_i X_i)}$

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 21 eta 22. galderei dagokie.

X aldagai aleatorioa $(\mu-\rho, \mu+\rho)$ tartean uniformeki banatzen da hurrengo dentsitate funtzioaz:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\rho} & \text{baldin } |x-\mu| < \rho \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- 21.-Momentuen metodoa erabiliz, μ-ren estimatzailea izango da:

A) $\overline{X}$

B) $2\overline{X}$

C) $3\overline{X}$

D) $\frac{\overline{X}}{2}$

E) Dena gezurrezkoa.

- 22.-Momentuen metodoa erabiliz ρ^2-ren estimatzailea izango da:

A) S^2

B) $3S^2$

C) $S^2 - \overline{X}^2$

D) $\frac{1}{3}S^2$

E) Dena gezurrezkoa.

- 23.-Izan bedi $\overline{X}$, $N(\theta, \sigma^2 = 16)$ banaketa baten n tamainuko l.a.b baten batezbestekoa. $(\overline{X}-1; \overline{X}+1)$, θ parametroaren % 90eko konfidantza tartea izateko laginaren tamainurik txikiena hurrengoa izango da:

A) 44

B) 27

C) 422

D) 21

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 24tik 27ra doazen galderei dagokie.

Herri txiki batean banku bateko gerenteak, kontu korrontea duten eta hilero nomina kontu horretan sartzen duten bezeroen proportzioa kalkulatu nahi du.

- 24.-Horretarako 100 bezeroko l.a.b. bat aukeratzen du eta horietatik 30 bezerok nomina kontu korrontean sartzen dute. Nomina horrela kobratzen duten bezeroen proportzio errealaren % 90eko konfidantza tartea hurrengoa izango da:

  A) $0.3 \pm 1.64\sqrt{0.3 \times 0.7/100}$

  B) $0.3 \pm 1.96\sqrt{0.3 \times 0.7/100}$

  C) $0.3 \pm 1.64\sqrt{0.5 \times 0.5/100}$

  D) $0.3 \pm 1.96\sqrt{0.5 \times 0.5/100}$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 25.-Banku horrek kontu korrontea duten 1.000 bezero baldin baditu, % 90eko konfidantzaz eta % 5ekoa baino handiagoa ez den errore absolutuaz, aurreko proportzioa estimatzeko zein izango da laginaren tamainu minimoa?

  A) 213

  B) 269

  C) 278

  D) 385

  E) 100

- 26.-Errorea mantenduz, zein eragin izango luke laginaren tamainuan konfidantza maila handituko balitz?

  A) n handituko litzateke.

  B) n txikituko litzateke.

  C) n ez litzateke aldatuko.

  D) Ezin daiteke jakin.

  E) Dena gezurrezkoa.

- 27.-Konfidantza maila mantenduz, zein eragin izango luke errore absolutuaren beherapen batek laginaren tamainuan?

  A) n handituko litzateke.

  B) n txikituko litzateke.

  C) n ez litzateke aldatuko.

  D) Ezin daiteke jakin.

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 28 eta 29. galderei dagokie.

Sendagile batek, bere kontsultara doazen gaixoetatik % 80a guztiz sendatzen dela dio.

- 28.-Zein da egun konkretu batean joaten diren 15 gaixoak sendatzeko gutxi gora-beherako probabilitatea?

  A) 0.035

  B) 0.9648

  C) 1

  D) 0

  E) Dena gezurrezkoa.

- 29.-Hilabete batean 400 gaixo izan baditu, zein da 330 baino gehiago guztiz sendatzeko gutxi gora-beherako probabilitatea?

  A) 0.9064

  B) 0.8941

  C) 0.0934

  D) 0.2059

  E) Dena gezurrezkoa.

- 30.-Izan bedi Z, $b(p, n)$ banaketa binomiala duen aldagai aleatorio bat eta izan bedi $f = \frac{Z}{n}$ dagokion maiztasun binomiala. Bernoulliren teoremak zera dio:

  A) $\lim_{n\to\infty} f = p$

  B) $p\lim_{n\to\infty} f = p$

  C) $p\lim_{n\to\infty} p = f$

  D) $f \Longleftrightarrow p$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 31.-Izan bedi X, $\lambda = np_1$ parametroko Poissonen banaketa duen a.a. bat eta izan bedi Y, Xrekiko independentea, $b(p_2, n)$ banaketa binomiala duen beste a.a. bat. $n \to \infty$ denean, $Z = \left(\frac{X-np_1}{\sqrt{np_1}}\right)^2 + \left(\frac{Y-np_2}{\sqrt{np_2(1-p_2)}}\right)^2$ aldagai aleatorioak hurrengo banaketara banaketazko konbergentzia izango du:

  A) $N(0,1)^2$
  B) $P(\lambda = n(p_1 + p_2))$
  C) $t_{(2n)}$
  D) $\chi^2_{(2)}$
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 32tik 35era doazen galderei dagokie.

Izan bedi X hurrengo zenbatasun funtzioa duen aldagai aleatorio bat: $P(x) = \theta^x(1-\theta)^{1-x}$ non $x = 0, 1$ den. $H_0 : \theta \geq \frac{1}{2}$ hipotesi hutsa, $H_a : \theta < \frac{1}{2}$ hipotesiaren aurka kontrastatu nahi da. Horretarako, $n = 5$ tamainuko l.a.b. bat daukagu eta H_0 baztertzea erabakiko da $Z = \sum_{i=1}^{n} X_i \leq 1$ denean.

- 32.-Zein da probaren esangura maila?

  A) 0.5
  B) 0.0313
  C) 0.1875
  D) 0.8125
  E) Dena gezurrezkoa.

- 33.-$\theta = \frac{1}{5}$ denean kontrastearen potentzia izango da:

  A) 0.7373
  B) 0.6723
  C) 0.0579
  D) 0.2627
  E) Dena gezurrezkoa.

Laginaren tamainua $n = 500$ bada eta kontrasterako $\frac{Z}{n}$ aldagai aleatorioa estatistiko bezala erabiltzen bada,

- 34.- % 5eko esangura mailaz eskualde kritiko egokiena, gutxi gora-behera, izango da:

  A) $(-\infty, 0.464)$
  B) $(0.464, +\infty)$
  C) $(0.50, +\infty)$

D) $(-\infty, 0.50)$

E) Dena gezurrezkoa.

- 35.-$\theta = \frac{1}{5}$ denean kontrastearen potentzia izango da:

A) 1

B) 0

C) 0.8746

D) 0.1254

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 36tik 39ra doazen galderei dagokie.

Fakultate batean **distantzia luzeko deien** kostuen banaketa, pezetatan, $N(m = 800, \sigma^2 = 40.000)$ da. **Dei lokalen** kostuen banaketa, pezetatan, $N(m = 100, \sigma^2 = 144)$ da. Fakultate horretan egindako deien % 80a **lokala** dela dakigu. Egun batean 100 dei egiten badira,

- 36.-Zein da **dei lokalen kopuruaren** banaketa?

A) $N(m = 100, \sigma^2 = 144)$

B) $N(m = 80, \sigma^2 = 144)$

C) $b(p = 0.8, n = 100)$

D) $b(p = 0.5, n = 80)$

E) Dena gezurrezkoa.

- 37.-Zein da dei lokalen eguneroko batezbesteko kostua?

A) 80 pta.

B) 800 pta.

C) 100 pta

D) 8.000 pta.

E) Dena gezurrezkoa.

Unibertsitatean aurreko fakultatearen telefono deien kostuen banaketa berdinak dituen beste fakultate bat dago. Bi fakultateetan egindako deien kostuen artean independentzia badugu eta egun konkretu batean fakultate batean 70 dei lokal eta bestean 30 egin direla baldin badakigu,

- 38.-Zein da egun horretako dei lokalen kostuaren banaketa?

A) $N(m = 10.000, \sigma^2 = 14.400)$

B) $N(m = 10.000, \sigma^2 = 1.440.000)$

C) $N(m = 100, \sigma^2 = 14.400)$

D) $N(m = 100, \sigma^2 = 835.200)$

E) Dena gezurrezkoa.

- 39.-Zein da egun horretako dei lokalen batezbesteko kostua?

  A) 1.000
  B) 10
  C) 10.000
  D) 100.000
  E) Dena gezurrezkoa.

GALDERA-SORTA 18

- 1.-Izan bitez $X_1, X_2, \cdots, X_{100}$, aldagai aleatorioak elkarrekiko independenteak, non $X_i \in P(\lambda_i)$ den. $Z = a_1X_1 + \cdots + a_{100}X_{100}$ a.a.-k jarraituko duen banaketa izango da:

  A) $P(\lambda = a_1\lambda_1 + \cdots + a_{100}\lambda_{100})$
  B) $b(p = \frac{a_1\lambda_1 + \cdots + a_{100}\lambda_{100}}{100}, n = 100)$
  C) $N(a_1\lambda_1 + \cdots + a_{100}\lambda_{100}, \sigma^2 = a^2{}_1\lambda_1 + \cdots + a^2{}_{100}\lambda_{100})$, gutxi gora-behera.
  D) $N(a_1\lambda_1 + \cdots + a_{100}\lambda_{100}, \sigma^2 = a^2{}_1\lambda_1 + \cdots + a^2{}_{100}\lambda_{100})$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 2.-$X \in P(\lambda = 3.7)$ bada, banaketaren moda hurrengo balioan lortuko da:

  A) 3
  B) 4
  C) 3.7
  D) 3.5
  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 3tik 6ra doazen galderei dagokie.

Enpresa batek publizitate kanpaina bat egitea komenigarria kontsideratzen du, familiako hileroko batezbesteko gastua produktuan 2.000 pezetara ez bada heltzen. Erabaki bat hartzeko 100 familiako l.a.b. bat hartzen da eta $H_0 : m = 2.000$ hipotesi nulua, $m < 2.000$ alternatiboaren aurka kontrastatzen da (t_α: $N(0,1)$ banaketaren $1 - \alpha$ koantila).

- 3.-Kontraste honetan erabaki egokia H_0 baztertzea izango da, hurrengoa betetzen bada:

  A) $\overline{x} > 2000 + t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}$
  B) $\overline{x} > 2000 - t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}$
  C) $\overline{x} < 2000 + t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}$
  D) $\overline{x} < 2000 - t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 4.-Esangura maila $\alpha = \%5$ bada, ondoren dagoen gutxi gora-beherako probabilitateak kota bat duela adierazten du:

  A) $m = 2.000$ denean, kanpaina egiteko probabilitatea.

B) $m < 2.000$ denean, kanpaina egiteko probabilitatea.

C) $m = 2.000$ denean, kanpaina ez egiteko probabilitatea.

D) $m < 2.000$ denean, kanpaina ez egiteko probabilitatea.

E) Dena gezurrezkoa.

- 5.-Laginaren batezbestekoa 1.995 bada eta desbidazio tipikoa 200, $\alpha = \%5$ bada erabakia izango da:

  A) H_0 ez baztertu.

  B) Publizitate kanpaina egin.

  C) H_0 baztertu.

  D) Dena gezurrezkoa.

  E) Laginaren tamainua handitu.

- 6.-$m = 1.990$ denean probaren potentzia, gutxi gora-behera, izango da:

  A) 0.127

  B) 0.642

  C) 0.923

  D) 0.234

  E) 0.542

- 7.-Tamainu berdina duen lagin batentzako laginketa aleatorio itzuleragabe geruzatuak laginketa aleatorio itzuleragabeak baino errore txikiagoa emango du hurrengoa betetzen denean:

  A) Geruzen batezbestekoak berdinak direnean.

  B) Beti.

  C) Inoiz.

  D) Geruzen bariantzak oso handiak direnean.

  E) Geruzen batezbestekoak oso desberdinak eta bariantzak txikiak direnean.

- 8.-Jakina da populazio konkretu batek Poissonen banaketa jarraitzen duela, baina aipaturiko banaketaren λ parametroa ezezaguna da. $H_0 : \lambda = 7$ hipotesi nulua, $H_a : \lambda \neq 7$ alternatiboaren aurka kontrastatzeko, n tamainuko l.a.b. bat hartzen da, $X_1, X_2, \cdots, X_n$, eta $Z = X_1 + \cdots + X_n$ estatistikoa eraikitzen da. Neyman-Pearsonen teoremaren bitartez aipaturiko estatistikoarentzat potentzia handiena duen eskualde kritikoa hurrengoaren modukoa dela baiezta genezake:

  A) $(k_1, k_2)^C$

  B) $(-\infty, k)$

  C) (k, ∞)

D) Neyman-Pearson-en teorema ezin da erabili kasu honetan.

E) Dena gezurrezkoa.

- 9.-Izan bitez $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$, θ parametroaren estimatzaile bi. Jakina da, $E(\hat{\theta}_1) = \theta$ eta $E(\hat{\theta}_2) = \theta + b(\theta)$, $b(\theta) \neq 0$ izanik eta gainera, $\hat{\theta}_1$-k Cramer-Rao-ren kota lortzen duela. Baiezta daiteke:

A) $\hat{\theta}_2$ alboragabea dela.

B) $\hat{\theta}_2$ efizientea dela.

C) $\hat{\theta}_2$ bariantza txikikoa dela.

D) $\hat{\theta}_1$ efizientea dela.

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 10etik 12ra doazen galderei dagokie.

Izan bedi X a.a. diskretu bat hurrengo zenbatasun funtzioaz: $P(0) = \theta\alpha$, $P(1) = \theta(1-\alpha)$ eta $P(2) = 1-\theta$.

- 10.-Zenbatasun funtzio bat izan dadin, θ eta α balioak izango dira:

A) Edozein bi balio.

B) $[0, 1]$ tartearen barnean dauden edozein bi balio.

C) Edozein bi balio non $\theta = \alpha$ den.

D) Edozein bi balio non $\theta = 1 - \alpha$ den.

E) Dena gezurrezkoa.

- 11.-0,0,1,1 eta 2 emaitzak eman dituen l.a.b. bat hartu dugu. θ parametroaren egiantz handienen estimazioa izango da:

A) $\hat{\theta} = 0.8$

B) $\hat{\theta} = 0.2$

C) $\hat{\theta} = 0.5$

D) $\hat{\theta} = 0.4$

E) Dena gezurrezkoa.

- 12.-Aurreko galderaren lagin berdinetik abiatuz, α parametroaren egiantz handienen estimazioa izango da:

A) $\hat{\alpha} = 0.4$

B) $\hat{\alpha} = 0.2$

C) $\hat{\alpha} = 0.5$

D) $\hat{\alpha} = 0.8$

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 13tik 15era doazen galderei dagokie.

Populazio talde konkretu bateko pertsona baten urtean kontsumitutako ardo litroen kopuruak banaketa normala jarraitzen du 70 batezbestekoz eta 7 desbidazioz.

- 13.-Aipaturiko taldetik zoriz hartutako pertsona batek urtean 45 litro baino gutxiago kontsumitzeko probabilitatea, gutxi gora-behera, izango da:

  A) 0

  B) 1

  C) 0.695

  D) 0.305

  E) 0.473

- 14.-Ardo litro baten prezioa 150 pezeta izanik, zein izango da talde horretako pertsona batek urte batean 13.500 pezeta baino gehiago gastatzeko probabilitatea gutxi gora-behera?

  A) 0.998

  B) 0.002

  C) 0.647

  D) 0.487

  E) 0.784

- 15.-Hiru pertsonako familia batean, denak aipaturiko taldekoak, eta elkarrekiko independenteak, urtean 250 litro baino gehiago kontsumitzeko probabilitatea gutxi gora-behera izango da:

  A) 1

  B) 0

  C) 0.971

  D) 0.287

  E) 0.438

- 16.-X, Y eta Z elkarrekiko independenteak badira, denak banaketa berdinaz, *ezin* da baieztatu $X + Y + Z$-k banaketa berbera jarraitzen duela, aipaturiko banaketa:

  A) Snedecor-en F denean.

  B) Poisson denean.

  C) Normala denean.

D) χ^2 denean.

E) p parametroko binomiala denean.

Hurrengo adierazburua 17tik 20ra doazen galderei dagokie.

Enpresa batek saltzen duen labeen %1a akastuna da eta aldatu egin behar da garantia denboran.

- 17.-Lote batek 20 labe baditu, zein izango da 0 akastun lortzeko probabilitatea?

  A) 0.818

  B) 0.999

  C) 0.892

  D) 0.326

  E) 0

- 18.-Erostetxe handi batek 500 labe erosten baditu, zein izango da 4 akastun baino gehiago lortzeko probabilitatea?

  A) 0.56

  B) 0.34

  C) 0.18

  D) 0.46

  E) 0.25

- 19.-Zenbat ordezko labe eduki beharko lukete 500 labeko loteko labe akastunak gutxienez 0.95eko probabilitateaz ordezkatu ahal izateko?

  A) 7

  B) 9

  C) 6

  D) 4

  E) 8

- 20.-Lote honetan jarraian labeak probatzen baditugu akastun bat aurkitu arte, lehenengoa akastuna ez zela jakina bada, bigarrena akastuna izateko probabilitatea izango da:

  A) 0.084

  B) 0.01

  C) 0.0099

  D) 0.003

  E) 0.09

21etik 22ra doazen galderei hurrengo adierazburua dagokie.

Erdi mailako familia baten hileroko janari gastuak, milaka pezetatan, 80 batezbestekoz eta 20 desbidazioz aleatorioak dira.

- 21.-Martxoko hilean erdi mailako familia biren gastu osoarentzat gutxienez %75eko probabilitatezko tarte bat izango da:

  A) $(103.43, 216.56)$

  B) $(80, 240)$

  C) $(112.48, 207.5)$

  D) $(92.8, 227.2)$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 22.-Martxoko hilean erdi mailako 100 familiaren gastu osoarentzat %95eko probabilitatezko tarte bat gutxi gora-behera izango da:

  A) $(7608, 8392)$

  B) $(4080, 11920)$

  C) $(7912.3, 8087.4)$

  D) $(7123.4, 8876.5)$

  E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 23tik 26ra doazen galderei dagokie.

Poissonen λ parametroa 4 den hipotesia, 6 den hipotesi alternatiboaren aurka kontrastatu nahi da. Kontsidera ezazu %5eko esangura maila.

- 23.-1eko tamainuko lagina hartzen bada, $Z = X$ estatistikoarentzat eskualde kritiko egokiena izango da:

  A) $[8, +\infty)$

  B) $[7, +\infty)$

  C) $[6, +\infty)$

  D) $[9, +\infty)$

  E) Dena gezurrezkoa.

- 24.-Kontrastearen II. motako errorearen probabilitatea izango da:

  A) 0.742

  B) 0.60

  C) 0.649

  D) 0.213

  E) 0.847

- 25.-2ko tamainuko lagina hartzen bada, $Z = X_1 + X_2$ estatistikoarentzat eskualde kritiko egokiena izango da:

  A) $[14, +\infty)$
  B) $[12, +\infty)$
  C) $[8, +\infty)$
  D) $[7, +\infty)$
  E) Dena gezurrezkoa.

- 26.-100eko tamainuko lagin bat hartzen bada, $Z = X_1 + ... + X_{100}$ estatistikoarentzat eskualde kritiko egokiena izango da:

  A) $(432.8, +\infty)$
  B) $(425.2, +\infty)$
  C) $(6.32, +\infty)$
  D) $(7.28, +\infty)$
  E) $(520.2, +\infty)$

- 27.-Populazio baten jarrera produktu baten aurrean Espainian, Frantzian eta Italian berdina den kontrastatu nahi da. Horretarako 100, 150 eta 80 tamainuko l.a.b.ak hurrenez hurren lortu dira; bakoitzean erregularki, noizbehinka eta inoiz kontsumitzen duten pertsonen portzentaia aztertuz, kontraste egokiena izango da:

  A) χ^2-ren egokitzea.
  B) Kolmogorov-en proba.
  C) Proportzio diferentziaren kontrastea.
  D) Homogeneitasun kontrastea.
  E) Independentzia kontrastea.

- 28.-Aurreko kontrastean, 100eko tamainuko Espainiako laginean, 20, 50 eta 30, erregularki, noizbehinka eta inoiz kontsumitzen duten pertsona lortu dira, hurrenez hurren. Espainian kontsumitzen duten pertsonen proportzioarentzat %95eko probabilitatezko tartea, gutxi gora-behera, izango da:

  A) (0.3 ± 0.0898)
  B) (0.3 ± 0.098)
  C) (0.7 ± 0.0898)
  D) (0.7 ± 0.098)
  E) Dena gezurrezkoa.

- 29.-Aurreko galderan estimazioaren errore absolutu edo prezisioa izango da:

  A) 0.05
  B) 0.0898
  C) 0.098
  D) 0.95
  E) 0.1

- 30.-Estimazioaren konfidantza mantenduz, aurreko estimazioaren errorea txikitu nahi bada beharrezkoa da:

  A) n handitzea.
  B) α txikitzea.
  C) α handitzea.
  D) n txikitzea.
  E) Dena gezurrezkoa.

- 31.-Laginaren tamainua mantenduz aurreko estimazioa konfidantza handiagoaz lortu nahi bada, nahita lortuko da:

  A) Errore absolutu handiagoa.
  B) Errore absolutu txikiagoa.
  C) Ez du eraginik errore absolutuarengan.
  D) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 32tik 33ra doazen galderei dagokie.

Txanpon bat zuzena den hipotesi nulua kontrastatzeko, hau da, H_o : $Pr(aurpegia) = Pr(gurutzea) = \frac{1}{2}$, txanpon bat 5 bider jaurtikitzen da. Jaurtiketaren emaitzetan gutxienez 4 aurpegi lortzen badira, H_o baztertzea erabakitzen da.

- 32.-Zein da proba honen esangura maila?

  A) $\frac{1}{2}$
  B) 0.1875
  C) 0.05
  D) 0.3369
  E) $\frac{1}{32}$

- 33.-Jaurtiketa bakoitzean "aurpegia" emaitzak 0.6ko probabilitatea badu, zein izango da proba honen potentzia?

  A) $\frac{1}{2}$

B) 0.1875

C) 0.3369

D) 0.05

E) $\frac{1}{32}$

- 34.-Izan bedi $\hat{\theta}_1$ probabilitate banaketa konkretu baten θ parametroaren estimatzailea. Egiaztatzen da $\hat{\theta}_1^2$ beti dela estimatzaile:

A) Alboragabea θ^2 estimatzeko.

B) Alboragabea θ estimatzeko.

C) Efizientea θ estimatzeko.

D) Efizientea θ^2 estimatzeko.

E) Dena gezurrezkoa.

- 35.-Izan bedi $X \in N(m, \sigma^2)$. $Pr[\mid X - m \mid < h] = 0.5$ egiaztatzeko. h-ren balioa gutxi gora-behera izan beharko da:

A) 0.67σ

B) 0.67

C) 0

D) $0.67\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

E) Dena gezurrezkoa.

Hurrengo adierazburua 36tik 37ra doazen galderei dagokie.

Guztiz zehaztutako banaketa bati χ^2 egokitze testa egiteko, $n = 100$ tamainuko l.a.b. batetik abiatuz eta aldagaiaren laginaren eskualdea $k = 2$ klasetan zatituz, $Z = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$ estatistikoa eraikitzen da.

- 36.-Egokitzearen hipotesi nulua egia bada, Zren batezbestekoa, gutxi gora-behera, izango da:

A) 99

B) 100

C) 50

D) 1

E) 2

- 37.-$\sqrt{Z}$-ren banaketa gutxi gora-behera izango da:

A) $N(1;2)$

B) $N(0;1)$

C) χ_2^2

D) χ_1^2

E) Dena gezurrezkoa.

- 38.-Izan bedi X a.a., hurrengo dentsitate funtzioaz:

$$f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

$H_0 : \theta = 1$ kontrastatzeko, $H_a : \theta = 2$ hipotesi alternatiboaren aurka $n = 2$ tamainuko l.a.b. bat hartzen da eta $\prod_{i=1}^{n} x_i$ aukeratzen da kontrastearen estatistiko bezala. $k > 0$-rentzako egiantz arrazoiaren probaren arabera potentzian nagusia den eskualde kritikoa izango da:

A) $x_1 x_2 \leq 4k$

B) $x_1 x_2 \geq \frac{1}{4k}$

C) $x_1 x_2 < \frac{1}{4k}$

D) $x_1 x_2 > 4k$

E) Dena gezurrezkoa.

- 39.-Independentzia kontraste baten arabera, freskagarri batzuren preferentziarengan adinak eragina duen hipotesia onartu da, eta ez dago erlaziorik aipaturiko preferentzien eta sexuaren artean. Freskagarria nahi duten pertsonen portzentaia estimatzeko laginketa-mota egokiena izango da:

A) Adinaz l.a.e.

B) Gustuz l.a.e.

C) Sexuz l.a.e.

D) l.a.i. geruzatu gabea.

E) Dena gezurrezkoa.

$\boxed{\text{ESTATISTIKA II}}$

GALDERA-SORTEN EMAITZAK

GALDERA-SORTA 10

1: A	11: A	21: C	31: B
2: A	12: A	22: A	32: E
3: C	13: D	23: E	33: B
4: E	14: C	24: A	34: A
5: B	15: B	25: A	35: B
6: A	16: C	26: C	36: B
7: A	17: D	27: D	37: B
8: A	18: A	28: C	38: A
9: E	19: A	29: A	39: A

10: A 20: B 30: A

GALDERA-SORTA 11

1: A	11: E	21: D	31: A
2: A	12: A	22: A	32: A
3: A	13: A	23: B	33: C
4: E	14: A	24: A	34: A
5: B	15: A	25: A	35: A
6: B	16: A	26: A	36: A
7: C	17: D	27: A	37: B
8: B	18: A	28: A	38: C
9: A	19: C	29: C	39: C
10: A	20: A	30: A	

GALDERA-SORTA 12

1: A	11: A	21: B	31: A
2: E	12: C	22: A	32: C
3: C	13: A	23: B	33: B
4: D	14: A	24: D	34: C
5: B	15: D	25: A	35: B
6: B	16: D	26: A	36: B
7: A	17: B	27: B	37: D
8: B	18: C	28: B	38: D
9: B	19: B	29: A	39: B
10: B	20: A	30: E	

GALDERA-SORTA 13

1: B	11: E	21: A	31: E
2: B	12: D	22: B	32: A
3: C	13: C	23: A	33: B
4: A	14: C	24: D	34: D
5: C	15: E	25: B	35: C
6: A	16: A	26: A	36: A
7: B	17: A	27: D	37: B
8: B	18: C	28: D	38: C
9: A	19: A	29: C	39: B
10: C	20: D	30: B	

GALDERA-SORTA 14

1: A	11: A	21: A	31: C
2: A	12: A	22: B	32: A
3: B	13: B	23: D	33: C
4: B	14: A	24: D	34: A
5: B	15: C	25: D	35: A
6: C	16: A	26: C	36: D
7: A	17: A	27: A	37: A
8: A	18: B	28: C	38: A
9: C	19: A	29: B	39: B
10: A	20: A	30: B	

GALDERA-SORTA 15

1: A	11: A	21: B	31: B
2: A	12: A	22: E	32: A
3: A	13: B	23: C	33: B
4: A	14: A	24: A	34: B
5: B	15: A	25: D	35: D
6: B	16: A	26: A	36: A
7: A	17: A	27: A	37: B
8: E	18: A	28: A	38: B
9: A	19: A	29: A	39: B
10: A	20: D	30: E	

GALDERA-SORTA 16

1: B	11: B	21: C	31: A
2: D	12: A	22: A	32: A
3: A	13: A	23: C	33: A
4: A	14: B	24: B	34: A
5: D	15: B	25: A	35: B
6: B	16: A	26: A	36: B
7: B	17: B	27: B	37: A
8: B	18: D	28: A	38: A
9: B	19: B	29: C	39: B
10: A	20: A	30: A	

GALDERA-SORTA 17

1: A	11: C	21: A	31: D
2: A	12: A	22: B	32: C
3: E	13: B	23: A	33: A
4: A	14: B	24: A	34: A
5: A	15: C	25: A	35: A
6: B	16: A	26: A	36: C
7: A	17: E	27: A	37: D
8: A	18: B	28: A	38: A
9: A	19: A	29: C	39: C

10: B   20: C   30: B

GALDERA-SORTA 18

1: C	11: A	21: A	31: A
2: A	12: C	22: A	32: B
3: D	13: A	23: D	33: C
4: A	14: B	24: E	34: E
5: A	15: B	25: A	35: A
6: A	16: A	26: A	36: D
7: E	17: A	27: D	37: B
8: D	18: A	28: C	38: B
9: D	19: B	29: B	39: A
10: B	20: B	30: A	